

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВИБРОУДАРНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ АКУСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ ДЕФОРМИРУЮЩИМ ИНСТРУМЕНТОМ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Акустические колебательные системы с промежуточным деформирующим инструментом широко применяются в различных технологических процессах, связанных с обработкой материалов поверхностным пластическим деформированием, в частности, для поверхностного упрочнения деталей машин и шаржирования режущего инструмента зернами абразивных порошков, и известны как разомкнутые акустические системы. Характерной особенностью разомкнутых акустических систем является возможность возникновения виброударного режима взаимодействия промежуточного инструмента с деформируемым основанием. При этом режим взаимодействия инструмента с основанием определяется амплитудой ультразвуковых колебаний акустической системы, величиной статической нагрузки на инструмент и упругими свойствами основания. Для виброударного режима работы системы характерно возникновение колебаний деформирующего инструмента с амплитудой, значительно превышающей амплитуду ультразвукового воздействия, что применительно к процессу шаржирования способствует созданию оптимальных условий для гарантированной доставки абразивных частиц в зону шаржирования. Кроме того, в виброударном режиме возрастает значение импульса сил реакции, действующих в зоне контактного взаимодействия инструмента с основанием, за цикл виброударного взаимодействия по сравнению с импульсом сил реакции за то же время в случае замкнутого ультразвукового контакта, что способствует интенсификации процесса пластического деформирования обрабатываемого материала.

Известны различные математические модели разомкнутых акустических систем технологического назначения. Например, в [1] рассматриваются колебания тела на пружине между подвижным и неподвижным ограничителями. Однако при этом не рассматривается динамика движения тела, поверхность которого выполняет в системе роль подвижного ограничителя. Таким телом в реальных технологических системах является электроакустический преобразователь с трансформатором скорости колебаний (концентратором), а роль ограничителя играет торец concentra-

тора. В указанной модели колебания торца концентратора считаются обусловленными только волновым процессом. При этом смещения концентратора, обусловленные обменом импульсом с промежуточным деформирующим инструментом, не рассматриваются. Однако в начальной фазе виброударного взаимодействия деформация основания происходит преимущественно за счет передачи импульса от концентратора к основанию через промежуточный инструмент в момент силового замыкания звеньев акустической системы, то есть определяется динамикой движения концентратора. В данной работе дано математическое описание динамики движения концентратора при его отходе от основания. В качестве модели концентратора принят абсолютно жесткий стержень массой M , установленный с возможностью осевого перемещения в идеальных направляющих и связанный своим торцем с упругим невесомым элементом [2]. При этом смещения торца концентратора, обусловленные волновым процессом, рассматриваются в данной модели как смещения торца жесткого стержня, обусловленные вынужденным перемещением центра масс стержня по закону

$$f(t) = A(1 - \cos(\omega t)),$$

где A — амплитуда колебаний торца концентратора; ω — циклическая частота ультразвуковых колебаний.

Данный закон описывает колебательные смещения торца полуволнового концентратора, связанного с магнитострикционным электроакустическим преобразователем. Промежуточный деформирующий инструмент представлен в виде материальной точки массой m . Начальный размер u_0 упругого элемента характеризует предварительную деформацию основания, вызванную статической нагрузкой P , приложенной к концентратору. Деформация основания в случае $f \geq u$ определяется величиной $f - u$. В начальный момент времени $f(0) = 0$ и предварительная деформация основания определяется величиной $-u_0$. Сила, возникающая в упругом элементе, определяется выражением

$$R = \begin{cases} c(f - u), & f \geq u, \\ 0, & f < u, \end{cases} \quad (1)$$

где c — жесткость основания.

Расчетная схема системы при разрыве силового контакта звеньев приведена на рис. 1. Здесь 1 — деформируемое основание, 2 — промежуточный деформирующий инструмент, 3 — невесомый упругий элемент, 4 — абсолютно жесткий стержень.

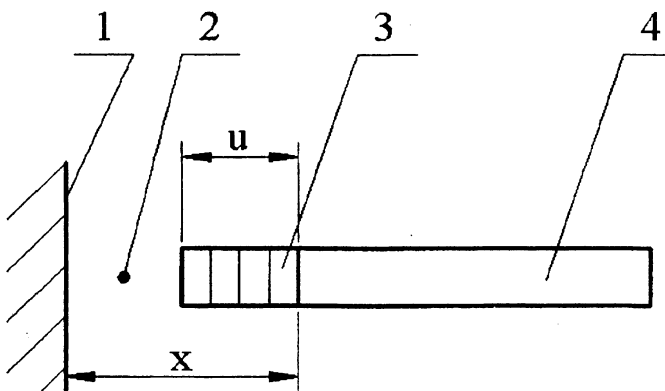


Рис. 1. Расчетная схема разомкнутой акустической системы

В качестве начала отсчета времени выберем момент наибольшего сближения стержня с основанием и рассмотрим фазу отхода концентратора от основания $0 \leq t \leq t_1$, ограниченную условием $R \geq 0$. Уравнение движения стержня в данной фазе имеет вид

$$M\ddot{x} = R - P. \quad (2)$$

Учитывая, что в рассматриваемой фазе $u(t) = x(t)$, и подставляя характеристику упругого элемента (1) в уравнение (2), получим уравнение

$$\ddot{x} + \lambda^2 x = \lambda^2 f(t) - P/M, \quad (3)$$

где $\lambda^2 = c/M$.

