4. O'Handley, R. C. Phenomenology of giant magnetic-field induced strain in ferromagnetic shape-memory materials / R. C. O'Handley, S. J. Murrey, M. Marioni, H. Nembach, S. M. Allen // J. Appl. Phys. 2000. – V. 87. – P. 4712–4717.

5. Murrey, S. J. 6% magnetic-field-induced strain by twin-boundary motion in ferromagnetic Ni-Mn-Ga / S. J. Murrey, M. Marioni, S M. Allen, R. C. O'Handley // Appl. Phys. Lett. – 2000. – V. 77. – P. 886–888.

6. Saren, A. Dynamic twinning stress and viscous-like damping of twin boundary motion in magnetic shape memory alloy Ni-Mn-Ga / A. Saren, K. Ullakko // Scripta Materialia. – 2017. – V. 139. – P. 126–129.

7. Воднев, В. Т. Основные математические формулы: Справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.

8. Зайцев, В. Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.

Поступила 15.07.2022

УДК 539.3

Василевич Ю. В.[1], Остриков О. М.[2]

РОЛЬ СИЛ НЕУПРУГОЙ ПРИРОДЫ В ФОРМИРОВАНИИ ОСТАТОЧНЫХ КРАЕВЫХ НАНОДВОЙНИКОВ КЛИНОВИДНОЙ ФОРМЫ

1. Белорусский национальный технический университет,
Минск, Беларусь
2. УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Гомель, Беларусь

Получено условие равновесия краевого нанодвойника при наличии сил неупругой природы. Показано, что для обеспечения возможности существования остаточного нанодвойника в деформированном твердом теле необходимо наличие сил внутреннего трения.

Введение. Исследование механического двойникования материалов, используемых в машиностроении, теплоэнергетике и др. отраслях промышленности обусловлено потребностью инженерной практики и необходимостью моделирования процессов разрушения в области механики деформируемого твердого тела. Связано это с тем, что высокие скорости развития двойниковых прослоек и связанные с этим динамические эффекты способствуют большой концентрации напряжений на границах двойников и в их вершинах, которые необходимо учитывать при прогнозировании полей напряжений для обеспечения прочности деталей, особенно в ответственных узлах механических систем.

В отличие от упругих двойников, остаточные механические двойники не исчезают после снятия деформирующей нагрузки на кристалл [1–6]. Основной вклад в практически нулевую подвижность границ остаточных двойников преимущественно обеспечивается полными дислокациями, возникающими у границ раздела двойник – материнский кристалл в результате релаксации напряжений, обусловленных не только внешней нагрузкой, но и двойниковыми границами, являющимися концентраторами больших внутренних напряжений [7; 8]. Полные дислокации являются главной составляющей в природе неупругих сил, препятствующих перемещению двойникующих дислокаций [8]. Представляет научный интерес разработка методики количественной оценки роли сил неупругой природы, обеспечивающих фиксацию двойниковых границ после снятия нагрузки, деформировавшей кристалл.

Целью данной работы стало выяснение роли сил неупругой природы, действующих на двойникующие дислокации, в формировании остаточных нанодвойников клиновидной формы.

Постановка задачи. Для проекций сил, действующих на двойникующие дислокации, на направление развития нанодвойника, примем справедливым равенство

$$F_i = F_e + S, \tag{1}$$

где F_i – сила, действующая на *i*-ую двойникующую дислокацию со стороны остальных дислокаций нанодвойника;

F_e – действие на двойникующую дислокацию со стороны внешних сил;

S – сила неупругой природы, препятствующая перемещению дислокаций.

Проекции сил, действующих на двойникующие дислокации, на направление, перпендикулярное направлению развития нанодвойника, рассматривать не будем, так как в данном направлении перемещение двойникующих дислокаций затруднено, что связано с кристаллографией двойникования.

При $F_i \neq 0$, $F_e = 0$, $S = 0$, как это было показано в [9], двойник не имеет устойчивого равновесия и исчезает.

