

$$w_r = \frac{\left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \cdot R}{\frac{Eh}{pR} - \left(1 - \frac{\mu}{2}\right)}; \quad \alpha^2 = \frac{2}{R^2} \left[\frac{Eh}{pR} - \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \right] \quad (14)$$

В случае уравнения (12) решение соответствует решению линейной безмоментной теории

$$w_r = \frac{pR^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right); \quad \alpha^2 = 2 \frac{Eh}{pR^3} \quad (15)$$

В случае, когда длина краевой зоны меньше $\frac{L}{2}$ для участка вне краевой зоны и $\frac{d^2w}{dx^2} = 0$ решением уравнений (11) и (12) будут частные решения (14) и (15). Отметим,

что решение (14) является точным решением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усюкин В. И. Строительная механика конструкций космической техники: Учебник для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1988. – 392 с.
2. Усюкин В. И. Техническая теория мягких оболочек и ее применение для расчета пневматических конструкций // Пневматические строительные конструкции. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 299–333.
3. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. – М.: Машиностроение, 1977.
4. Громыко О.В., Громыко А.О. Ландау М.Э. Конечно-разностная прогонка в анализе напряженно-деформированного состояния надувных оболочек вращения // Материалы II Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике. – Мн.: – 1999, С. 68–69.

УДК 539.3

О.В. Громыко

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ МЯГКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

*Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь*

Численное интегрирование системы уравнений (7) из работы [5] проводилось на ПЭВМ с использованием пакета математических расчетов Mathcad 2000 при $\mu := 0.5$

Приведем входной файл, соответствующий изложенному алгоритму. Входными параметрами функций являлись: число разбиений оболочки на участки NUM (этим параметром можно определять точность решения) и комплексный параметр $B = \frac{Eh}{\rho R}$.

```

calc ( NUM , B ) :=
   $\theta_0 \leftarrow 0.521$ 
   $\Delta\theta \leftarrow \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right)}{\text{NUM}}$ 
   $\Phi 1_0 \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \sin(\theta_0)}$ 
   $\Phi 2_0 \leftarrow \mu \cdot \Phi 1_0$ 
   $\xi_0 \leftarrow 0$ 
   $\rho_0 \leftarrow 1$ 
   $\varepsilon 2_0 \leftarrow 0$ 
  for i ∈ 1.. NUM
     $\Delta\xi_i \leftarrow \frac{\Phi 1_{i-1} \cdot \sin(\theta_{i-1})}{1 - \Phi 2_{i-1} \cdot \frac{\sin(\theta_{i-1})}{\rho_{i-1}}} \cdot \Delta\theta$ 
     $\Delta\rho_i \leftarrow \frac{\cos(\theta_{i-1})}{\sin(\theta_{i-1})} \cdot \Delta\xi_i$ 
     $\varepsilon 2_i \leftarrow \varepsilon 2_{i-1} + \Delta\rho_i$ 
     $\xi_i \leftarrow \xi_{i-1} + \Delta\xi_i$ 
     $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1} + \Delta\theta$ 
     $\rho_i \leftarrow 1 + \varepsilon 2_i$ 
     $\Phi 1_i \leftarrow \frac{\rho_i}{2 \cdot \sin(\theta_i)}$ 
     $\Phi 2_i \leftarrow \mu \cdot \left( \frac{B \cdot \varepsilon 2_i}{\mu} + \Phi 1_i \right)$ 
  RES 1 ← ξ
  RES 2 ← θ
  RES 3 ← ε2
  RES 4 ← Φ 1
  RES 5 ← Φ 2
  RES

```

Результаты расчетов помещаются в массив, в столбцах которого находятся интересующие нас величины: составляющие деформации и нагрузки, соответствующие координате, либо углу поворота нормали.

На рис. 1 и 2 приведены результаты для прогиба w , полученные с помощью уравнений (14) и (15) [5] при различных значениях B .

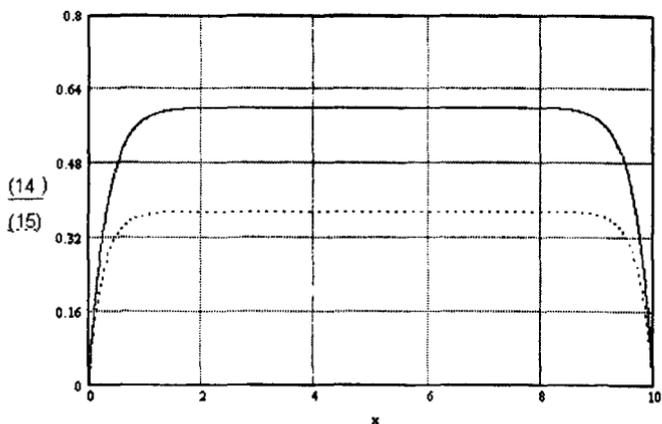


Рис. 1. Сравнение результатов, полученных с помощью уравнений (14) и (15) при $B = 2$

