

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО ПОДПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ШЛИФОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ДОПУЩЕНИИ ПОСТОЯНСТВА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

*Витебский государственный технологический университет
Витебск, Беларусь*

Во многих литературных источниках, посвященных изучению теплофизических процессов, возникающих при шлифовании, принимается, что теплофизические коэффициенты (теплопроводность λ , теплоемкость c , температуропроводность a) не зависят от температуры. В расчетах используются некоторые постоянные значения [1]. Однако теплофизические коэффициенты существенно зависят от температуры в области значений, характерных для шлифования сталей [2]. Допущение их независимости от температуры может повлечь неверное заключение о глубине и времени прогрева до заданной температуры подповерхностного слоя заготовки, а значит о глубине дефектного слоя. Эти ошибки не позволяют правильно назначить оптимальные показатели режима шлифования, что в лучшем случае ведет к потере производительности, а в худшем — к браку.

Процесс теплопроводности в шлифуемой заготовке предлагается описывать известным [3] уравнением с граничными условиями второго рода:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) = c(T) \cdot \rho \cdot \frac{\partial T(x, t)}{\partial t}; \quad (1)$$

$$T(x, t = 0) = T_0, \quad \lambda(T) \frac{\partial T(x = 0, t)}{\partial x} = -q^*,$$

где граничные условия изменяются во времени, а коэффициенты λ и c зависят от температуры. В течение некоторого кратковременного момента времени τ_1 происходит нагрев в точке \mathbf{T} ($x = 0$), а в течении следующего момента времени τ_2 — охлаждение.

Таким образом, в течение момента времени τ_1 принимается $q^* = q$ — усредненное значение плотности теплового потока от всех тепловых импульсов, возникающих в зоне контакта шлифовального круга с заготовкой. В следующий момент времени принимается $q^* = 0$. При шлифовании с охлаждением следует учитывать теплообмен с окружающей средой, однако в первом

приближении считается, что введение в граничное условие дополнительного члена $\alpha(T - T_{\text{среды}})$, где α не является функцией температуры, не отразится на оценке влияния нелинейности функций $\lambda(T)$, $c(T)$.

Экспериментальные графики зависимостей $\lambda(T)$, $c(T)$ для четырех групп сталей, объединенных по обрабатываемости их шлифованием, [1] представлены на рис. 1. На конечном интервале $T \in [T_o, T_n]$ эти зависимости можно с высокой степенью точности описывать кусочно-линейными функциями $\sum_{\lambda} \sum_c$. Тогда, для i -го отрезка ломаной a можно записать: $\lambda(c)^{(i)} = a_{\lambda(c)}^{(i)} + b_{\lambda(c)}^{(i)} \cdot T$. Уравнение (1) для каждого такого отрезка примет вид:

$$a_{\lambda}^{(i)} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + b_{\lambda}^{(i)} \cdot T \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + b_{\lambda}^{(i)} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 = \rho \cdot \left(b_c^{(i)} \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + a_c^{(i)} \frac{\partial T}{\partial t} \right), \quad (2)$$

где коэффициенты a_{λ} , a_c , b_{λ} , b_c — постоянные в некотором температурном режиме

$$\lambda \quad \frac{\text{Джс}}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{град}}$$

$$c \quad \frac{\text{Джс}}{\text{г} \cdot \text{град}}$$

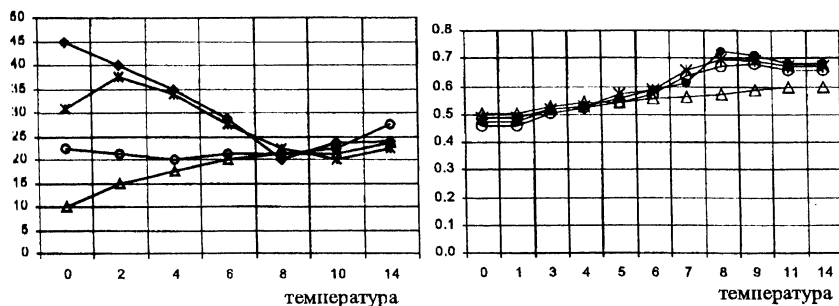


Рис. 1. Зависимость коэффициентов λ и c от температуры ($x 10^2$ град. по Цельсию) для различных групп сталей: ● — стали конструкционные, углеродистые (группа I, представитель У10), ✱ — стали конструкционные легированные (группа II, представитель 40ХМНА), ○ — быстрорежущие стали (группа III, представитель P18), Δ — хромоникелевые стали (группа IV, представитель X18Н10Т)