Случай, когда $F_i \neq 0$, $F_e \neq 0$, $S = 0$, соответствует упругому двойнику [6], исчезающему при снятии нагрузки (т. е. при $F_e = 0$).

Остаточный нанодвойник может существовать только при условии: $F_i \neq 0$, $F_e = 0$, $S \neq 0$. При этом расстояние между двойникующими дислокациями в рассматриваемом случае может существенно отличаться от случая, когда кристалл находится под нагрузкой: $F_i \neq 0$, $F_e \neq 0$ и $S = 0$.

В данной работе рассмотрим вариант, когда в (1) $F_i \neq 0$, $F_e = 0$, $S \neq 0$. Тогда для рассмотренного в [9] краевого нанодвойника, состоящего из пяти двойникующих дислокаций, справедливо:

$$F_0 = b_{\text{кр}}\Big(\sigma_{xy}^{(1)}(x_0 - x_1, y_0 - y_1) + \sigma_{xy}^{(2)}(x_0 - x_2, y_0 - y_2) +$$
$$+ \sigma_{xy}^{(3)}(x_0 - x_3, y_0 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_0 - x_4, y_0 - y_4)\Big) = S;$$
$$F_1 = b_{\text{кр}}\Big(\sigma_{xy}^{(0)}(x_1 - x_0, y_1 - y_0) + \sigma_{xy}^{(2)}(x_1 - x_2, y_1 - y_2) +$$
$$+ \sigma_{xy}^{(3)}(x_1 - x_3, y_1 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_1 - x_4, y_1 - y_4)\Big) = S;$$
$$F_2 = b_{\text{кр}}\Big(\sigma_{xy}^{(0)}(x_2 - x_0, y_2 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) +$$
$$+ \sigma_{xy}^{(3)}(x_2 - x_3, y_2 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_2 - x_4, y_2 - y_4)\Big) = S; \tag{2}$$
$$F_3 = b_{\text{кр}}\Big(\sigma_{xy}^{(0)}(x_3 - x_0, y_3 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_3 - x_1, y_3 - y_1) +$$
$$+ \sigma_{xy}^{(2)}(x_3 - x_2, y_3 - y_2) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_3 - x_4, y_3 - y_4)\Big) = S;$$
$$F_4 = b_{\text{кр}}\Big(\sigma_{xy}^{(0)}(x_4 - x_0, y_4 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_4 - x_1, y_4 - y_1) +$$
$$+ \sigma_{xy}^{(2)}(x_4 - x_2, y_4 - y_2) + \sigma_{xy}^{(3)}(x_4 - x_3, y_4 - y_3)\Big) = S, \tag{2}$$

где $b_{\text{кр}}$ – модуль краевой составляющей вектора Бюргерса двойникующей дислокации (в приближении равной нулю винтовой составляющей этого вектора);

$\sigma_{xy}^{(i)}$ – сдвиговые напряжения i-ой двойникующей дислокации.

Учитывая результаты работы [9], (2) можно представить в развернутом виде:

$$F_0=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\left\{\frac{(x_0-x_1)\left((x_0-x_1)^2-(y_0-y_1)^2\right)}{\left((x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2\right)^2}+\right.$$
$$+\frac{(x_0-x_2)\left((x_0-x_2)^2-(y_0-y_2)^2\right)}{\left((x_0-x_2)^2+(y_0-y_2)^2\right)^2}+\frac{(x_0-x_3)\left((x_0-x_3)^2-(y_0-y_3)^2\right)}{\left((x_0-x_3)^2+(y_0-y_3)^2\right)^2}+$$
$$\left.+\frac{(x_0-x_4)\left((x_0-x_4)^2-(y_0-y_4)^2\right)}{\left((x_0-x_4)^2+(y_0-y_4)^2\right)^2}\right\}=S\,;$$

