

Для напряжений 1-го рода имеем три составляющих вектора перемещений в произвольной точке плоскости с нормалью  $v_i$ .

$$v_i \varepsilon_{ij} = i n a / \rho v_i C_{im}^{-1} \sigma_{mk} C_{kj}^{-1} \quad (6)$$

Для фиксированного  $i$  (6) представляет и обратную запись графика деформаций как функции напряжения, т.е. закон Гука через скорости распространения колебаний.

Если слолярный множитель занести в матрицу напряжений, то (6) может рассматриваться и как аффинное преобразование координат, подтверждая мысль тождественности деформаций и напряжений, но и одновременно представлять разрешающую группу уравнений метода конечных элементов в определении перемещений. Все определяется только масштабами элементов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Новичихин В.А Крылов, Г.С. О теоретической прочности металлов.: Материалы межвуз. конф. по физике и механике прочности и разрушения. – Новокузнецк, 1967.
2. Жданович Г.М., Крылов Г.С. К вопросу теории предельных состояний: Сб. статей. Мн.: Наука и техника, 1974.
3. Крылов Г.С. Некоторые вопросы расчетов на прочность с учетом дискретности строения твердого тела. Мн.: БПИ, 1975.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М. Теория поля: изд. 2-ое М.– Л. Гостехиздат, 1942.
5. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М.: Физматгиз, 1961.
6. Грдина В.Ю., Грдина Ю.В. О теоретической прочности металлов: Материалы межвуз. конф. по физике и механике прочности и разрушения. – Новокузнецк, 1967.

УДК 593.3

А. В. Курбачев

## ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗОЛЯЦИИ ВОЛН ЩЕЛЬЮ В ТВЕРДОЙ СРЕДЕ

*Белорусская государственная политехническая академия  
Минск, Беларусь*

Рассмотрим падение продольной волны на бесконечную по протяженности щель, расположенную вертикально в упругом изотропном пространстве. Исследуем виброизоляцию волн щелью, заполненной различными материалами. Пусть щель толщиной  $h$  заполнена жидкостью. Начало ортогональной системы координат  $OZY$  расположим на правой границе щели. Ось  $Y$  направим вверх, а ось  $Z$  вправо (рис. 1). Фронт волны проходит параллельно оси  $X$ . Пусть из полупространства  $I$  ( $z < -h$ ) на слой жидкости под произвольным углом  $q_1$  падает продольная гармоническая волна. В упругой среде  $I$  образуются продольная и поперечная отраженные волны, в жидком

слой II ( $-h < z < 0$ ) – падающая и отраженная продольные волны, а в упругой среде III ( $z > 0$ ) будут уходящие от границы продольная и поперечная волны.

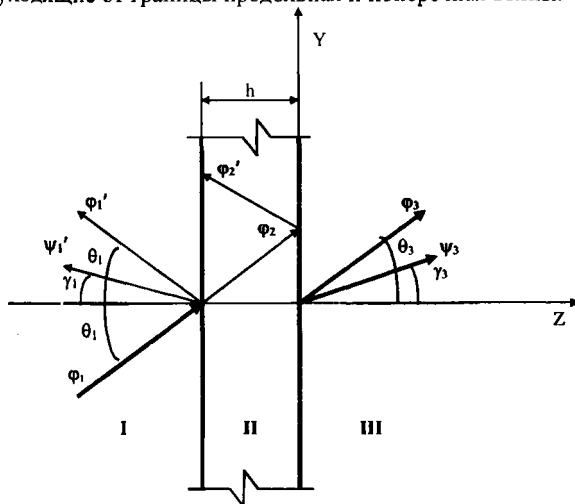


Рис. 1. Прохождение продольной волны через щель в твердой среде

Опуская фактор  $\exp j(\omega t - \xi y)$ , потенциалы указанных волн, запишем соответственно в виде [2]

$$\begin{aligned} & \Phi_1 \exp\{-j\alpha_1(z+h) - 0,5\eta_1[\alpha_1(z+h) + \xi y]\}, \quad \Phi_1' \exp\{j\alpha_1(z+h) + 0,5\eta_1[\alpha_1(z+h) - \xi y]\}, \\ & \Psi_1' \exp\{j\beta(z+h) + 0,5\eta_2[\beta(z+h) - \xi y]\}, \quad \Phi_2 \exp(-j\alpha_2 z), \quad \Phi_2' \exp(j\alpha_2 z), \\ & \Phi_3 \exp\{-j\alpha_1 z - 0,5\eta_1(\alpha_1 z + \xi y)\}, \quad \Psi_3 \exp\{-j\beta z - 0,5\eta_2(\beta z + \xi y)\}, \end{aligned}$$