Для решения уравнения (2) применялся метод конечных элементов. Функция $T(x, t)$ для фиксированного момента времени t аппроксимировалась квадратичной функцией:

$$T(x) = [G(x)^{(e)}] \cdot \{\Phi^{(e)}\} = [1 \quad x \quad x^2] \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot [\Phi_1^{(e)} \quad \Phi_2^{(e)} \quad \Phi_3^{(e)}]^T, \quad (3)$$

для каждого конечного элемента e . В уравнении (3) матрица $[c_{ij}]$ — матрица интерполяционных коэффициентов, зависящая от геометрических параметров конечного элемента: координат узловых точек, $\{\Phi^{(e)}\}$ — значения неизвестной функции (в данном случае температуры) в узловых точках конечного элемента.

Дифференциальное уравнение (2) решалось методом взвешенных невязок [4], где в качестве весовой функции использовалась функция формы $[G(x)^{(e)}]$ (способ Галеркина). На основании этого метода для нахождения неизвестных $\{\Phi\}$ (значений температур в узлах всех конечных элементов) необходимо решить систему уравнений, которая для каждого конечного элемента имеет вид:

$$[K(b_c)^{(e)}] \cdot \{(\dot{\Phi}_i \cdot \Phi)^{(e)}\} + [K(a_c)^{(e)}] \cdot \{\dot{\Phi}_i^{(e)}\} + [K(b_\lambda)^{(e)}] \cdot \{(\Phi^2)^{(e)}\} + [K(a_\lambda)^{(e)}] \cdot \{\Phi^{(e)}\} = \{f_q^{(e)}\}. \quad (4)$$

По времени используется линейная аппроксимация:

$$\dot{\Phi}_i^{(e)} = (\Phi_{k+1} - \Phi_k) / \Delta t \equiv (T_{k+1} - T_k) / \Delta t; \\ \Phi^{(e)} = (1-\theta) \cdot \Phi_k + \theta \cdot \Phi_{k+1} \equiv (1-\theta) \cdot T_k + \theta \cdot T_{k+1}. \quad (5)$$

Тогда формула (4) принимает вид:

$$\begin{aligned} & \left(\langle b_c^{(e)} \rangle \cdot [K_{bc}^{(e)}] \cdot (\rho) \cdot (\theta) + \langle b_\lambda^{(e)} \rangle \cdot [K_{b\lambda}^{(e)}] \cdot (\theta^2 \Delta t) \right) \cdot \{(T_{k+1}^2)^{(e)}\} + \\ & + \left(\left(\langle b_c^{(e)} \rangle \cdot [K_{bc}^{(e)}] \cdot (\rho) \cdot (1-2\theta) + \langle b_\lambda^{(e)} \rangle \cdot [K_{b\lambda}^{(e)}] \cdot (2(1-\theta)\Delta t) \right) \cdot \text{diag} \{ (T_k^{(e)})^T \} + \right. \\ & + \langle a_c^{(e)} \rangle \cdot [K_{ac}^{(e)}] \cdot (\rho) + \langle a_\lambda^{(e)} \rangle \cdot [K_{a\lambda}^{(e)}] \cdot (\theta \Delta t) \left. \right) \cdot \{T_{k+1}^{(e)}\} = \{f_q^{(e)}\} \cdot (\Delta t) + \\ & + \left(\langle b_c^{(e)} \rangle \cdot [K_{bc}^{(e)}] \cdot (\rho) \cdot (1-\theta) - \langle b_\lambda^{(e)} \rangle \cdot [K_{b\lambda}^{(e)}] \cdot ((1-\theta)^2 \Delta t) \right) \cdot \{(T_k^2)^{(e)}\} + \\ & + \left(\langle a_c^{(e)} \rangle \cdot [K_{ac}^{(e)}] \cdot (\rho) - \langle a_\lambda^{(e)} \rangle \cdot [K_{a\lambda}^{(e)}] \cdot ((1-\theta)\Delta t) \right) \cdot \{T_k\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$[K_{bc}^{(e)}] = \int_{x^{(e)}} \left(\text{diag} ([G^{(e)}]) \cdot [G^{(e)}]^T \cdot [G^{(e)}] \right), \\ [K_{ac}^{(e)}] = \int_{x^{(e)}} \left([G^{(e)}]^T \cdot [G^{(e)}] \right), [K_{a\lambda}^{(e)}] = \int_{x^{(e)}} \left([\dot{G}_x^{(e)}]^T \cdot [\dot{G}_x^{(e)}] \right), \\ [K_{b\lambda}^{(e)}] = \int_{x^{(e)}} \left(\text{diag} ([G^{(e)}]) \cdot [\dot{G}_x^{(e)}]^T \cdot [\dot{G}_x^{(e)}] \right), \{f_q^{(e)}\} = [G^{(e)}] \cdot [q \ 0 \ 0]^T \neq \{0\}_{s=1}.$$