$$F_1=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\left\{\frac{(x_1-x_0)\left((x_1-x_0)^2-(y_1-y_0)^2\right)}{\left((x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2\right)^2}+\right.$$
$$+\frac{(x_1-x_2)\left((x_1-x_2)^2-(y_1-y_2)^2\right)}{\left((x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2\right)^2}+\frac{(x_1-x_3)\left((x_1-x_3)^2-(y_1-y_3)^2\right)}{\left((x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2\right)^2}+$$
$$\left.+\frac{(x_1-x_4)\left((x_1-x_4)^2-(y_1-y_4)^2\right)}{\left((x_1-x_4)^2+(y_1-y_4)^2\right)^2}\right\}=S\,;$$

$$F_2=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\left\{\frac{(x_2-x_0)\left((x_2-x_0)^2-(y_2-y_0)^2\right)}{\left((x_2-x_0)^2+(y_2-y_0)^2\right)^2}+\right.$$
$$+\frac{(x_2-x_1)\left((x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2\right)}{\left((x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\right)^2}+\frac{(x_2-x_3)\left((x_2-x_3)^2-(y_2-y_3)^2\right)}{\left((x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2\right)^2}+ \qquad (3)$$
$$\left.+\frac{(x_2-x_4)\left((x_2-x_4)^2-(y_2-y_4)^2\right)}{\left((x_2-x_4)^2+(y_2-y_4)^2\right)^2}\right\}=S\,;$$

$$F_3=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\left\{\frac{(x_3-x_0)\left((x_3-x_0)^2-(y_3-y_0)^2\right)}{\left((x_3-x_0)^2+(y_3-y_0)^2\right)^2}+\right.$$
$$+\frac{(x_3-x_1)\left((x_3-x_1)^2-(y_3-y_1)^2\right)}{\left((x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2\right)^2}+\frac{(x_3-x_2)\left((x_3-x_2)^2-(y_3-y_2)^2\right)}{\left((x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2\right)^2}+$$
$$\left.+\frac{(x_3-x_4)\left((x_3-x_4)^2-(y_3-y_4)^2\right)}{\left((x_3-x_4)^2+(y_3-y_4)^2\right)^2}\right\}=S\,;$$

$$F_4=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\left\{\frac{(x_4-x_0)\left((x_4-x_0)^2-(y_4-y_0)^2\right)}{\left((x_4-x_0)^2+(y_4-y_0)^2\right)^2}+\right. \qquad (3)$$

$$
+\frac{(x_4-x_1)\left((x_4-x_1)^2-(y_4-y_1)^2\right)}{\left((x_4-x_1)^2+(y_4-y_1)^2\right)^2}+\frac{(x_4-x_2)\left((x_4-x_2)^2-(y_4-y_2)^2\right)}{\left((x_4-x_2)^2+(y_4-y_2)^2\right)^2}+
$$

$$
\left.+\frac{(x_4-x_3)\left((x_4-x_3)^2-(y_4-y_3)^2\right)}{\left((x_4-x_3)^2+(y_4-y_3)^2\right)^2}\right\}=S\,.
$$

Примем, использованные в [9] обозначения:

$$
a_{01}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_0-x_1)\left((x_0-x_1)^2-(y_0-y_1)^2\right)}{\left((x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2\right)^2};
$$

$$
a_{02}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_0-x_2)\left((x_0-x_2)^2-(y_0-y_2)^2\right)}{\left((x_0-x_2)^2+(y_0-y_2)^2\right)^2};
$$

$$
a_{03}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_0-x_3)\left((x_0-x_3)^2-(y_0-y_3)^2\right)}{\left((x_0-x_3)^2+(y_0-y_3)^2\right)^2};
$$

$$
a_{04}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_0-x_4)\left((x_0-x_4)^2-(y_0-y_4)^2\right)}{\left((x_0-x_4)^2+(y_0-y_4)^2\right)^2};
$$

$$
a_{12}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_1-x_2)\left((x_1-x_2)^2-(y_1-y_2)^2\right)}{\left((x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2\right)^2};
$$

$$
a_{13}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_1-x_3)\left((x_1-x_3)^2-(y_1-y_3)^2\right)}{\left((x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2\right)^2}; \tag{4}
$$

