

температура в зоне воздействия лазерного луча при одинаковой его плотности и, как следствие, микротвердость поверхности в месте действия луча по сравнению с участком с меньшей отражательной способностью.

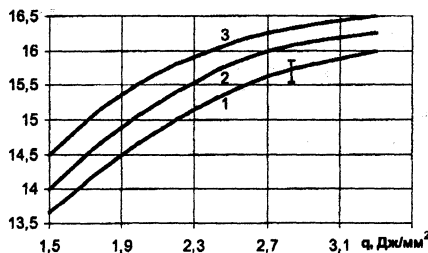


Рис. 3. Зависимость микротвердости поверхности образца из сплава ВК6 от плотности энергии лазерного излучения при коэффициенте отражения R: 1 – 83 %; 2 – 59 %; 3 – 19 %

На основании выполненных исследований установлено, что, варьируя режимами лазерной обработки, можно, наряду с улучшением эксплуатационных показателей работоспособности поверхностей с переменным уровнем отражательной способности, добиться улучшения характеристик качества рабочих поверхностей твердосплавных деталей штампов.

УДК 621.9.048.7

О. Г. Девойно, А. Л. Кочеров, А. П. Пилипчук

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМОДОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЛАЗЕРА КАК ЭТАП СИНТЕЗА ТЕХНОЛОГИИ ОПЛАВЛЕНИЯ ГАЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

Белорусская государственная политехническая академия  
Минск, Беларусь

Комбинированная технология формирования износостойких покрытий, включающая газотермическое напыление порошковых материалов и последующее их оплавление лучом лазера, в настоящее время является одним из перспективных способов поверхностного упрочнения металлических деталей, позволяющим получить материалы с заранее заданными свойствами [1, 2]. На эффективность процесса лазерного оплавления существенное влияние оказывают параметры лазерного излучения (ЛИ) и, в частности, характер распределения энергии по сечению

лазерного луча [2–4]. Однако, в большинстве известных работ, посвященных моделированию процесса лазерной обработки, рассматриваются упрощенные модели, что, естественно, приводит к большим погрешностям при численной реализации разработанных моделей.

Основу изучения тепловых полей, возникающих в обрабатываемой детали под воздействием ЛИ, составляет уравнение теплопроводности, которое может быть записано в виде [3]:

$$c\gamma(T)\frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{W} = Q(x, y, z, t), \quad (1)$$

где  $\vec{W} = -\lambda(T)\overline{\operatorname{grad}T}$  – тепловой поток;

$c\gamma$  – объемная теплоемкость;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности;

$Q(x, y, z, t)$  – объемная плотность тепловых источников.

Вполне очевидно, что точность расчета температурного поля обусловлена адекватностью модели (1). Здесь уместно заметить, что выявлению и учету особенностей правой части модельного представления (1) уделяется значительное внимание. Сюда следует отнести, в частности, учет температурной зависимости теплоемкости и теплопроводности обрабатываемых материалов. С другой стороны, учет особенностей пространственно-временной структуры теплового источника наталкивается на ряд существенных затруднений. Это в первую очередь относится к многомодовому режиму излучения лазера [2].

Для рассматриваемой задачи лазерной обработки  $Q(x, y, z, t)$  задается в виде граничного условия (например, при  $z=0$ ) на поверхности обрабатываемой детали. Причем пространственная структура поверхностного источника тепла повторяет распределение интенсивности ЛИ  $I(x, y)$  по поверхности материала [2–4]. Наиболее распространенными аналитическими представлениями распределения интенсивности ЛИ являются равномерное и гауссовское, которые в случае многомодового излучения очень грубо и неточно описывают реальный поток мощности ЛИ и в силу этого не могут быть признаны адекватными.

Данное положение проиллюстрировано на рис. 1, где представлено экспериментальное нормированное одномерное распределение интенсивности ЛИ  $K(x)$  многомодового лазера «Комета-2». На рис. 1, кроме того, изображены равномерная  $R(x)$  и гауссовская  $G(x)$  аппроксимации, построенные в предположении

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) dx.$$

Для оценки ошибки аппроксимации будем использовать функционал

$$\psi[H] = \int_{-\infty}^{\infty} |K(x) - H(x)| dx \cdot \left( \int_{-\infty}^{\infty} K(x) dx \right)^{-1}, \quad (2)$$

что дает  $\psi[R] \approx 40,7\%$  и  $\psi[G] \approx 55,8\%$  соответственно. Полученные оценки точности аппроксимации свидетельствуют о необходимости поиска новых способов аналитического описания распределения интенсивности излучения многомодового лазера.

