УДК 539.3

Василевич Ю.В., Алейникова О.И., Акимова С.В.

РЕШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ МЕТОДОМ ПОТЕНЦИАЛА

Белорусская государственная политехническая академия

Минск, Беларусь

Термонапряженное состояние в анизотропном полупространстве, обладающем тремя плоскостями упругой симметрии, в зависимости от действия силовой нагрузки и температурного поля определяется по формулам [1,2,3]:

$$
\begin{aligned}
\sigma_x &= \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \xi_k \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_k + \frac{\partial^2 F_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_3}{\partial z^2}; \\
\sigma_y &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \eta_k \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_k + \frac{\partial^2 F_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_2}{\partial z^2}; \\
\sigma_z &= \left(\xi_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \eta_k \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi_k + \frac{\partial^2 F_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_2}{\partial y^2}; \\
\tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 F_1}{\partial x \partial y}; \\
\tau_{xz} &= -\xi_k \frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 F_3}{\partial x \partial z}; \\
\tau_{yz} &= -\eta_k \frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 F_2}{\partial y \partial z}; \\
u &= P_{k1} \frac{\partial \Phi_k}{\partial x} - 0{,}5 \frac{\partial}{\partial x} (a_{66} F_1 - a_{44} F_2 + a_{55} F_3); \\
v &= P_{k2} \frac{\partial \Phi_k}{\partial y} - 0{,}5 \frac{\partial}{\partial y} (a_{66} F_1 + a_{44} F_2 - a_{55} F_3); \\
w &= P_{k3} \frac{\partial \Phi_k}{\partial z} - 0{,}5 \frac{\partial}{\partial z} (-a_{66} F_1 + a_{44} F_2 + a_{55} F_3),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где

$$P_{k1} = 0{,}5(\eta_k a_{44} - \xi_k a_{55} - a_{66}),\ P_{k2} = 0{,}5(\xi_k a_{55} - \eta_k a_{44} - a_{66}),\ P_3 = 0{,}5(a_{66} - \eta_k a_{44} - \xi_k a_{66})$$

k – индекс суммирования, принимающий значения 1,2,3; u, v, w – компоненты перемещений, отнесенные к осям координат x, y, z, при этом оси x, y расположены на граничной плоскости полупространства; a_{ij} – постоянные упругости; $\Phi_k = \Phi_k(x, \mu_k y, \lambda_k z)$ – произвольные квазигармонические функции, явный вид которых определяется при решении конкретной граничной задачи; $F_i = F_i(x, y_i, z_i)$ – некоторые дифференцируемые функции, через которые определяются компоненты термонапряженного состояния, вызванным температурным полем; $\eta_k, \xi_k, \mu_k, \lambda_k$ – выражаются через постоянные упругости [1,2]. Остальные обозначения общеприняты.

Пусть в анизотропное полупространство внедряется на заданную величину w_0 абсолютно жесткий произвольный в плане плоский штамп, нагретый до температуры T_0 Область контакта обозначим S_1

Граничные условия для температурного поля на поверхности S полупространства запишем в виде

$$T = T_0(x,y) \text{ в } S_1 \; T = 0 \text{ в } S_2 = S - S_1 \tag{2}$$

В области D, занятой телом, температура удовлетворяет уравнению

$$k_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_3 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \tag{3}$$

где $k_i(i=\overline{1,3})$ – коэффициенты теплопроводности в главных направлениях упругости тела.

Решение задачи (1),(2) имеет вид

$$T(x,\tilde{y},\tilde{z}) = \frac{1}{2\pi} \iint\limits_{S_1} \frac{\tilde{z} T_0(\beta,\beta) d\alpha d\beta}{[(x-\alpha)^2 + (\tilde{y}-\beta)^2 + \tilde{z}]^{3/2}} \tag{4}$$

где $\tilde{y} = \mu y$, $\tilde{z} = \lambda z$, $\mu = \sqrt{\dfrac{k_1}{k_2}}$, $\lambda = \sqrt{\dfrac{k_1}{k_3}}$.

