

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2023-22-2-96-102>

УДК 620.10

Сравнительный анализ перемещений ультразвуковых инструментов изогнутой формы

Канд. техн. наук, доц. В. П. Луговой¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2023
Belarusian National Technical University, 2023

Реферат. В статье приведен теоретический анализ колебаний криволинейного стержня в виде петли малой жесткости, образованного из четверти окружности с постоянным радиусом, ограниченного углом $\pi/2 < \gamma < \pi$, и двух прямолинейных стержней. Указывается, что в практике ультразвуковой технологии известны некоторые разновидности конструкций, в которых использованы упругие элементы в качестве резонаторов, волноводов, трансформаторов колебаний и инструментов для воздействия на обрабатываемые материалы. Их применение позволяет получить дополнительный импульс силы в рабочей зоне за счет использования потенциальной энергии, вызванной действием упругих свойств таких элементов. Однако теоретическому обоснованию использования упругих элементов в ультразвуковых системах уделено недостаточное внимание. В связи с этим настоящая работа посвящена теоретическому обоснованию применения упругого инструмента из тонкого стержня, имеющего форму петли. Представлены схема и расчет перемещений свободного конца криволинейного стержня под действием сил, направленных вдоль продольной оси. Показано, что упругие перемещения обусловлены криволинейной формой в виде дуги окружности изогнутого стержня. Для сравнения приведены расчетные схемы двух типов криволинейного стержня с присоединенным стержнем. В первом случае свободные концы прямолинейных стержней, направленные вертикально вниз, совершают упругие перемещения по двум координатам. Во втором – концы прямолинейных стержней, направленные под некоторым углом к вертикальной оси и сходящиеся в нижней точке в силу симметричности их расположения, совершают вертикальные перемещения лишь по одной координате. Рассмотренная форма изогнутого стержня может быть успешно применена в качестве инструмента для выполнения технологических задач при ультразвуковом способе обработки отверстий в хрупких материалах, точечной сварки и пр. Такая схема в отличие от традиционной схемы ультразвуковой обработки, основанной на использовании прямолинейных стержней, позволяет усилить величину амплитуды колебаний инструмента за счет упругих перемещений криволинейного участка стержня малой жесткости. Предложенная форма позволит увеличить интенсивность колебаний инструмента и повысить производительность процесса и точность обработки. Полученная расчетная формула показывает, что на величину упругих перемещений криволинейного стержней влияют жесткость поперечного сечения и радиус кривизны изогнутой части, а также угол наклона прямолинейного стержня. Теоретический расчет дополнен сравнительным экспериментальным изучением форм Хладни для обеих схем, полученных на поверхности листа с помощью абразивных частиц.

Ключевые слова: криволинейные стержни, теоретический расчет упругих перемещений, ультразвуковые системы

Для цитирования: Луговой, В. П. Сравнительный анализ перемещений ультразвуковых инструментов изогнутой формы / В. П. Луговой // *Наука и техника*. 2023. Т. 22, № 2. С. 96–102. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2023-22-2-96-102>

Адрес для переписки

Луговой Вячеслав Петрович
Белорусский национальный технический университет
ул. Я. Коласа, 22,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-91-01
Vlugovoj@bntu.by

Address for correspondence

Lugovoi Vjacheslav P.
Belarusian National Technical University
22, Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-91-01
Vlugovoj@bntu.by

