лярного нагружения с использованием распределения Вейбулла необходимо получить зависимость типа

$$\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=f\left(\frac{i}{n}\right). \qquad (2)$$

Уравнение типа (2) свяжет параметры более общего нерегулярного нагружения (σ_i, i, $\check{\sigma}$, n, σ_w, $\hat{\sigma}$, w, $\sigma_i-\check{\sigma}$, $\hat{\sigma}-\check{\sigma}$) и его частной составляющей – регулярного нагружения ($\hat{\sigma}=\check{\sigma}=\sigma_i$, n, σ_w, w), что позволит количественно интерпретировать зависимость возможных режимов нагруженности деталей машин и их сравнительный анализ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов.-М.: Машиностроение, 1964.– 276 с. 2. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник.- 4-е изд.- М.: Машиностроение, 1993.-640 с. 3. Почтенный Е.К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости деталей машин.– Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с. 4. Почтенный Е.К., Капуста П.П. Оценка нерегулярного нагружения деталей машин // Колебания и волны в экологии, технологических процессах и диагностике: Тез. докл. междунар. конф.: – Минск, 1993.- С. 107. 5. Капуста П.П. Проектная вероятностная оценка долговечности деталей машин при нерегулярном нагружении// Автореферат дисс. на соиск. ученой. степ. канд. техн. наук. – Минск, 1997. – 19 с. 6. Капуста П.П. Ресурсное проектирование несущих деталей АТС// Автомобильная промышленность. – 2000. – №2. – С. 59 – 61.

УДК 621. 81: 621 – 192

П.П. Капуста

УРАВНЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

1. Постановка задачи

Ранее нами показано, что для описания режимов нерегулярного нагружения с использованием распределения Вейбулла необходимо получить зависимость типа

$$\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=f\left(\frac{i}{n}\right) \qquad (1)$$

где i – порядковый номер σ_i-го напряжения в нагрузочном блоке; n – количество напряжений в нагрузочном блоке; σ_i – значение i-го напряжения нагрузочного блока, МПа; $\check{\sigma}$ – минимальное напряжение нагрузочного блока, МПа; σ_w – параметр распределения Вейбулла, имеющий размерность напряжения, МПа; w – показатель степени; $\hat{\sigma}$ – максимальные напряжения нагрузочного блока, МПа (обычно $\hat{\sigma} = \sigma_1$ в убывающем ряду напряжений $\sigma_1 > \sigma_2 > ... > \sigma_i > ... > \sigma_n$).

2. Вывод уравнений для описания режимов нерегулярного нагружения

Запишем выражение функции Вейбулла в виде

$$\frac{i}{n} = exp\left[-\left(\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\sigma_w}\right)^w\right] \tag{2}$$

На основании приведенной формы записи, произведя соответствующие преобразования, получим уравнения, пригодные для описания режимов как нерегулярного так и регулярного нагружения деталей машин.

2.1. Вывод уравнения типа $\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\hat{\sigma} - \check{\sigma}} = f\left(w, n, \frac{i}{n}\right)$

Прологарифмируем выражение (3) по основанию e. В результате получим:

$$-\left(\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\sigma_w}\right)^w = ln\left(\frac{i}{n}\right) \tag{3}$$

или

$$\left(\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\sigma_w}\right)^w = -ln\left(\frac{i}{n}\right) = ln\left(\frac{n}{i}\right) = ln\,n - ln\,i \tag{4}$$

Прологарифмировав (4) по основанию e, получим

$$w \cdot ln\left(\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\sigma_w}\right)^w = ln\,ln\left(\frac{n}{i}\right) \tag{5}$$

или

$$ln\left(\frac{\sigma_i - \check{\sigma}}{\sigma_w}\right)^w = \frac{1}{w} \cdot ln\,ln\left(\frac{n}{i}\right) \tag{6}$$

Возьмем экспоненту от левой и правой частей уравнения (6)

$$\sigma_i - \check{\sigma} = \sigma_w \cdot exp\left[\frac{1}{w} \cdot ln\,ln\left(\frac{n}{i}\right)\right] \tag{7}$$

При i =1, а следовательно, при $\sigma_i = \hat{\sigma}$ уравнение (7) примет вид

$$\hat{\sigma}-\check{\sigma}=\sigma_w\cdot exp\left[\frac{1}{w}\cdot ln\,ln(n)\right]. \qquad (8)$$

Разделив (7) на (8) получим

$$\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=exp\left\{\frac{1}{w}\left[ln\,ln\left(\frac{n}{i}\right)-ln\,ln(n)\right]\right\} \qquad (9)$$

или

$$\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=exp\left\{\frac{1}{w}ln\left[\frac{ln\left(\frac{n}{i}\right)}{ln(n)}\right]\right\} \qquad (10)$$

При $\check{\sigma}=0$, уравнение (10) примет вид

$$\frac{\sigma_i}{\hat{\sigma}}=exp\left\{\frac{1}{w}\cdot ln\left[\frac{ln\left(\frac{n}{i}\right)}{ln(n)}\right]\right\} \qquad (11)$$

Проверяем граничные условия:

при i =1 $\rightarrow\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=\frac{\sigma_i}{\hat{\sigma}}=1$ при i = n $\rightarrow\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=\frac{\sigma_i}{\hat{\sigma}}=0$

2.2. Анализ уравнения типа $\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=f\left(w,n,\frac{i}{n}\right)$

Анализируя (10) и (11) можно констатировать, что получено уравнение, позволяющее описать любой режим нерегулярного нагружения в вероятностной его трактовке. Следует отметить, что с ростом параметра w тяжесть нагрузочного режима увеличивается, а для регулярного нагружения, при $w\rightarrow\infty$ $\frac{\sigma_i}{\hat{\sigma}}=\frac{\sigma_1}{\hat{\sigma}}=1$

Недостатком уравнений (10) и (11) является отсутствие в них более чувствительного к оценке тяжести нагрузочного режима параметра s_w и величины максимального напряжения нагрузочного блока $\hat{\sigma}$, которое желательно было бы увязать с прочностными характеристиками материала (например $\hat{\sigma}\leq(0{,}85...1)\sigma_w$), что особенно важно при проектных расчетах.

