

5. При перегрузке НС пресса выше *Лип-6* оголовок шатуна берет на себя роль пластического предохранителя. Объемная пластическая деформация в нем поглощает кинетическую энергию КПМ. Оголовок шатуна превращается в пластический шарнир.

6. Для предотвращения пластического повреждения коленвала его галтели и буртики рекомендуется поверхностно упрочнить, например, ХТО или лазерной закалкой.

7. Для несущей системы пресса не требуется общий редизайн. Рекомендуется рассматривать оголовок шатуна как пластический предохранитель и оптимизировать для этой функции его дизайн (например, сделать оголовок сборным).

ЛИТЕРАТУРА

1. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (2000) The finite element method. Butterworth-Heinemann, vol. 1: Basis. Oxford.

2. Довнар С. С., Якимович А. М. Прочностной виртуальный аудит и реновация крупногабаритных пеллетных прессов. – Минск – Шанхай – Чанчунь: стратегия прорывного сотрудничества: сборник материалов научно-практической конференции (Минск, 21 апреля 2022 г.) / Белорусский национальный технический университет. – Минск: БНТУ, 2022. С. 116–119. ISBN 978-985-583-755-9. <https://rep.bntu.by/handle/data/111591>.

3. Stanislaw Dounar, Alexandre Iakimovitch, Katsiaryna Mishchanka, Andrzej Jakubowski, and Leszek Chybowski. (2020) FEA Simulation of the Biomechanical Structure Overload in the University Campus Planting. Applied Bionics and Biomechanics, Volume 2020, Article ID 8845385. <https://doi.org/10.1155/2020/8845385>.

4. Dounar, S., Iakimovitch, A. & Jakubowski, A. (2021) Finite element analysis of the dynamically created portal in the huge machine tool of “travelling column” type. Scientific Journals of the Maritime University of Szczecin, Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie, 2021, 65 (137) <https://doi.org/10.17402/458>.

5. Jan A. Konig. Shakedown of Elastic-Plastic Structures. Elsevier, 1987.

6. Dixit, U., Kamal, S., Shufen, R. (2020). Autofrettage Processes. Boca Raton: CRC Press, <https://doi.org/10.1201/9780429425431>.

7. Dounar S., Iakimovitch A., Shirvel P., Jakubowski A., Chybowski L., Tanishq J. M., Penkina A. FEA-audit and local redesign of practice-proved laboratory centrifuge machine (2022) - Теоретическая и прикладная механика: международный научно-технический сборник / Белорусский национальный технический университет; редкол.: Ю. В. Василевич (пред. редкол., гл. ред.). – Минск: БНТУ, 2022. – Вып. 36. – С. 66–75. <https://rep.bntu.by/handle/data/110978>.

8. You Lv, Liqun Lei, and Lina Sun, “Influence of different combined severe shot peening and laser surface melting treatments on the fatigue performance of 20CrMnTi steel gear,” Materials Science and Engineering A, vol. 658, pp. 77–85, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2016.01.050>.

Поступила 03.10.2022

УДК 539.3

Дудяк А. И., Хвасько В. М., Дикан Ж. Г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ СТЕРЖНЯ ИЗ ДВУХ РАЗНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

*Белорусский национальный технический университет,
Минск, Беларусь*

В статье рассматривается стержень круглого поперечного сечения, выполненный из двух разнородных материалов. Исследуются напряжения и деформации, возникающие при кручении данного стержня.

Приводятся формулы для расчета касательных напряжений и углов закручивания стержня с учетом разнородности материалов. Сделано заключение о влиянии разнородности материалов на распределение касательных напряжений по сечению вала в зоне сопряжения материалов.

В классическом курсе сопротивления материалов кручение рассматривается как такой вид деформации стержня, при котором в его поперечных сечениях возникают только крутящие моменты, а все остальные внутренние силовые факторы (изгибающие моменты, поперечные и продольные силы) равны нулю [1, с. 108]. При этом рассматриваются только стержни круглого поперечного сечения, которые называются валами [2, с. 231]. Деформации кручения возникают при вращении валов машин, закручивании болтов и др.