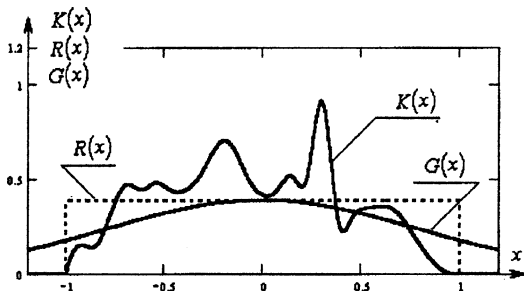


Рис. 1. Экспериментальное распределение интенсивности ЛЛ  $K(x)$ , равномерная  $R(x)$  и гауссовская  $G(x)$  аппроксимации

Основной идеей решения сформулированной задачи является аналитическое представление моделей распределения интенсивности излучения многомодового лазера в виде многообразия сдвигов базисной функции.

Отправным пунктом предлагаемого представления являются работы американского ученого Н. Винера, развитые в дальнейшем советским математиком Н.И. Ахиезером [5, 6]. В этих работах доказана возможность аппроксимации произвольной функции  $K(x)$  математической конструкцией  $W(x, N)$  вида

$$W(x, N) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot F(x - \lambda_n), \quad (3)$$

которая, по сути, является линейным многообразием сдвигов базисной функции  $F(x)$ . Данное аналитическое представление полностью определено вектором параметров, составленным из значений коэффициентов разложения

$$\{A_n\}_N = \{A_1, \dots, A_N\}$$

и величин соответствующих сдвигов

$$\{\lambda_n\}_N = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}.$$

Особенностью полученных Винером доказательств является то, что процесс их получения существенно различается для пространства  $L_1$  абсолютно суммируемых функций и пространства  $L_2$  функций с суммируемым квадратом. Кроме того, отсутствуют процедуры вычисления параметров сдвиговых приближений, что делает малоприменимым их практическое применение.

Если область определения  $\mathfrak{A}$  функции  $K(x)$  имеет бесконечную меру, то между двумя рассмотренными выше классами ( $L_1$  и  $L_2$ ) не существует строгого отношения включения. Это приводит к ряду особенностей их практического применения. Физически это означает, в частности, что если амплитуда поля описывается функцией  $K(x) \in L_1$ , то поток мощности такого поля, описываемый интегралом от квадрата функции ( $K^2(x)$ ), может быть бесконечным. Для того чтобы получаемые аналитические представления удовлетворяли закону сохранения энергии, определим класс допустимых функций  $L$  как множество суммируемых функций с интегрируемым квадратом, т.е.

$$L = L_1 \cap L_2.$$

Такое определение наполняет параметры получаемых моделей физическим смыслом и, кроме того, позволяет продуктивно использовать и основные математические свойства пространств  $L_1$  и  $L_2$ , такие как теорему Планшереля, ограниченность интегралов, свойство Фурье преобразования функции пространства  $L$  и аксиому треугольника для метрик евклидова пространства  $L$ .

Идея построения доказательной базы основана на использовании теоремы об аппроксимации сверткой в трактовке Винера, которая выявляет условия, при которых произвольная свертка функций  $A(x) \in L$  и  $F(x) \in L$  сколь угодно близко приближается к аппроксимируемой функции  $K(x) \in L$ . Детали доказательства определяют условия, при которых сдвиговое приближение стремится к свертке и тем самым, в силу аксиомы треугольника сколь угодно близко приближается к  $K(x) \in L$ .

Такие условия найдены. Они касаются выбора базисной функции разложения и способа построения сетки сдвигов, а именно:

- Фурье-преобразование базисной функции может обращаться в нуль лишь на множестве конечной меры;
- способ построения сетки сдвигов должен быть выбран так, чтобы при безграничном увеличении числа сдвигов максимальное расстояние между сдвигами асимптотически стремилось к нулю.

Выполнение этих условий обеспечивает возможность сколь угодно близкого приближения сдвигового многообразия (3) к аппроксимируемой функции  $K(x) \in L$ . Причем общей закономерностью является увеличение точности аппроксимации с ростом числа членов разложения (3).

В ходе построения доказательной базы получена вычислительная процедура нахождения коэффициентов разложения  $\{A_n\}_N$  по результатам интегрирования обратного преобразования Фурье от частного Фурье преобразований исходной функции  $k(u)$  и базисной функции  $f(u)$ :

$$A_n = \int_{\Omega_n} A(x) dx = \int_{\Omega_n} \mathfrak{F}^{-1}\{a(u)\} dx = \int_{\Omega_n} \mathfrak{F}^{-1}\left\{\frac{k(u)}{f(u)}\right\} dx, \quad n = \overline{1, N}, \quad (4)$$

где  $\mathfrak{F}^{-1}\{a(u)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} a(u) \cdot e^{iux} du$  – оператор обратного преобразования

Фурье;

$\Omega_n$  – элемент счетной непересекающейся системы областей  $\{\Omega_n\}_N$ , причем каждый элемент  $\Omega_i$  содержит одну и только одну точку  $\lambda_i$  из сетки разложения  $\{\lambda_n\}_N$  и  $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$  для всяких  $i \neq j$ .