Comparative Analysis of Movements of Curved Ultrasonic Instruments

V. P. Lugovoi¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper presents a theoretical analysis of vibrations of a curvilinear rod in the form of a loop of low rigidity formed from a quarter of a circle with a constant radius, limited by an angle $\pi/2 < \gamma < \pi$ and two rectilinear rods. It is indicated that in the practice of ultrasonic technology, some types of structures are known in which elastic elements are used as resonators, waveguides, oscillation transformers and instruments for influencing the processed materials. Their use makes it possible to obtain an additional impulse of force in the working area by using the potential energy caused by the action of the elastic properties of such elements. However, insufficient attention has been paid to the theoretical justification of the use of elastic elements in ultrasonic systems. In this regard, the present work is devoted to the theoretical substantiation of the use of an elastic tool made of a thin rod having the shape of a loop. The diagram and calculation of displacements of the free end of a curved rod under the action of forces directed along the longitudinal axis are given in the paper. It is shown that elastic displacements are caused by a curved shape in the form of an arc of a circle of a curved rod. For comparison, calculation schemes of two types of curved rod with an attached rod are given. In the first case, the free ends of the rectilinear rods, directed vertically downwards, make elastic movements along two coordinates. In the second case, the ends of rectilinear rods directed at a certain angle to the vertical axis and converging at the bottom point due to the symmetry of their location, make vertical movements only along one coordinate. The considered shape of the curved rod can be successfully used as a tool for performing technological tasks in the ultrasonic method of processing holes in brittle materials, spot welding, etc. Such a scheme, in contrast to the traditional ultrasonic treatment scheme based on the use of rectilinear rods, makes it possible to increase the magnitude of the vibration amplitude of the instrument due to elastic displacements of the curved section of the rod of low rigidity. The proposed form will increase the intensity of tool vibrations and increase process productivity and processing accuracy. The resulting calculation formula shows that the amount of elastic displacements of curved rods is affected by the cross-sectional stiffness and the radius of curvature of the curved part, as well as the angle of inclination of the rectilinear rod. The theoretical calculation is supplemented by a comparative experimental study of the Chladni forms for both schemes obtained on the sheet surface using abrasive particles.

Keywords: curved rods, theoretical calculation of elastic displacements, ultrasound systems

For citation: Lugovoi V. P. (2023) Comparative Analysis of Movements of Curved Ultrasonic Instruments. *Science and Technique*. 22 (2), 96–102. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2023-22-2-96-102> (in Russian)

Введение

Ультразвуковые системы для осуществления технологических операций (сверления, сварки пластмасс и пр.) содержат акустические системы, состоящие из преобразователя электрических сигналов в механические, резонаторы, усилители колебаний и инструменты, формы которых зависят от вида выполняемых работ (стержня, пластины и пр.).

На производительность ультразвуковой обработки влияют акустические и технологические факторы. К первым относятся частота, амплитуда и тип колебаний, а ко вторым – род материала заготовки и инструмента, скорость относительного перемещения, усилие прижима инструмента [1, 2]. Производительность прошивания отверстий определяется зависимостью

$$Q = \psi(u_0^2 P_{cm})^a f^b, \quad (1)$$

где ψ – коэффициент, зависящий от свойств обрабатываемого материала и абразивной жидкости; u_0 – амплитуда колебаний, мкм; P_{cm} –

сила подачи, Н; f – частота, Гц; a, b – показатель степени, зависящий от условий обработки, $a = 0,5-1,0$; $b = 0,5-1,0$.

При абразивной обработке оказывают влияние также вид и размер абразивных зерен, концентрация абразива в суспензии, глубина обработки и условия сменяемости абразива [3].

Из формулы (1) следует, что численная величина амплитуды колебаний u_0 торца инструмента (или свободного конца стержня) является определяющим фактором, влияющим на производительность и параметры точности размеров заготовки. Как правило, она соответствует амплитуде ультразвуковых колебаний торца концентратора. Поэтому дальнейшее увеличение амплитуды ультразвуковых колебаний может быть достигнуто за счет усовершенствования конструкции инструмента и использования его упругих свойств. В связи с этим вопрос об использовании упругих элементов в качестве инструментов ультразвуковых систем представляет теоретический и практический интерес. Существуют различные варианты решения дан-

ного вопроса видоизменением формы и конструкции инструмента – приданием ему свойств упругих элементов. К их числу относятся спиральные полосы, винтовые пружины, упругие кольца [6], которые служат дополнительными источниками потенциальной энергии ультразвуковых систем.