Здесь, в квадратных скобках обозначаются квадратные матрицы 3×3 (если не указаны все элементы), в фигурных — матрицы столбцы 3×1 , в треугольных — зависящие от температурного режима множители (не матрицы). Для всех конечных элементов размерность матриц увеличивается $3 \rightarrow n \cdot (3-1) + 1$ и суммируются элементы в точках стыков конечных элементов. Для θ , принимается рекомендуемое [5] значение: $\theta = 2/3$.

Система (6) решается относительно неизвестных $\{T_{k+1}\}$. В качестве способа решения системы вида $[A]\{x^2\} + [B]\{x\} = [C]$ используется итерационный алгоритм, основанный на методе Ньютона. При этом относительно якобиана от всех уравнений системы (строки) по всем неизвестным (столбцы) решается система линейных уравнений для каждого последующего приближения.

Изменение коэффициентов $a_{\lambda}, a_c, b_{\lambda}, b_c$ в зависимости от текущего температурного режима проводилось на каждом временном шаге, путем проверки попадания максимальной температуры каждого конечного элемента в соответствующий температурный диапазон.

Исходными данными при решении этой задачи являлись: $N_{эфф}$ — эффективная мощность шлифования, уходящая в теплоту, S — площадь контакта шлифовального круга с заготовкой, λ_k — коэффициент теплопроводности шлифовального круга, $c\rho_k$ — объемная теплоемкость шлифовального круга (взяты для круга ЛО28/20КБ-100%). В качестве единиц длины принимались миллиметры, в качестве единиц времени — миллисекунды.

Проводилось имитационное моделирование процесса нагрева/охлаждения при следующих условиях: 1.) λ и c не зависят от температуры и их значения соответствуют $\lambda(20^\circ)$, $c(20^\circ)$; 2.) λ и c зависят от температуры в соответствии с рис. 1.; 3.) λ и c имеют средне-интегральное значение в заданном диапазоне температур и считаются постоянными.

По результатам моделирования построены D-разбиения для глубины и времени прогрева до заданной критической температуры (при которой возникает прижог). Пример такого D-разбиения для стали P18 показан на рис. 2.

Анализируя полученные D-разбиения по четырем группам сталей, можно сделать следующие заключения:

1-ая группа: Относительная погрешность определения максимальной глубины прогрева (X_1) при условиях №1 составляет 38.1 %, при условиях №3 — 22.9%. Относительная погрешность определения глубины прогрева в течение 7 мс. (X_2) составляет для условий №1 и №2 соответственно — 13% и 32.5%. В случае учета зависимости от температуры теплофизических параметров сталей этой группы, время прогрева до критической температуры при максимальной глубине прогрева достаточно велико. В то время как для

№1 и №2 время прогрева значительно уменьшается при приближении к точке максимальной глубины. Это указывает на значительную погрешность определения глубины дефектного слоя при допущениях №1 и №2, что может привести в данном случае к браку.