Для определения напряжений и деформаций на участках вала, необходимо уметь определять значение величин внутренних крутящих моментов, действующих на рассматриваемых участках. Для этого используется метод сечений, с помощью которого затем строится диаграмма изменения крутящих моментов по длине стержня – эпюра крутящих моментов [3].

Рассмотрим стержень, составленный из двух разнородных материалов и прочно соединенных друг с другом. Центральный стержень выполнен в виде сплошного цилиндра и изготовлен из материала с модулем сдвига G_1 . Наружный стержень изготовлен в виде полого цилиндра из материала с модулем сдвига G_2 . В дальнейшем условимся, что $G_1 > G_2$ (рис. 1). В этом случае оба стержня при кручении будут работать как единое целое.

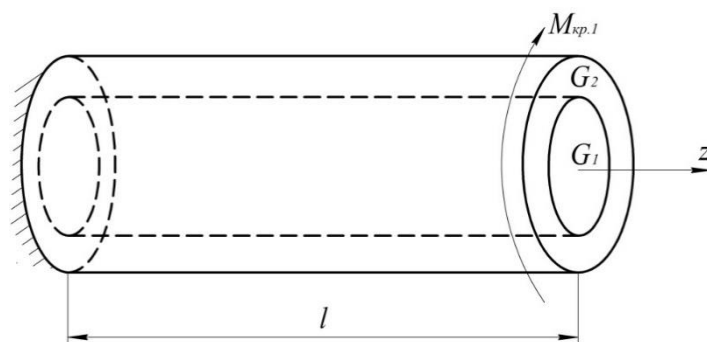


Рис. 1. Цилиндрический стержень, выполненный из двух разнородных материалов, под действием крутящего момента $M_{кр.1}$

Нагрузим стержень с торца крутящим моментом $M_{кр.1}$. Тогда в поперечных сечениях стержня возникает внутренний крутящий момент m_z , представляющий собой равнодействующий момент внутренних силовых факторов [1, с. 110]. При этом применим гипотезу плоских сечений [2, с. 232].

Выделим из центральной части вала кольцевое сечение элементарной длины dz и радиусом кривизны ρ_1 , материал которого имеет модуль сдвига G_1 (рис. 2, *a*). При этом под действием крутящего момента правое кольцевое сечение поворачивается относительно левого на угол $d\varphi$. Образующая поверхность цилиндра MN поворачивается на угол γ_1 и занимает положение MN' . При приближении слоев к оси стержня угол γ_1 уменьшается, и на самой оси он будет равен нулю.

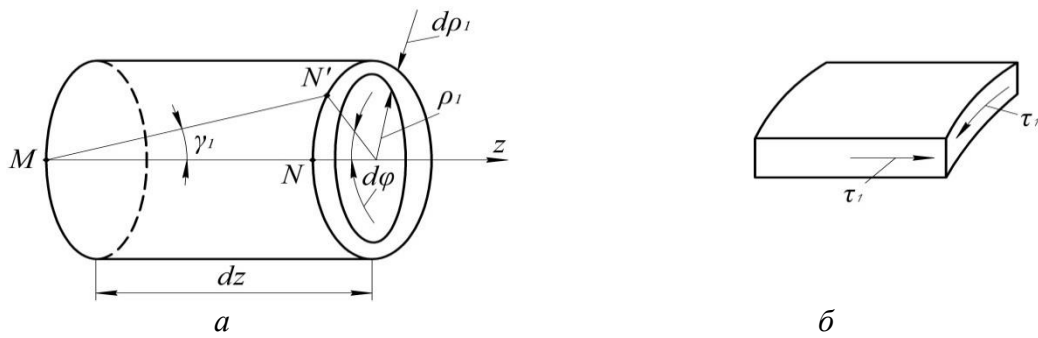


Рис. 2. а – кольцевое сечение вала элементарной длины dz для материала с модулем сдвига G_1 ; б – касательные напряжения τ_1 , возникающие в данном слое цилиндра