Анализ использования упругих элементов в качестве элементов ультразвуковых систем ограничен рядом устройств, предложенных для решения технологических задач, которые могут быть использованы в качестве ультразвуковых резонаторов, волноводов или рабочих инструментов. Кольцо в качестве резонатора предложено в устройстве [4], которое может быть применено для операций упрочнения, резания, разборки деталей и т. д. Устройство включает в себя (рис. 1) преобразователь колебаний 1, резонатор 2, выполненный в виде упругого цилиндра, трансформатора колебаний 3 и инструмента. Кольцевидный резонатор является согласующим звеном в акустической системе, одна из собственных частот колебаний которого должна быть равна частоте возбуждения. Резонатор такой формы позволяет накапливать реактивную упругую энергию, усилить амплитуды колебаний между верхней и нижней точками цилиндра и передать усиленные колебания инструменту через конический волновод. Устройство может быть выполнено в различных вариантах конфигурации резонатора в виде цилиндра или эллипсоида. В этом случае переменное поперечное сечение достигается в резонаторе при эксцентричном положении наружной и внутренней цилиндрических поверхностей цилиндра. Однако предложенная конструкция акустической системы отличается сравнительно повышенными поперечными размерами резонатора и сложностью изготовления.

Кольцевая форма волновода ультразвуковой системы предложена в устройстве [5]. В данной схеме кольцевой волновод является переходным звеном между коническим трансформатором колебаний и инструментом (рис. 2а). Как и в предыдущем примере, усиление механических колебаний инструмента достигается, если кольцо выполнить с переменным сечением (рис. 2б). Данное устройство, предложенное для сверления отверстий малого диаметра в хрупких материалах, позволило повысить производительность обработки [6].

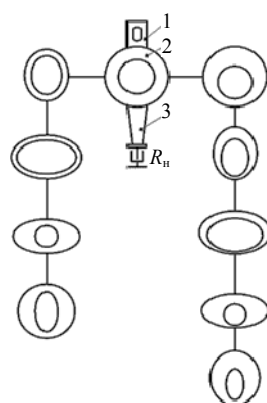


Рис. 1. Ультразвуковая система с кольцевым резонатором

Fig. 1. Ultrasound system with ring resonator

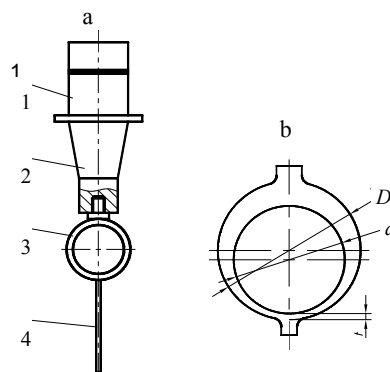


Рис. 2. Ультразвуковая система с кольцевым волноводом

Fig. 2. Ultrasound system with ring waveguide

Использование упругих элементов в качестве инструментов в виде плоской или свернутой в спираль ленты предложено на рис. 3 [7, 8]. Устройство (рис. 3а) содержит в качестве инструмента плоскую упругую ленту или проволоку, предназначено для обработки кромок пазов. Свернутая в петлю эластичная лента позволяет обеспечить равномерное прилегание к краям обрабатываемого паза в процессе работы.

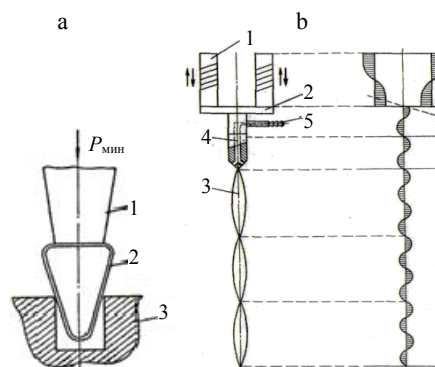


Рис. 3. Ультразвуковые системы с упругой полосой: а – плоской; б – спиральной

Fig. 3. Ultrasound system with elastic strip: а – flat strip; б – spiral strip

Лента, свернутая по длине и кратная половине длины изгибной волны, предложена для обработки труднодоступных внутренних поверхностей и каналов (рис. 3b). Источником колебаний служат два вибратора 1, установленных на соединительном элементе 2. Колебания вибраторов в устройстве знакопеременны. Это позволяет изменять одновременно направление смещений и угловой поворот соединительного элемента, вызывая изгибные колебания в ленте 3. Эластичная лента спиральной формы, соединенная с волноводом 4, образует резонансную систему

В волноводе предусмотрено отверстие для подачи жидкости через штуцер 5. Эластичность ленты позволяет проникать в криволинейные участки каналов.