II-ая группа: Относительная погрешность определения максимальной глубины прогрева при №1, №3 соответственно 37.7%, 8.2%. Относительная погрешность определения глубины прогрева в течении 7 мс. для №1 и №2 составляет 455% и 255%. Для этой группы в случае №2 время прогрева при приближении к точке максимальной глубины значительно уменьшается. Кроме того, максимальная глубина прогрева до критической температуры в случае №2 меньше чем в случаях №1 и №3. Это приводит к существенной погрешности определения глубины дефектного слоя, что в данном случае ведет к потере производительности (значительному завышению действительного значения глубины дефектного слоя).

III-ая группа: Относительная погрешность определения максимальной глубины прогрева при №1, №3 соответственно 50.8% и 17.2%. Относительная погрешность определения глубины прогрева в течении 7 мс. для №1 и №2 составляет 47.7%, -1.1%. Анализ D-разбиения этой группы показал, что условия №3 вполне приемлемы для оценки глубины дефектного слоя.

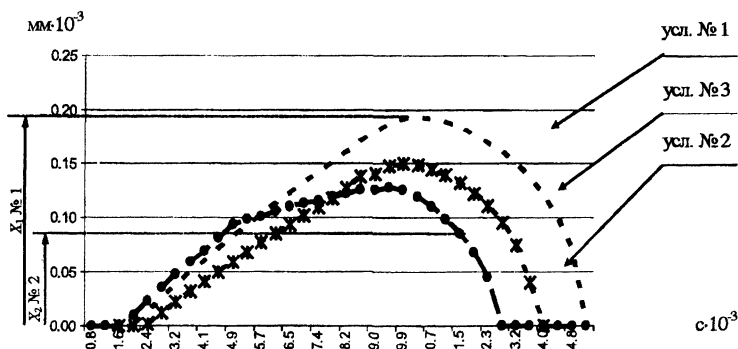


Рис. 2. D-разбиение для стали P18 при температуре $T = 600^{\circ}\text{C}$

IV-ая группа: Относительная погрешность определения максимальной глубины прогрева при №1, №3 соответственно 101.7% и 34.5%. Относительная погрешность определения глубины прогрева в течении 7 мс. для №1 и №2 составляет 7800% и 700%. Характер уменьшения времени прогрева при приближении к точке максимальной глубины в условиях №2 и №3 практи-

чески идентичен. Как и для группы II, в этом случае, неучет зависимости λ и σ от температуры ведет к потере производительности. Причем, для случая №1 в значительно большей степени, чем для случая №3.

Анализ D-разбиений для исследуемых групп сталей позволяет сделать выводы о том, что упрощая теплофизическую задачу в соответствии с условиями №3, далеко не всегда можно с допустимой погрешностью оценить глубину дефектного слоя, а в некоторых случаях использование условий №1 ведет к более точному результату, чем в случае №3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности. – М.: Машиностроение, 1978. –167 с. 2. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с. 3. Ящерицын П.И., Цокур А.К. Еременко М.Л. Тепловые явления при шлифовании и свойства обработанных поверхностей. Минск: Наука и техника, 1973. –184 с. 4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. –541 с. 5. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. Ред. А.С. Сахарова, И. Альтенбаха. – Киев: Вища школа. Головное издательство, 1982. – 480 с.

УДК 621.01:004:347.78

В.М. Пашкевич

РАЗДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЗУБЧАТЫХ ПАР

*Белорусско-российский университет
Могилев, Беларусь*

Из практики известно, что кинематическая пара, составленная из двух зубчатых колес удовлетворительной точности, может, тем не менее, показать неудовлетворительную точность передачи, содержащей эти колеса. В то же время, в ряде случаев передача, содержащая два колеса неудовлетворительной точности, может показать удовлетворительную кинематическую точность. Приведенный пример приводит к мысли о том, что для обеспечения высокой кинематической точности механизмов следует решать комплексную задачу управления его точностью как на этапе изготовления их деталей, так и на этапе сборки конструкции. И если на этапе изготовления