Получим связь между углом сдвига и углом закручивания для данного слоя цилиндра:

$$\gamma_1 = \rho_1 \frac{d\varphi}{dz}. \quad (1)$$

На основании закона Гука при чистом сдвиге [2, с. 235] определим величину касательного напряжения τ_1 , возникающего в рассматриваемом слое цилиндра (рис. 2, б):

$$\tau_1 = G_1 \cdot \gamma_1 = G_1 \cdot \rho_1 \frac{d\varphi}{dz}. \quad (2)$$

Аналогичным образом можно получить формулы для нахождения касательных напряжений τ_2 в кольцевом сечении вала элементарной длины dz , радиусом кривизны ρ_2 , материал которого имеет модуль сдвига G_2 :

$$\tau_2 = G_2 \cdot \gamma_2 = G_2 \cdot \rho_2 \frac{d\varphi}{dz}. \quad (3)$$

Полный крутящий момент m_z , действующий в сечениях вала, можно представить как сумму элементарных моментов, действующих в каждом его слое:

$$m_z = \int_{A_1} \tau_1 \cdot \rho_1 \cdot dA_1 + \int_{A_2} \tau_2 \cdot \rho_2 \cdot dA_2, \quad (4)$$

где A_1, A_2 – площади слоев цилиндра из различных материалов с модулями сдвига G_1 и G_2 , соответственно;

dA_1, dA_2 – элементарные площади тех же слоев цилиндра.

Подставим выражения (2), (3) в формулу (4):

$$m_z = G_1 \cdot \frac{d\varphi}{dz} \int_{A_1} \rho_1^2 \cdot dA_1 + G_2 \cdot \frac{d\varphi}{dz} \int_{A_2} \rho_2^2 \cdot dA_2. \quad (5)$$

В выражении (5) интегралы $\int_{A_1} \rho_1^2 \cdot dA_1$ и $\int_{A_2} \rho_2^2 \cdot dA_2$ представляют собой полярные моменты инерции I_{ρ_1} и I_{ρ_2} отдельных частей вала [4, с. 54]. Поэтому формулу (5) можно представить в виде:

$$m_z = (G_1 I_{\rho_1} + G_2 I_{\rho_2}) \frac{d\varphi}{dz}, \quad (6)$$

или

$$m_z = (GI_\rho)_{np} \cdot \frac{d\varphi}{dz}, \quad (7)$$

где $(GI_\rho)_{np} = G_1 I_{\rho_1} + G_2 I_{\rho_2}$ – приведенная жесткость поперечного сечения вала.

Из выражения (7) следует:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{m_z}{(GI_\rho)_{np}}. \quad (8)$$

Подставив выражение (8) в зависимости (2) и (3), окончательно получим формулы для определения касательных напряжений в отдельных частях сечения вала:

$$\tau_1 = \frac{m_z G_1}{(GI_\rho)_{np}} \cdot \rho_1, \quad \tau_2 = \frac{m_z G_2}{(GI_\rho)_{np}} \cdot \rho_2. \quad (9)$$

Если вал состоит из нескольких отдельных частей разнородных материалов, то выражение для определения касательных напряжений в любом слое стержня можно выразить в виде формулы:

$$\tau_i = \frac{m_z G_i}{(GI_\rho)_{np}} \cdot \rho_i, \quad (10)$$

где G_i – модуль сдвига материала слоя, в котором определяют величину касательных напряжений;

ρ_i – радиус кривизны слоя материала с соответствующим модулем сдвига G_i .

Условием статической прочности вала следует считать такое условие, когда максимальные касательные напряжения не превосходят допускаемых напряжений для любого материала слоя [2, с. 238].

Согласно формулам (9) на рис. 3, б приведено распределение касательных напряжений по сечению вала. Как видно из рис. 3, б, касательные напряжения по сечению вала изменяются по линейному закону и в зоне сопряжения разнородных материалов эпюра напряжений терпит разрыв.