Приведенные примеры конструкций ультразвуковых систем свидетельствуют о целесообразности использования упругих элементов в ультразвуковых технологических системах с целью расширения области их применения и повышения эффективности работы, что требует дальнейших теоретических и экспериментальных исследований в области совершенствования конструкций акустических систем. Одним из таких возможных путей развития ультразвуковой техники является совершенствование конструкции инструмента в виде криволинейного стержня,

Расчет перемещений криволинейных стержней

Расчет перемещений упругого криволинейного стержня (рис. 4) с постоянным поперечным сечением приведен в [9, 10].

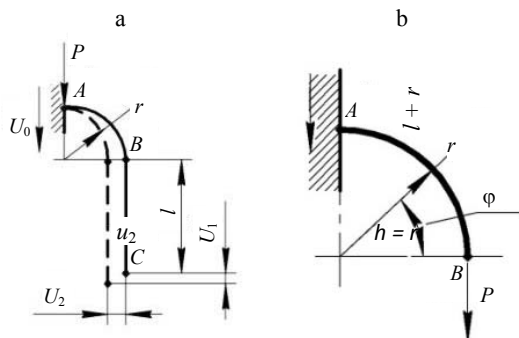


Рис. 4. Схемы перемещений: а – одностороннего криволинейного стержня; б – расчетная

Fig. 4. Movement diagrams: a – unilateral curved rod; b – calculated scheme

Криволинейный стержень образован из четверти окружности длиной AB с постоянным радиусом r и продольного стержня BC (рис. 4a). Присоединенный к источнику ультразвуковых колебаний упругий элемент получает кинематическое возбуждение вынужденных гармонических плоскопараллельных колебаний (перемещений) в точке A величиной $u_0 = a \cos \omega t$. Свободный конец стержня в точке C получает упругое перемещение u_1 от действия силы P (рис. 4b). Сделав допущение о том, что прямолинейный участок в процессе колебаний не изменяет своей первоначальной длины l , т. е. вертикальные перемещения прямолинейного участка в точках B и C будут одинаковыми, получено уравнение перемещения свободного конца стержня, состоящего из суммы перемещений от кинематического возбуждения u_0 и упругих перемещений u_1 [7], вызванных действием силы P :

$$u = u_0 + u_1. \quad (2)$$

Для экспериментального изучения формы колебаний стержня использована проволока, изготовленная из стали марки 65Г, с круглым поперечным сечением диаметром 1 мм.

Перемещение u_1 свободного конца криволинейного стержня от действия силы P можно вычислить, используя интеграл Мора [9]:

$$u = \frac{P}{EI} \int_0^{\gamma} M_Q M_1 d\varphi.$$

Изгибающие моменты M_Q и M_1 от действия внешней и единичной сил запишутся в виде:

$$M_Q = Q_r R \sin \varphi + Q_l (1 - \cos \varphi);$$

$$M_1 = 1R \sin \varphi.$$

Вычислив интеграл Мора, получим [9]

$$\begin{aligned} u_1 &= \int \frac{M_Q M_1}{EI} ds = \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{PR^3}{EI} (0,64 - \cos \varphi)^2 d\varphi = \frac{PR^3}{EI}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим теперь другую симметричную стержневую систему, состоящую из двух ча-

стей: криволинейного участка в виде дуги полуокружности и двух примыкающих к ней наклонных прямолинейных стержней, сходящихся на нижнем конце (рис. 5а).

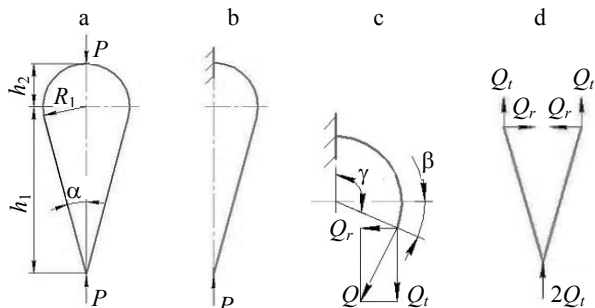


Рис. 5. Схемы действия сил на замкнутый криволинейный стержень

Fig. 5. Schemes of forces acting on closed curvilinear rod

Расчетную схему можно представить как одну из половин этого криволинейного стержня, закрепленного в верхней точке неподвижно (рис. 5б). Внутреннее усилие в стержне Q , направленное вдоль оси стержня, разложим на две составляющие: горизонтальную Q_r и вертикальную Q_t . Первая вызывает изгиб стержня, а вторая – сжатие (рис. 5с). Оставшаяся часть сходящихся ветвей подвержена сжатию удвоенной силы Q . Из рис. 5 видно, что угол $\gamma = \pi + \beta$. В точке сопряжения радиусной кривой с прямолинейным стержнем при $\gamma > \pi/2$ перемещение будет вызвано действием горизонтальной и вертикальной составляющих силы Q [12, 13]:

