УДК 539.3.

Г. С. Соколовский

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Известно реологическое уравнение модели, описывающей поведение металлов при ползучести, представленное в дифференциальной форме [1].

Запишем это уравнение для произвольного слоя биметаллической полосы, параллельного поверхности соединения, для каждого металла в отдельности:

$$\left.\begin{aligned} A_1\frac{\partial^2\sigma_1(t,y)}{\partial t^2}+B_1\frac{\partial\sigma_1(t,y)}{\partial t}+C_1\sigma_1(t,y)=D_1\frac{\partial^2\varepsilon_1(t,y)}{\partial t^2}+G_1\frac{\partial\varepsilon_1(t,y)}{\partial t},\\ A_2\frac{\partial^2\sigma_2(t,y)}{\partial t^2}+B_2\frac{\partial\sigma_2(t,y)}{\partial t}+C_2\sigma_2(t,y)=D_2\frac{\partial^2\varepsilon_2(t,y)}{\partial t^2}+G_2\frac{\partial\varepsilon_2(t,y)}{\partial t},\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где $\sigma(t,y)$, $\varepsilon(t,y)$ – нормальное напряжение в поперечном сечении полосы и деформация, а A, B, C, D, G – коэффициенты, зависящие от реологических характеристик металлов.

Представим условие совместности деформаций на поверхности соединения металлов в виде:

$$\varepsilon_2(t,0)=\varepsilon_1(t,0)+(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T. \tag{2}$$

Приняв допущение о линейности распределения продольных деформаций биметаллической полосы в поперечном сечении, получим закон изменения этих деформаций в виде:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1(t,y)&=\varepsilon_1(t,0)+k(t)y,\\ \varepsilon_2(t,y)&=\varepsilon_1(t,0)+(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T+k(t)y,\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $k(t)$ – временной коэффициент пропорциональности.

Уравнения равновесия внутренних сил, действующих в поперечном сечении полосы, представим следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^{h_1}\sigma_1(t,y)dy+\int_{-h_2}^{0}\sigma_2(t,y)dy=\frac{P}{b},\\&\int_0^{h_1}\sigma_1(t,y)ydy+\int_{-h_2}^{0}\sigma_2(t,y)ydy=\frac{M_0(\bar{P})}{b},\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

где P – растягивающая сила, b – ширина полосы.

Для того чтобы перейти от системы дифференциальных уравнений в частных производных (1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, поступим в соответствии с изложенным в [2] способом. Дважды проинтегрируем систему (1) по dy и ydy в пределах $[-h_2, h_1]$, где h_1 и h_2 – толщины слоев полосы.

Обозначим:

$$x_1=\int_0^{h_1}\sigma_1(t,y)dy,\quad x_2=\int_0^{h_1}\sigma_1(t,y)ydy,$$
$$x_3=\varepsilon_1(t,0)=\varepsilon_1(t),\quad x_4=k(t).$$

Далее, аналитически решив линейную систему алгебраических уравнений относительно вторых производных, получим:

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{x}_1=f_1(x_1,\dot{x}_1,\dot{x}_2,\dot{x}_3,\dot{x}_4,A,B,C,D,G),\\&\ddot{x}_2=f_2(x_2,\dot{x}_2,\dot{x}_3,\dot{x}_4,A,B,C,D,G),\\&\ddot{x}_3=f_3(x_1,x_2,\dot{x}_1,\dot{x}_2,\dot{x}_3,\dot{x}_4,A,B,C,D,G),\\&\ddot{x}_4=f_4(x_1,x_2,\dot{x}_1,\dot{x}_2,\dot{x}_3,\dot{x}_4,A,B,C,D,G)\end{aligned}\right\}\qquad(5)$$

Дальнейшее решение задачи деформирования биметаллической полосы требует применения численных методов. Интегрирование системы дифференциальных уравнений (5) методом Эйлера позволяет определить при заданных начальных условиях скорость и величину полной деформации биметаллической полосы.

С помощью предложенного метода был выполнен численный расчет ползучести биметаллических медь-алюминиевых полос. Точность способа интегрирования системы дифференциальных уравнений (5) методом Эйлера проверялась проведением проверочного расчета по методу Рунге – Кутта. Анализ полученных результатов показал, что оба метода дают сопоставимые решения. Различие в по-лученных числовых значениях деформации ползучести отличаются не более чем на 3%. Однако метод Эйлера более приемлем с точки зрения меньшей трудоем-кости вычислительных процедур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шульман З.П., Ковалев Я.Н., Зальцгендлер Э.А. Реофизика конгломератных материалов. – Минск: Наука и техника, 1978. – 238 с. 2. Бахвалов Н.С., Панасенко. Г.П. Осреднение процессов в периодических сферах: Мат. задачи механики композиционных материалов. – М.: Наука, 1984. – 352 с.

УДК 539.3

Г. С. Соколовский

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЗУЧЕСТИ В РЕОЛОГИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ СОСТОЯНИЯ

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Пусть уравнение состояния имеет вид:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) + \varepsilon_3(t),$$

где $\varepsilon_1(t) = \dfrac{\sigma}{\eta_2} t,\ \varepsilon_2(t) = \dfrac{\sigma}{E_1}\left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1}t}\right),\ \varepsilon_3(t) = \dfrac{\sigma}{E_2}.$ (1)

Рассмотрим методику определения входящих в это уравнение характеристик материала: E_1, E_2, η_1, η_2. Для этого необходимо обладать экспериментальной кривой ползучести, полученной для конкретного материала при постоянном напряжении σ (рис.1).

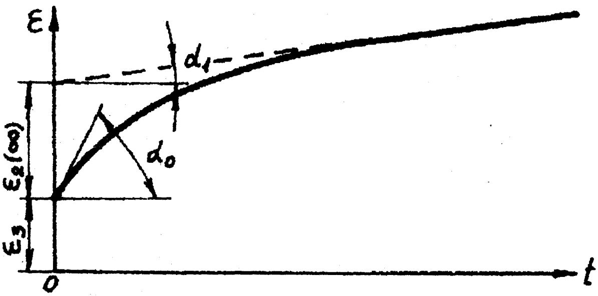

Рис. 1. Методика определения постоянных в уравнении состояния по кривой ползучести.