где  $j = (-1)^{1/2}$ ;  $\omega$  – частота колебаний;  $t$  – время;  $\xi = k_1 \sin \theta_i$ , ( $i$  – номер среды),  $k_i = \omega/c_i$ ,  $c_1, c_2$  – скорости распространения продольных волн в упругой среде и жидкости,  $\alpha_i = k_i \cos \theta_i$ ,  $\beta = \chi \cos \gamma$ ,  $\chi = \omega/b$ ,  $b$  – скорость поперечной волны в твердой среде,  $\theta$  и  $\gamma$  – углы, образованные нормальными к фронтам продольной и поперечной волн с осью  $z$ ;  $\Phi_i$  и  $\Phi_i'$ , – амплитуды падающей и отраженной продольных волн;  $\Psi_i$  и  $\Psi_i'$  – амплитуды падающей и отраженной поперечных волн;  $\eta_1$  и  $\eta_2$  – коэффициенты потерь продольной и поперечной волн в упругой среде.

Компоненты тензора напряжений определяем по формулам [1]:

$$\sigma_z = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial W}{\partial z} + \lambda \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = \mu \left( \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right), \quad (2)$$

где  $\lambda$  и  $\mu$  – постоянные упругости Ляме;

$$W = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad V = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

$W$  и  $V$  – поперечные и продольные смещения точек полупространств;  $\varphi$  и  $\psi$  – потенциалы продольной и поперечной волн.

На границах раздела сред нормальные напряжения равны давлению в жидкости, взятому с обратным знаком, касательные напряжения отсутствуют, нормальные смещения твердого тела и жидкости равны.

Воспользовавшись выражениями (1) и (2), получаем граничные условия

$$\begin{aligned} k_1^2 k_3 \mu_1 (\xi^2 - \alpha_1^2) (\varphi_1 + \varphi'_1) + 2k_2^2 k_4 \mu_1 \xi \beta \varphi'_1 &= \lambda_2 (\alpha_2^2 + \xi^2) (\varphi_2 e^{j\alpha_2 h} + \varphi'_2 e^{-j\alpha_2 h}), \\ k_1^2 k_3 \mu_1 \alpha_1 \xi (\varphi_1 - \varphi'_1) + k_2^2 k_4 \mu_1 (\xi^2 - \beta^2) \psi'_1 &= 0, \\ k_1 k_3 \alpha_1 (\varphi_1 - \varphi'_1) + k_2 k_4 \xi \psi'_1 &= \alpha_2 (\varphi_2 e^{j\alpha_2 h} - \varphi'_2 e^{-j\alpha_2 h}), \\ k_1^2 k_3 \mu_1 (\xi^2 - \alpha_1^2) \varphi_3 - 2k_2^2 k_4 \mu_1 \xi \beta \psi_3 &= \lambda_2 (\alpha_2^2 + \xi^2) (\psi_2 + \varphi'_2), \\ 2k_1^2 k_3 \mu_1 \xi \alpha_1 \varphi_3 + k_2^2 k_4 \mu_1 (\xi^2 - \beta^2) \psi_3 &= 0, \\ k_1 k_3 \alpha_1 \varphi_3 + k_2 k_4 \xi \psi_3 &= \alpha_2 (\varphi_2 - \varphi'_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} k_1 &= 1 - 0,5 j \eta_1, \quad k_2 = 1 - 0,5 j \eta_2, \quad k_3 = \exp(-0,5 \eta_1 \xi y), \\ k_4 &= \exp(-0,5 \eta_2 \xi y), \quad \mu_1 = b^2 \rho_1, \quad \lambda_2 = c_2^2 \rho_2, \end{aligned}$$

$\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности первой и второй сред.

Решая систему уравнений (3) относительно неизвестных амплитуд, запишем выражения для амплитуд волн в полупространстве III

$$\varphi_3 = f \varphi_1, \quad \psi_3 = -\frac{2b^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 [1 - j(\eta_1 - \eta_2)]}{c_1^2 (r_1 - 1)} e^{-0,5 \Phi(\eta_1 - \eta_2)} \varphi_1, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} f &= 2a_3 r_2 (r_1 - 1)^2 (a_1 + j a_2) / (a_1^2 + a_2^2), \\ a_1 &= 2a_3 a_4 \cos(\alpha_2 h) - 0,5(a_3^2 - a_4^2) [r_1(\eta_2 - \eta_1) + \eta_1] \sin(\alpha_2 h), \\ a_2 &= (a_3^2 + a_4^2) \sin(\alpha_2 h), \quad a_3 = (\rho_2 / \rho_1) \cos \theta_1, \quad a_4 = [(r_1 - 1)^2 + 2(b/c_1)^2 r_1 \cos \theta_1 r_0] r_2, \\ r_0 &= [(c_1/b)^2 - \sin^2 \theta_1]^{0,5}, \quad r_1 = 2(b/c_1)^2 \sin^2 \theta_1, \quad r_2 = |(c_1/c_2)^2 - \sin^2 \theta_1|^{0,5}. \end{aligned}$$