$$u_r = \frac{R^3}{EI} (Q_r u_{rr} + Q_t u_{rt});$$

$$u_t = \frac{R^3}{EI} (Q_r u_{tr} + Q_t u_{tt}).$$

Учитывая, что силы в противоположных стержнях равны между собой и направлены друг против друга $Q'_r = Q''_r$ (рис. 5г), равными окажутся и горизонтальные перемещения от действия этих сил $u'_r = u''_r$.

Учитывая, что

$$u_{tt} = \int_0^\gamma (1 - \cos \gamma)^2 d\gamma,$$

получим

$$u_t = \frac{R^3}{EI} Q_t (3\gamma - 4 \sin \gamma + \sin \gamma \cos \gamma).$$

Уравнение для расчета вертикального перемещения свободного конца криволинейного стержня симметричной формы

$$u_t = \frac{R^3}{EI} Q_t u_{tt},$$

или

$$u_t = \frac{R^3}{EI} Q_t (3\gamma - 4 \sin \gamma + \sin \gamma \cos \gamma). \quad (4)$$

Полученная формула (4) позволяет произвести численные расчеты перемещений свободного конца криволинейного стержня для различных конструктивных исполнений.

Внутреннее горизонтальное усилие в стержне Q_r вызывает его изгиб, а вертикальное Q_t – сжатие (рис. 1б, д). Оставшаяся часть сходящихся ветвей подвержена сжатию удвоенной силы Q (рис. 1с). В точке сопряжения радиусной кривой с прямолинейным стержнем при $\gamma > \pi/2$ перемещение будет вызвано действием обеих сил, которые можно вычислить по формулам [13]:

$$Q_t = \frac{1}{2} P \sin \beta,$$

$$u_t = \frac{R^3}{EI} (Q_r u_{tr} + Q_t u_{tt}). \quad (5)$$

При этом горизонтальные составляющие сил в стержнях равны между собой и направлены друг против друга, т. е. $Q'_r = Q''_r$, а следовательно, равными будут и горизонтальные перемещения от действия этих сил $u'_r = u''_r$.

Подставив в формулу $Q_t = \frac{1}{2} P \sin \beta$, получим

$$u_t = \frac{R^3}{EI} Q_t (3\gamma - 4 \sin \gamma + \sin \gamma \cos \gamma). \quad (6)$$

Окончательно уравнение для расчета вертикального перемещения свободного конца криволинейного стержня симметричной формы будет иметь вид

$$u_t = \frac{R^3}{EI} Q_t u_n,$$

или

$$u = \frac{R^3}{EI} Q_t (3\gamma - 4 \sin \gamma + \sin \gamma \cos \gamma). \quad (7)$$

Полученная формула (7) позволяет определить рациональный угол наклона боковых ветвей

$$u_n = \frac{Q_t R^3}{EI} \left[3\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) - 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) \right]. \quad (8)$$

Из рис. 4 видно, что угол $\gamma = \frac{\pi}{2} + \beta$.

Заменив значение внутренней силы на внешнюю $Q_t = \frac{P}{2}$ в формуле (8), окончательно получим

$$u_n = \frac{PR^3}{2EI} [3\gamma - 4 \sin \gamma + \sin \gamma \cos \gamma]. \quad (9)$$

Рассчитаем численное значение вертикальных перемещений при различных углах наклона стержней при:

$$\beta = 0^\circ, \quad \gamma = \frac{\pi}{2} \rightarrow u_n = 0,35 \frac{3R^3}{EI};$$

$$\beta = 30^\circ, \quad \gamma = \frac{2\pi}{3} \rightarrow u_n = 2,2 \frac{PR^3}{EI};$$

$$\beta = 45^\circ, \quad \gamma = \frac{5\pi}{4} \rightarrow u_n = 1,4 \frac{PR^3}{EI};$$

$$\beta = 60^\circ, \quad \gamma = \frac{5}{6}\pi \rightarrow u_n = 0,87 \frac{PR^3}{EI}.$$

Результаты численных расчетов показывают, что при действии вертикальной статической силы на изогнутую упругую петлю наибольшие вертикальные перемещения образуются, если угол наклона боковых ветвей составляет к оси симметрии $\beta = 30^\circ$.