$$
a_{14}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_1-x_4)\left((x_1-x_4)^2-(y_1-y_4)^2\right)}{\left((x_1-x_4)^2+(y_1-y_4)^2\right)^2};
$$

$$
a_{23}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_2-x_3)\left((x_2-x_3)^2-(y_2-y_3)^2\right)}{\left((x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2\right)^2};
$$

$$
a_{24}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_2-x_4)\left((x_2-x_4)^2-(y_2-y_4)^2\right)}{\left((x_2-x_4)^2+(y_2-y_4)^2\right)^2};
$$

$$
a_{34}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_3-x_4)\left((x_3-x_4)^2-(y_3-y_4)^2\right)}{\left((x_3-x_4)^2+(y_3-y_4)^2\right)^2};
$$

$$
a_{10}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_1-x_0)\left((x_1-x_0)^2-(y_1-y_0)^2\right)}{\left((x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2\right)^2};
$$

$$
a_{20}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_2-x_0)\left((x_2-x_0)^2-(y_2-y_0)^2\right)}{\left((x_2-x_0)^2+(y_2-y_0)^2\right)^2};
$$

$$a_{30}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_3-x_0)\left((x_3-x_0)^2-(y_3-y_0)^2\right)}{\left((x_3-x_0)^2+(y_3-y_0)^2\right)^2};$$

$$a_{40}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_4-x_0)\left((x_4-x_0)^2-(y_4-y_0)^2\right)}{\left((x_4-x_0)^2+(y_4-y_0)^2\right)^2};$$

$$a_{21}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_2-x_1)\left((x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2\right)}{\left((x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\right)^2};$$

$$a_{31}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_3-x_1)\left((x_3-x_1)^2-(y_3-y_1)^2\right)}{\left((x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2\right)^2}; \tag{4}$$

$$a_{41}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_4-x_1)\left((x_4-x_1)^2-(y_4-y_1)^2\right)}{\left((x_4-x_1)^2+(y_4-y_1)^2\right)^2};$$

$$a_{32}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_3-x_2)\left((x_3-x_2)^2-(y_3-y_2)^2\right)}{\left((x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2\right)^2};$$

$$a_{42}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_4-x_2)\left((x_4-x_2)^2-(y_4-y_2)^2\right)}{\left((x_4-x_2)^2+(y_4-y_2)^2\right)^2};$$

$$a_{43}=\frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)}\frac{(x_4-x_3)\left((x_4-x_3)^2-(y_4-y_3)^2\right)}{\left((x_4-x_3)^2+(y_4-y_3)^2\right)^2}.$$

Тогда из (3) получим

$$\begin{cases} a_{01}+a_{02}+a_{03}+a_{04}=S \\ a_{10}+a_{12}+a_{13}+a_{14}=S \\ a_{20}+a_{21}+a_{23}+a_{24}=S \\ a_{30}+a_{31}+a_{32}+a_{34}=S \\ a_{40}+a_{41}+a_{42}+a_{43}=S \end{cases}. \tag{5}$$

Как было показано в [9], для данной системы алгебраических уравнений справедливо

$$a_{01}=-a_{10},\ a_{02}=-a_{20},\ a_{03}=-a_{30},\ a_{04}=-a_{40},$$

$$a_{12}=-a_{21},\ a_{13}=-a_{31},\ a_{14}=-a_{41},\ a_{23}=-a_{32}, \tag{6}$$

$$a_{24}=-a_{42},\ a_{34}=-a_{43}.$$

Тогда из (5) получим

$$\begin{cases} a_{01}+a_{02}+a_{03}+a_{04}=S \\ a_{01}-a_{12}-a_{13}-a_{14}=S \\ a_{02}+a_{12}-a_{23}-a_{24}=S \\ a_{03}+a_{13}+a_{23}-a_{34}=S \\ a_{04}+a_{14}+a_{24}+a_{34}=S \end{cases}. \tag{7}$$