Полярный момент инерции части вала сплошного поперечного сечения определяют из формулы [4, с. 54]:

$$I_{\rho 1} = \frac{\pi d_1^4}{32}, \quad (11)$$

где d_1 – диаметр сплошного цилиндра, изготовленного из материала с модулем сдвига G_1 (рис. 3, *a*).

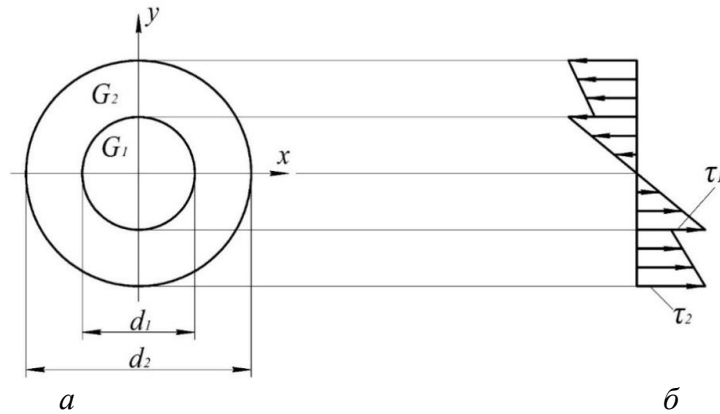


Рис. 3. *a* – поперечное сечение вала, состоящее из двух разнородных материалов; *б* – эпюра распределения касательных напряжений по высоте сечения вала

Формула для определения полярного момента инерции полого вала имеет вид [4, с. 54]:

$$I_{\rho 2} = \frac{\pi d_2^4}{32} - \frac{\pi d_1^4}{32} = \frac{\pi d_2^4}{32} (1 - c^4), \quad (12)$$

где d_2 – наружный диаметр полого цилиндра, изготовленного из материала с модулем сдвига G_2 (рис. 3, *a*);

$c = \frac{d_1}{d_2}$ – отношение внутреннего и наружного диаметров того же полого цилиндра.

Для определения деформации вала при кручении воспользуемся формулой (8), которую преобразуем к виду:

$$d\varphi = \frac{m_z \cdot dz}{(GI_{\rho})_{np}}. \quad (13)$$

Интегрируя полученную формулу (13) в пределах от 0 до l , найдем полный угол закручивания участка вала:

$$\varphi = \frac{m_z \cdot l}{(GI_{\rho})_{np}}, \quad (14)$$

где l – длина вала.

На практике, кроме требований прочности, часто вводится условие жесткости, которое заключается в том, что относительный угол закручивания не должен превышать определенную величину [2, с. 234]:

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{m_z}{(GI_\rho)_{np}} \leq [\theta], \quad (15)$$

где $[\theta]$ – допускаемый угол закручивания вала.

Формула (15) выражает условие жесткости. В ней относительный и допускаемый угол закручивания на единицу длины имеет размерность – радиан.

В случае если стержень изготовлен из однородного материала, то формулы для определения касательных напряжений (10) и для определения углов закручивания участка вала (14) будут соответствовать известным формулам из курса сопротивления материалов [1–4].

Анализируя эпюру распределения касательных напряжений по сечению вала, представленную на рис. 3, б, можно сделать заключение о том, что разнородность материалов, из которых выполнен вал, вносит существенное влияние на значение касательных напряжений в зоне сопряжения материалов («скачок» эпюры τ). А значит, применение формул классического сопротивления материалов в данном случае не допустимо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1999. – 572 с.
2. Подскребко, М. Д. Сопротивление материалов: учебник / М. Д. Подскребко. – Минск: Высш. шк., 2007. – 800 с.
3. Сидоров, В. А. Эпюры внутренних силовых факторов методическое пособие к решению задач по механике материалов для студентов машиностроительных специальностей / В. А. Сидоров, Л. Е. Реут, А. А. Хмелев. – Минск: БНТУ, 2012. – 55 с.
4. Старовойтов, Э. И. Сопротивление материалов: учебное пособие для студентов технических вузов / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 1999. – 220 с.

Поступила 05.04.2022