Визуальная оценка формы колебаний таких криволинейных стержней при действии ультразвуковых колебаний частотой 21 кГц получена изучением фигур Хладни. Стоячие волны реги-

стрировались на колеблющейся пластине, обсыпанной мелким порошком, на которой порошок смещается из пучностей с наибольшей амплитудой колебаний в узлы, где последние отсутствуют. Из фотографии (рис. 6а) видно, что у незамкнутого криволинейного стержня наблюдается разброс порошка, вызванный боковыми колебаниями изогнутой части. Фигуры Хладни (рис. 6б), образованные вокруг замкнутого стержня, имеют симметричный характер, демонстрируя преобладание продольных колебаний, направленных от свободного конца стержня.

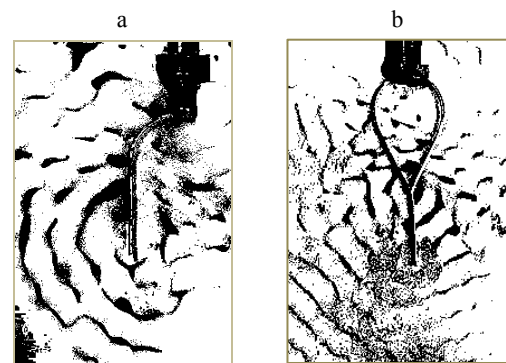


Рис. 6. Фотографии фигур Хладни вокруг криволинейного стержня: а – незамкнутого; б – замкнутого

Fig. 6. Photographs of Chladni figures around curvilinear rod: a – unclosed rod; b – closed rod

ВЫВОДЫ

1. Теоретически показано, что использование тонких криволинейных стержней с петлеобразной формой позволяет получить благодаря упругим свойствам изогнутой части продольные перемещения свободного конца.

2. Симметричная форма петлеобразного криволинейного стержня позволяет усилить осевые упругие перемещения инструмента, на величину которых влияют усилие осевого сжатия и геометрические параметры криволинейного участка (угол и радиус кривизны криволинейного участка, угол конусности стержней и жесткость поперечного сечения стержня). Наибольшая величина вертикальных перемещений свободного конца достигается при наклоне его ветвей на угол 45° .

3. Предложенная форма криволинейных стержней может найти практическое применение для прошивания отверстий в хрупких материалах, сварки, очистки каналов и пр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марков, А. И. Ультразвуковое алмазное сверление и фрезерование хрупких неметаллических материалов / А. И. Марков, И. Д. Устинов. М.: Машиностроение, 1979. 39 с.
2. Розенберг, Л. Д. Ультразвуковая размерная обработка хрупких материалов / Л. Д. Розенберг, Д. Ф. Яхимович. М.: Профиздат, 1961. 284 с.
3. Амитан, Г. Л. Справочник по электрохимическим и электрофизическим методам обработки / Г. Л. Амитан, И. А. Байсупов, Ю. М. Барон. Л.: Машиностроение, 1988. 719 с.
4. Ультразвуковая колебательная система с промежуточным резонатором: пат. 2106205 СССР, МКИ В 06 В3/00 / В. Н. Аленичев, Л. О. Макаров, А. А. Рухман. Оpubл. 10.03.1998.
5. Ультразвуковой инструмент для обработки отверстий: пат. РФ № 8169, МПК В 24 В1/04 / И. В. Луговой, В. Т. Минченя, В. П. Луговой. Оpubл. 25.04.1979.
6. Луговой, В. П. Прошивание отверстий в ювелирных камнях с использованием ультразвуковых систем с кольцевыми концентраторами / В. П. Луговой, В. Т. Минченя, И. В. Луговой // Дизайн. Теория и практика. 2015. Вып. 22. С. 36–46.
7. Ультразвуковой инструмент: А. с. 382439 СССР, МКИ В 06 В3/00 / А. А. Горбунов, В. М. Салтанов, В. Г. Моисеев, Н. В. Савенков, Е. П. Калинин. Оpubл. 23.05.1973.
8. Излучатель изгибных колебаний: а. с. 657868 СССР, МКИ В 06 В1/00 / Ю. С. Андреев, В. Н. Бокановски. Оpubл. 25.04.1979.
9. Андреева, Л. Е. Упругие элементы приборов / Л. Е. Андреева. М.: Машиностроение, 1981. 392 с.
10. Луговой, В. П. Теоретический анализ перемещений тонких стержней изогнутой формы / В. П. Луговой // Наука и техника. 2021. Т. 20, № 5. С. 399–404. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-5-399-404>
11. Луговой В. П. Сравнительный анализ колебаний ультразвуковых концентраторов кольцевой формы / В. П. Луговой, В. В. Луговой // Наука и техника. 2021. Т. 20, № 2. С. 121–126. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-2-121-126>.
12. Тимошенко, С. П. Сопротивление материалов / С. П. Тимошенко; пер. с англ. М.: Наука, 1965. Т. 1: Элементарная теория и задачи. 364 с.
13. Писаренко, Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. 2-е изд. Киев: Наук. думка, 1988. 736 с.