Учитывая, как и в [9], что

$$|y_0-y_1|=|y_1-y_0|=|y_0-y_3|=|y_3-y_0|=a,$$
$$|y_1-y_2|=|y_2-y_1|=|y_3-y_4|=|y_4-y_3|=a,$$
$$|y_0-y_2|=|y_2-y_0|=|y_0-y_4|=|y_4-y_0|=2a, \tag{8}$$
$$|y_1-y_3|=|y_3-y_1|=2a,$$
$$|y_1-y_4|=|y_4-y_1|=|y_2-y_3|=|y_3-y_2|=3a,$$
$$|y_2-y_4|=|y_4-y_2|=4a,$$

где a – межатомное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования, получим

$$a_{01}=a_{03},\ a_{02}=a_{04},\ a_{12}=a_{34},\ a_{14}=a_{23}. \tag{9}$$

При этом система (7) преобразуется следующим образом

$$\begin{cases} a_{01}+a_{02}+a_{01}+a_{02}=S \\ a_{01}-a_{12}-a_{13}-a_{14}=S \\ a_{02}+a_{12}-a_{14}-a_{24}=S \\ a_{01}+a_{13}+a_{14}-a_{12}=S \\ a_{02}+a_{14}+a_{24}+a_{12}=S \end{cases}. \tag{10}$$

Отсюда получаем

$$\begin{cases} a_{01}+a_{02}=\dfrac{S}{2} \\ a_{01}-a_{12}=\dfrac{S}{2} \\ a_{02}+a_{12}=\dfrac{S}{2} \end{cases}. \tag{11}$$

Данная система неразрешима, так как в ней количество неизвестных превышает количество уравнений. Для уменьшения количества неизвестных рассмотрим соотношения:

$$a_{01} = \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_1)\left((x_0 - x_1)^2 - a^2\right)}{\left((x_0 - x_1)^2 + a^2\right)^2};$$

$$a_{02} = \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_2)\left((x_0 - x_2)^2 - 4a^2\right)}{\left((x_0 - x_2)^2 + 4a^2\right)^2}; \tag{12}$$

$$a_{12} = \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_1 - x_2)\left((x_1 - x_2)^2 - a^2\right)}{\left((x_1 - x_2)^2 + a^2\right)^2}.$$

Как было показано в [9],

$$x_0 - x_2 = (x_0 - x_1) + (x_1 - x_2). \tag{13}$$

В данной работе примем допущение

$$x_0 - x_1 = x_1 - x_2 = d. \tag{14}$$

Тогда из (13) получим

$$x_0 - x_2 = 2d. \tag{15}$$

Подставляя (14) и (15) в (12), для системы (11) получаем дополнительной условие:

$$a_{01} = a_{12} = 2a_{02} = \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{d\left(d^2 - a^2\right)}{\left(d^2 + a^2\right)^2}. \tag{16}$$

С учетом (16) второе уравнение системы (11) дает тривиальной решение $S = 0$, которое было рассмотрено в [9]. Первое и третье уравнения с учетом (16) приводят к решению:

$$S = \frac{3\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{d\left(d^2 - a^2\right)}{\left(d^2 + a^2\right)^2}. \tag{17}$$

Для нахождения из (17) зависимости $d = d(S)$ необходимо решение, получаемое из (17), уравнения четвертой степени, что выполнить точными методами весьма затруднительно. Поэтому рассмотрим ряд частных случаев.

Примем $d \approx a$. Тогда из (17) получим $S = 0$. Это рассмотренный в [9] случай неустойчивого равновесия, когда двойниковые границы ориентированы под углом 45° к следу плоскости двойникования. Для существования такого нанодвойника нет необходимости в силе S. Однако, данная сила необходима для придания устойчивости такой конфигурации распределения дислокаций.

При $d >> a$ из (17) получаем

$$d = \frac{3\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)S}. \tag{18}$$

Данный частный случай описывает нанодвойники, размеры которых приближаются к размерам микродвойников. Как видим из (18), увеличение S позволяет удержать в равновесии двойник с большим расстоянием между двойникующими дислокациями.