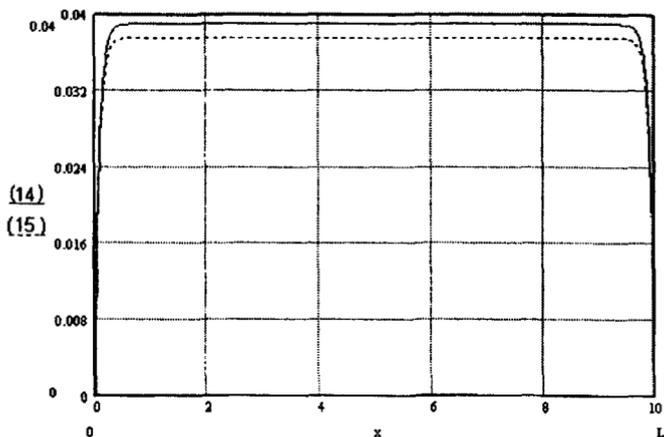


Рис. 2. Сравнение результатов, полученных с помощью уравнений (14) и (15) при $B = 20$

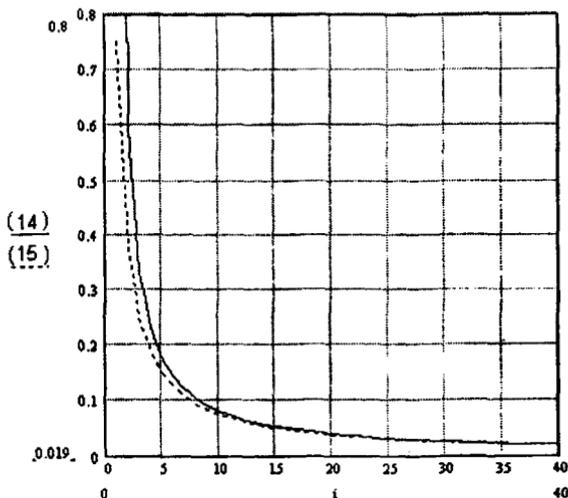


Рис. 3 Зависимость максимальных перемещений w от параметра нагрузки B

Проводилось также сравнение полученных приближенных решений с точным, полученным на ЭВМ для $\mu = 0.5$. На рис. 4 представлены зависимости максимальных перемещений $\eta = \frac{w}{R}$ от параметра нагрузки B .

перемещений $\eta = \frac{w}{R}$ от параметра нагрузки B .

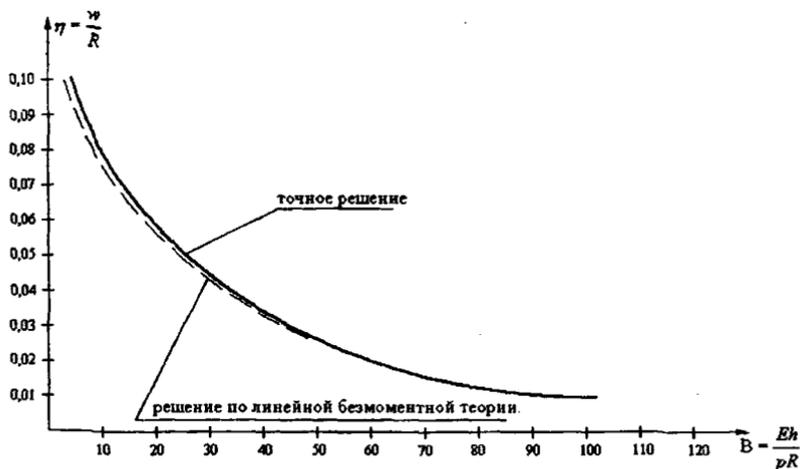


Рис. 4. Зависимость $\eta = f(B)$ для длинной оболочки

Выводы

Для оболочек большой длины, когда длины зоны краевого эффекта меньше $\frac{L}{2}$, можно найти простые выражения для ошибок в определении погонных усилий и деформаций.

Точное решение для перемещения w в безразмерном виде можно записать (см. (14) в работе [5]) в следующем виде:

$$\eta_r = \frac{1 - \frac{\mu}{2}}{B - \left(1 - \frac{\mu}{2}\right)}; \quad \eta_r = \left(\frac{w_r}{R}\right)_r$$

Решение по линейной безмоментной теории (см. (15), [5]):

$$\eta_{ll} = \frac{1}{B} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right); \quad \eta_{ll} = \left(\frac{w_r}{R}\right)_l$$

Связь между точным и приближенным решением:

$$\eta_r = \frac{\eta_{ll}}{1 - \eta_{ll}}$$

Ошибка $\Delta\eta$ в определении перемещения по линейной безмоментной теории будет:

$$\Delta\eta = \frac{\eta_r - \eta_{ll}}{\eta_r} = \eta_{ll} \quad \text{или} \quad \Delta\eta = \eta_{ll}$$

Таким образом, определив по линейной безмоментной теории перемещение w , можно установить, какова при этом допущенная ошибка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усюкин В. И. Строительная механика конструкций космической техники: Учебник для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1988. – 392с.
2. Усюкин В. И. Техническая теория мягких оболочек и ее применение для расчета пневматических конструкций // Пневматические строительные конструкции. – М.: Стройиздат, 1983. С.299-333.
3. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. - М.: Машиностроение, 1977.
4. Громыко О.В., Громыко А.О. Ландау М.Э. Конечно-разностная прогонка в анализе напряженно-деформированного состояния надувных оболочек вращения // Материалы II Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике. – Мн., 1999. – С. 68–69.
5. Громыко О.В. Исходные соотношения для расчета прочности и жесткости мягкой цилиндрической оболочки // Машиностроение. – Мн., 2001. – Вып.17 (см. настоящий сборник).