Начальные условия имеют вид $x(0) = u_0$, $\dot{x}(0) = 0$. При данных начальных условиях уравнение (3) имеет решение

$$x(t) = -(A - P/c - u_0) \cos(\lambda t) + A - P/c + \frac{A\lambda^2}{\omega^2 - \lambda^2} \cos(\omega t). \quad (4)$$

Так как выполняется условие $\lambda \ll \omega$, то последним слагаемым можно пренебречь. Тогда скорость стержня будет определяться выражением

$$\dot{x}(t) = \lambda(A - P/c - u_0) \sin(\lambda t). \quad (5)$$

Так как в рассматриваемой фазе $\dot{x}(t) > 0$, то из выражения (5) имеем

$$A - P/c - u_0 > 0. \quad (6)$$

Сила, возникающая в упругом элементе, будет согласно уравнению (2) определяться выражением

$$R = M\ddot{x} + P = c(A - P/c - u_0) \cos(\lambda t) + P.$$

Момент отрыва концентратора от основания определяется условием

$$R = 0:$$

$$\cos(\lambda t_1) = -\frac{P}{c(A - P/c - u_0)}. \quad (7)$$

Уравнение (7) разрешимо при условии $\frac{P}{c|A - P/c - u_0|} < 1$, которое с учетом неравенства (6) принимает вид

$$A > 2P/c + u_0. \quad (8)$$

Условие (8) является условием возникновения в системе виброударного режима.

Рассмотрим далее фазу $t_1 \leq t \leq t_2$, начало которой соответствует моменту разрыва контакта концентратора с основанием и в которой реакция $R(t)$ может принимать ненулевые значения в моменты касания концентратора с основанием, возникающего вследствие колебательных смещений торца концентратора. Если пренебречь силами реакции, значение которых в моменты касания концентратора с основанием убывает по мере удаления концентратора, то уравнение движения стержня в рассматриваемой фазе будет иметь вид

$$M\ddot{x} = -P. \quad (9)$$

Начальные условия для уравнения (9) могут быть определены, как значения функций (4) и (5) в момент времени $t = t_1$:

$$x(t_1) = A, \quad \dot{x}(t_1) = \lambda \sqrt{A(A - 2P/c)}. \quad (10)$$

Здесь и далее для упрощения рассуждений полагаем $u_0 = 0$.

Так как $x(t_1) = u(t_1) = A$ и при $t = t_1$ реакция $R(t)$ обращается в нуль, то размер упругого элемента в недеформированном состоянии $u_{\max} = A$.

Частное решение уравнения (9) с начальными условиями (10) определяется выражением

$$x(t) = -\frac{P(t - t_1)^2}{2M} + \lambda \sqrt{A(A - 2P/c)}(t - t_1) + A.$$

Момент окончания рассматриваемой фазы движения определяется из уравнения $x(t_2) = 2A$:

$$t_2 = t_1 + \frac{M}{P} \left\{ \lambda \sqrt{A(A - 2P/c)} - \sqrt{\lambda^2 A(A - 2P/c) - 2PA/m} \right\}.$$

Число ультразвуковых колебаний за время рассматриваемой фазы

$$N = \frac{\omega(t_2 - t_1)}{2\pi}.$$

Для оценки импульса, переданного основанию, используем выражение

$$I = kNi,$$

где k — коэффициент восстановления скорости при ударе об основание; i — импульс, переданный основанию за один удар при значении координаты стержня $x = 3A/2$.

Импульс i определяется выражением

$$i = \int_0^{2\pi/\omega} R(t)\eta(R)dt = \frac{cA}{\omega} \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Здесь $\eta(R)$ — единичная функция Хевисайда; $R(t) = c(f(t) - 3A/2)$ — реакция основания при ударе.

Таким образом, на основе математического описания динамики движения концентратора в разомкнутой акустической системе выполнена оценка величины импульса, передаваемого деформируемому основанию концентратором через промежуточный деформирующий инструмент в моменты силового замыкания звеньев системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клубович В.В., Вагапов И.К., Сакевич В.Н. Исследование виброударных режимов тела массой m , движущегося между неподвижным и колеблющимся ограничителями // ДАН БССР. — 1986. — Т. 30, № 8. — С. 717–719.
2. Киселев М.Г., Ибрагимов В.А. Математическое моделирование процесса контактного взаимодействия тел в условиях ультразвукового нагружения // Приборостроение. — 1989. — № 11. — С. 98–102.