Поступила 22.11.2022

Подписана в печать 30.01.2023

Опубликована онлайн 31.03.2023

REFERENCES

1. Markov A. I., Ustinov I. D. (1979) *Ultrasonic Diamond Drilling and Milling of Brittle Non-Metallic Materials*. Moscow, Mashinostroenie Publ. 39 (in Russian).
2. Rosenberg L. D., Yakhimovich D. F. (1961) *Ultrasonic Dimensional Machining of Brittle Materials*. Moscow, Profizdat Publ. 284 (in Russian).
3. Amitan G. L., Baisupov I. A., Baron Yu. M. (1988) *Handbook on Electro-Chemical and Electrophysical Processing Methods*. Leningrad, Mashinostroenie Publ. 719 (in Russian).
4. Alenichev V. N., Makarov L. O., Rukhman A. A. (1998) *Ultrasonic Oscillatory System with an Intermediate Resonator*. Patent USSR No 2106205 (in Russian).
5. Lugovoy I. V., Minchenya V. T., Lugovoy V. P. (1979) *Ultrasonic Tool for Hole Machining*. Patent of the Republic of Belarus No 8169 (in Russian).
6. Lugovoy V. P., Minchenya V. T., Lugovoy I. V. (2015) Sewing Holes in Jewelry Stones Using Ultrasonic Systems with Ring Concentrators. *Dizain. Teoriya i Praktika* [Design. Theory and Practice], (22), 36–46 (in Russian).
7. Gorbunov A. A., Saltanov V. M., Moiseev V. G., Savenkov N. V., Kalinin E. P. (1973) *Ultrasonic Instrument*. Certificate of Authorship USSR No 382439 (in Russian).
8. Andreev Yu. S., Bokanovsky V. N. (1979) *Flexural Vibration Emitter*. Certificate of Authorship USSR No 657868 (in Russian).
9. Andreeva L. E. (1981) *Elastic Elements of Devices*. Moscow, Mashinostroenie Publ. 392 (in Russian).
10. Lugovoi V. P. (2021) Theoretical Analysis of Thin Curved Rod Displacements. *Nauka i Tekhnika = Science & Technique*, 20 (5), 399–404. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-5-399-404> (in Russian).
11. Lugovoi V. P., Lugovoi V. V. (2021) Comparative Analysis of Vibrations of Ring-Shaped Ultrasonic Concentrators. *Nauka i Tekhnika = Science & Technique*, 20 (2), 121–126. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-2-121-126> (in Russian).
12. Timoshenko S. P. (1940) *Strength of Materials. Vol. 1. Elementary Theory and Problems*. NY, Van Nostrand.
13. Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveev V. V. (1988) *Handbook on the Resistance of Materials*. 2nd ed. Kiev, Naukova Dumka Publ. 736 (in Russian).

Received: 22.11.2022

Accepted: 30.01.2023

Published online: 31.03.2023