2.3. Вывод уравнения типа $\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=f\left(\sigma_w,\hat{\sigma},n,\frac{i}{n}\right)$

Из уравнения (6) при i=1, получим

$$ln\left(\frac{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)=\frac{1}{w}\cdot ln\,ln(n) \qquad (12)$$

Разделив (6) на (12), получим

$$\frac{ln\left(\dfrac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)}{ln\left(\dfrac{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)}=\frac{ln\,ln\left(\dfrac{n}{i}\right)}{ln\,ln(n)} \qquad (13)$$

Далее

$$ln\left(\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)=ln\left(\frac{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)\cdot\frac{ln\,ln\left(\dfrac{n}{i}\right)}{ln\,ln(n)} \qquad (14)$$

или

$$\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\sigma_w}=exp\left[ln\left(\frac{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)\cdot\frac{ln\,ln\left(\dfrac{n}{i}\right)}{ln\,ln(n)}\right] \qquad (15)$$

Из (15)

$$\sigma_i-\check{\sigma}=\sigma_w\cdot exp\left[ln\left(\frac{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)\cdot\frac{ln\,ln\left(\dfrac{n}{i}\right)}{ln\,ln(n)}\right] \qquad (16)$$

Разделив (16) на ($\hat{\sigma}-\check{\sigma}$) получим

$$\frac{\sigma_i-\check{\sigma}}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}=\frac{\sigma_w}{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}\cdot exp\left[ln\left(\frac{\hat{\sigma}-\check{\sigma}}{\sigma_w}\right)\cdot\frac{ln\,ln\left(\dfrac{n}{i}\right)}{ln\,ln(n)}\right] \qquad (17)$$

При $\check{\sigma}=0$, уравнение (17) примет вид

$$\frac{\sigma_i}{\hat{\sigma}}=\frac{\sigma_w}{\hat{\sigma}}\cdot exp\left[ln\left(\frac{\hat{\sigma}}{\sigma_w}\right)\cdot\frac{ln\,ln\left(\dfrac{n}{i}\right)}{ln\,ln(n)}\right] \qquad (18)$$

3. Основные результаты и выводы

На основании анализа распределения Вейбулла предложены уравнения для описания нерегулярной и регулярной нагруженности деталей машин в механических напряжениях. Уравнения базируются на представлении нагрузочного блока в виде убывающего вариационного ряда напряжений $\sigma_1>\sigma_2>...>\sigma_i>...>\sigma_n$ получаемых после схематизации случайного нагружения и приведения к эквивалентным по повреждающему воздействию симметричным или асимметричным напряжениям [1]. Уравнения (10) и (17) позволяют описать все возможные по степени тяжести нагрузочные режимы, включая и регулярное нагружение, что устраняет недостаток использования для этих целей большого количества различных распределений и дает возможность сопоставления различных режимов нагружения, что особенно актуально при проведении проектных расчетов на долговечность. Сравнительный анализ полученных уравнений показывает, что уравнение (17) включает наиболее чувствительные параметры распределения Вейбулла в явном, а менее чувствительные – в неявном виде, охватывая при этом все параметры эквивалентного схематизированного нагрузочного блока, является наиболее универсальным и предпочтительным для описания нагруженности деталей машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Почтенный Е.К., Капуста П.П. Приведение асимметричных циклов к эквивалентным по повреждающему воздействию симметричным или отнулевым// Весці НАН Беларусі: Серыя фізіка-тэхнічных навук.- 2000. – № 2. – С. 59 – 61.

УДК 539.3

А.Е. Крушевский, Т. Лудеманн

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТНОГО УРАВНЕНИЯ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ШАРНИРНО-ОПЕРТОЙ ПЛАСТИНКИ В ТОЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Известно, что динамические расчеты тонких упругих пластинок базируются на решении уравнения Софи Жермен, построенного на основе гипотез Кирхгофа – Лява [1]. Однако, уже при нахождении низших частот результаты оказываются слишком приближенными [2]. Поэтому возникает необходимость уточнить собственные частоты изгиба тонких пластинок на основе точной теории пластин, рассмотренной в работе [3].

Итак, собственные частоты изгиба пластин на основе уравнения Софи Жермен для прямоугольной шарнирно – опертой пластинки определяются по формуле

$$\omega_{mn} = \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)\sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \qquad (1)$$

где $D=\dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость пластинки, E – модуль Юнга, ρ – плотность материала, n – коэффициент Пуассона, h – толщина пластинки, m, n – натуральные числа, указывающие номер волны, ω_{mn} – собственные частоты.

При этом каждой волне с номером "m", "n" соответствует единственная собственная частота. В уточненной постановке [2] те же частоты определяются в результате решения биквадратного уравнения