Практическое применение процедуры (4) часто наталкивается на значительные трудности, поэтому найдена вычислительная процедура, основанная на оценивании коэффициентов разложения по методу наименьших квадратов, которая позволяет определять наилучшее в смысле значения квадратической ошибки аппроксимации приближение. Применение данной вычислительной процедуры сводит нахождение коэффициентов разложения к решению линейного векторно-матричного уравнения. Данная процедура алгоритмична, а результаты вычислений определяют наилучшее (в смысле квадратичной ошибки) приближение [7]. Кроме того, можно показать, что сдвиговые модели (3) удовлетворяют свойству линейности.

Для решения уравнения теплопроводности (1) в качестве базисной функции  $F(x)$  разложения (3), на наш взгляд, предпочтительнее всего использование гауссовой функции. Данный выбор основывается на том, что гауссова функция удовлетворяет необходимому требованию к базисной (ее Фурье-преобразование не обращается в нуль на всей прямой), а кроме того, гауссоида является собственной функцией линейного стационарного уравнения теплопроводности. Поэтому в ряде случаев решение уравнения (1) можно находить как суперпозицию все тех же гауссовских функций.

В заключение приведем пример построения аналитической модели описанного выше экспериментального распределения многомодового ЛИ. В качестве базисной функции выберем гауссоиду

$$F(x) = \exp\left[-(\alpha x^2)/2\right],$$

где  $\alpha$  – параметр формы кривой Гаусса.

Положим  $\alpha = 100$  (вопрос параметризации базисной функции в данной статье детально не рассматривается). Для равномерной сетки сдвигов и  $N = 10$  получим модель (3) с параметрами

$$\{\lambda_n\}_{10} = \{-0,9; -0,7; -0,5; -0,3; -0,1; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\};$$

$$\{\lambda_n\}_{10} = \{0,072; 0,395; 0,327; 0,467; 0,508; 0,264; 0,641; 0,143; 0,329; 0,027\}.$$

При этом точность аппроксимации составила  $\psi \approx 13,6\%$ ; при числе сдвигов  $N = 20$  точность  $\psi \approx 9,8\%$ , а при  $N = 30$  –  $\psi \approx 6,4\%$ . На рис. 2 построено приближение  $W(x, 10)$  экспериментального распределения интенсивности ЛИ  $K(x)$ .

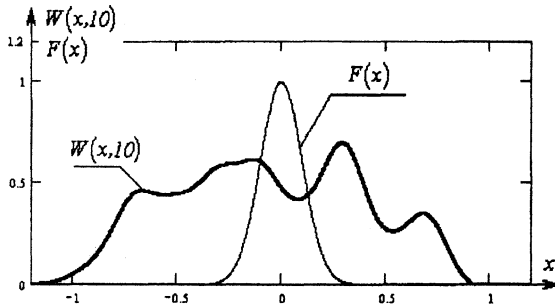


Рис. 2. Аналитическая модель  $W(x, 10)$  и базисная функция  $F(x)$ .

Таким образом, описанный выше способ представления модели распределения интенсивности многомодового ЛИ позволяет более точно учесть особенности взаимодействия излучения и обрабатываемой поверхности. Тем самым повышается степень адекватности модели реальному процессу лазерного оплавления газотермических покрытий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хасуи А., Моригаки О. Наплавка и напыление / Пер. с яп. В.Н. Попова; Под ред. В.С. Степина, Н.Г. Шестеркина. – М.: Машиностроение, 1985. – 240 с.
2. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов: Справочник / Н.Н. Рыкалин, А.А. Углов, И.В. Зуев, А.Н. Кокора. – М.: Машиностроение, 1985. – 496 с.
3. Григорьянц А.Г. Основы лазерной обработки материалов. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.
4. Процессы плазменного нанесения покрытий: Теория и практика / А.Ф. Ильющенко, С.П. Кундас и др.; Под ред. А.П. Достанко, П.А. Витязя. – Мн.: Научный центр исследований политики и бизнеса «Армита», – 1999. – 544 с.
5. Винер Н. Интеграл Фурье и его приложения / Пер. с англ. Н.Я. Виленкина. – М.: Физматгиз, 1963. – 256 с.
6. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. – М.: Наука, 1965. – 407 с.
7. Кочеров А.Л. Способ определения оптимальных коэффициентов разложения при сдвиговой аппроксимации функций // Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях: Материалы первой междунар. конф. / Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси. – Минск, 1998. – Т.1. – С.124-127.