Зная потенциал T температурного поля, функции F_i определим по формулам

$$F_1(x,y_1,z_1) = \frac{1}{4\pi n_1} \iiint\limits_D \frac{T(\gamma,\beta_1,\theta_1) d\gamma d\beta_1 d\theta_1}{\sqrt{(x-\gamma)^2 + (y_1-\beta_1)^2 + (z_1-\theta_1)^2}}$$

$$F_2(x,y_2,z_2) = \frac{1}{4\pi n_1'} \iiint\limits_D \frac{T(\gamma,\beta_2,\theta_2) d\gamma d\beta_2 d\theta_2}{\sqrt{(x-\gamma)^2 + (y_2-\beta_2)^2 + (z_2-\theta_2)^2}} \tag{5}$$

$$F_3(x,y_3,z_3) = \frac{1}{4\pi \tilde{n}_1} \iiint\limits_D \frac{T(\gamma,\beta_3,\theta_3) d\gamma d\beta_3 d\theta_3}{\sqrt{(x-\gamma)^2 + (y_3-\beta_3)^2 + (z_3-\theta_3)^2}}$$

где $y_i = \mu_i y$, $z_i = \lambda_i z$, $\beta_i = \dfrac{\mu}{\mu_i} y_i$, $\theta_i = \dfrac{\lambda}{\lambda_i} z_i$, $(i=\overline{1,3})$

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}},\; \mu_2 = \sqrt{\frac{n_1'}{n_2'}},\; \mu_3 = \sqrt{\frac{\tilde{n}_1}{\tilde{n}_2}};$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{n_1}{n_3}},\; \lambda_2 = \sqrt{\frac{n_1'}{n_3'}},\; \lambda_3 = \sqrt{\frac{\tilde{n}_1}{\tilde{n}_3}};$$

$n_i, n_i', \tilde{n}_i$ – выражены через постоянные упругости a_{ij}

Запишем граничные условия задачи

$$\tau_{xz1}+\tau_{xz2}=0\,,\ \tau_{yz1}+\tau_{yz2}=0 \text{ в } S\,,\ \sigma_{z1}+\sigma_{z2}=0\ S_2\,,\ w_1+w_2=w_0(x,y) \text{ в } S_1$$

Здесь индекс 2 относится к компонентам напряжения и осадке, вызванным температурным полем, а 1 – к компонентам упругого состояния.

Решение задачи (6) методом потенциала дано в работе [1]. В упомянутой работе определены функции Φ_k, через которые выражаются компоненты напряжений и перемещений в анизотропном полупространстве.

Таким образом, напряженно-деформированное состояние в анизотропном полупространстве находится из решения задачи термоупругости, а затем методом потенциала из решения задачи теории упругости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прусов И.А., Василевич Ю.В. Новое представление общих формул теории упругости ортотропного тела, подверженного действию нормальной нагрузки// Вестник Белгосуниверситета. – Сер.1 – 1991. – № 2. – С.42–46. 2. Василевич Ю.В. Об одном методе решения задач термоупругости для трехмерных ортотропных тел // Изв. АН БССР. – Сер. Физ.-тех.н. – 1990.– № 1. – С. 114. 3. Василевич Ю.В., Беляева Г.И. Влияние анизотропии материала на деформацию упругих тел. // Материалы международной 53 научн.-тех. конф. БГПА. – Ч.1 – 1999. – С. 126.

УДК 629.11.011.38

И. А. Ворожун

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ КРЕПЛЕНИЯ ТРУБ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ПЛАТФОРМЕ ПРИ СОУДАРЕНИЯХ ВАГОНОВ

Белорусский государственный университет транспорта
Гомель, Беларусь

Для перевозки стальных труб диаметром 1420 мм длиной до 11,8 м используются как полувагоны так платформы. Существующие технические условия погрузки и крепления грузов предусматривают размещение и крепление четырех стальных труб диаметром 1420 мм в четырехосном полувагоне и трех таких труб на четырехосной платформе [1]. Однако габарит погрузки позволяет разместить на платформе пять труб диаметром 1420 мм. Поэтому вполне актуальны вопросы создания устройств для размещения и крепления пяти труб диаметром 1420 мм на железнодорожной платформе. Решение этих вопросов позволит увеличить коэффициент использования грузоподъемности платформы и снизить затраты на транспортировку труб. Целью