Введем коэффициент n, связывающий d и a следующим соотношением:

$$d = na\,. \tag{19}$$

Данное соотношение позволит понизить порядок уравнения (17) относительно n. Подставляя (19) в (17), получим

$$S = \frac{3\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi a(1-\nu)} \frac{n(n-1)}{(n+1)^2}. \tag{20}$$

Примем обозначение

$$A = \frac{3\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi a(1-\nu)}. \tag{21}$$

Тогда из (20) получим уравнение

$$Sn^2 + 2Sn + S - An^2 + An = 0, \tag{22}$$

которое преобразуем к виду

$$(S-A)n^2 + (2S+A)n + S = 0. \tag{23}$$

Данное уравнение имеет два решения [10]:

$$n = \frac{-(2S+A) + \sqrt{(2S+A)^2 - 4S(S-A)}}{2(S-A)} = \frac{-(2S+A) + \sqrt{A(8S+A)}}{2(S-A)} \tag{24}$$

и

$$n = \frac{-(2S+A) - \sqrt{(2S+A)^2 - 4S(S-A)}}{2(S-A)} = \frac{-(2S+A) - \sqrt{A(8S+A)}}{2(S-A)}. \tag{25}$$

Очевидно, что физический смысл имеет решение, удовлетворяющее условию $n > 0$, так как в (19) всегда должно быть $d > 0$ ($a > 0$ по условию задачи). Этому условию не удовлетворяет решение (25). Поэтому его рассматривать не будем. А на решение (24) условие $n > 0$ накладывает ограничение:

$$(2S+A) < \sqrt{A(8S+A)}. \tag{26}$$

Отсюда

$$S < \frac{A}{2}. \tag{27}$$

В (24) знаменатель не должен быть равен нулю. Поэтому $S \neq A$, что исключается условием (27).

В результате, с учетом условий (19) и (27) зависимость $d = d(S)$ в частном случае, определенным соотношением (19), можно представить в виде:

$$d = \frac{-(2S + A) + \sqrt{A(8S + A)}}{2(S - A)} a . \qquad (28)$$

Заключение. Таким образом, получено условие существования в твердом теле остаточного нанодвойника после снятия деформирующей нагрузки. Показано, что для существования остаточного нанодвойника необходимо наличие у двойниковых границ достаточных сил неупругой природы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Финкель, В. М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В. М. Финкель, В. А. Федоров, А. П. Королев. – Ростов-на-Дону. – 1990. – 172 с.

2. Косевич, А. М. Дислокации в теории упругости / А. М. Косевич. – Киев: Наук. Думка, 1978. – 220 с.

3. Остриков, О. М. Особенности зарождения клиновидных двойников у отпечатка пирамиды Виккерса на поверхности (111) монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Материаловедение. – 2002, №1. – С. 17 – 20.

4. Остриков, О. М. Нанодвойникование монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.

5. Классен-Неклюдова, М. В. Механическое двойникование кристаллов / М. В. Классен-Неклюдова. – М.: АН СССР, 1960. – 262 с.

6. Косевич, А. М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А. М. Косевич, В. С. Бойко // Успехи физических наук. – 1971. – Т. 104, № 2. – С. 101–255.

7. Карькина, Л. Е. Взаимодействие двойников с дислокациями и двойниками в TiAl. I. Взаимодействие с дислокациями / Л. Е. Карькина, А. Б. Ноткин // Физика металлов и металловедение. – 1993. – Т. 75, № 3. – С. 147–154.

8. Лаврентьев, Ф. Ф. Взаимодействие дислокаций в цинке, висмуте и сурьме при двойниковании / Ф. Ф. Лаврентьев // Физика металлов и металловедение. – 1964. – Т. 18, № 3. – С. 428–436.

9. Василевич Ю. В., Остриков О. М. Условие равновесия остаточного краевого клиновидного нанодвойника в постдеформированном твердом теле // Наука и техника. – 2017. – Т. 16, № 4. – С. 335–342.

10. Воднев, В. Т. Основные математические формулы: Справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.

Поступила 15.07.2022