Снижение колебаний слоем определим как отношение амплитуд поперечных  $w$  и продольных  $u$  и смещений в среде III при наличии слоя к амплитудам  $w_0$ ,  $u_0$  смещений

тех же точек при отсутствии слоя. При  $z > z_0 = 2/(\eta_2\beta - \eta_1\alpha_1)$  имеем  $\frac{w}{w_0} = \frac{u}{u_0}$ . Если и  $c_1 < c_2$ ,  $\theta_1 > \theta_0 = \arcsin(c_1/c_2)$  угол  $\theta_2$  – комплексный, и продольные волны в слое будут неоднородными.

Зависимость снижения колебаний слоем от угла падения волны при  $z = z_0$ , приведена на рис. 2.

В случае если  $z > z_0$  и  $n_1 = \frac{h\omega}{c_1} \leq 1$  получим

$$\frac{w}{w_0} = \frac{u}{u_0} = \frac{(r_1 - 1)^2}{(r_1 - 1)^2 + 2n_1^2 r_1 r_\theta \cos\theta_1} \quad (5)$$

Второе слагаемое знаменателя мало по сравнению с первым, поэтому отношение амплитуд смещений близко к единице. Следовательно, для низких частот ( $n_1 \leq 1$ ) щель, заполненная водой, практически полностью передает падающую на нее продольную волну. С увеличением  $n_1$  эффективность щели несколько повышается.

Рассмотрим щель в твердой среде, заполненную воздухом. Если скорость продольной волны в твердой среде больше скорости звука в воздухе, то вследствие отсутствия критического угла  $\theta_0$  пустотная щель полностью изолирует колебания в падающих волнах.

Анализ полученных формул для отношения амплитуд смещений позволяет оценить влияние модуля Юнга  $E_2$  и плотности  $\rho_2$  материала, заполняющего щель, на передачу колебаний. Исследования показали, что на передачу колебаний существенное влияние оказывает не изменение значения  $E_2$ , а отношение плотностей упругой среды и воздуха ( $\rho_1/\rho_2$ ). Чем больше это отношение, тем щель эффективнее изолирует падающие на нее волны. На рис. 3 приведены значения вибропередачи щели при ее заполнении различными материалами.

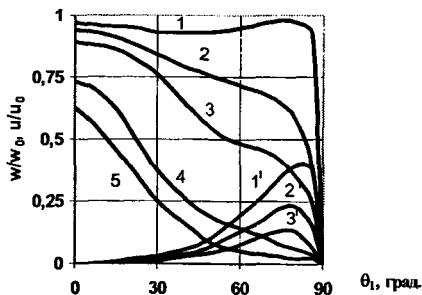


Рис. 2. Зависимость вибропроницаемости жидкого слоя от  $q_1$  при  $z=0$ : 1, 2, 3, 4, 5 –  $w/w_0$ ; 1, 2, 3 –  $n_2=5$ ; 4, 5 –  $n_2=10$ ; 1', 2', 3' –  $u/u_0$ ;  $n_2=5$ ; 1, 1' –  $n_3=0,5$ ; 2, 2' –  $n_3=1$ ; 3, 3' –  $n_3=1,5$ ; 4 –  $n_3=3$ ; 5 –  $n_3=4$ ;  $\rho_1=1700 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2=1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\eta_1=0,1$ ;  $\eta_2=0,2$ ;  $n_1=0,5$ .

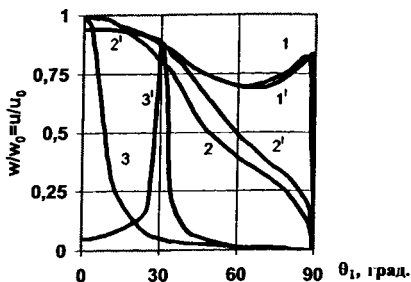


Рис. 3. Зависимость вибропроницаемости воздушной щели от  $q_1$ , при заполнении ее различными материалами и при  $z > z_0$ ;  $n_1 = 0,5$ ;  $n_3 = 0,1$ ;  $\rho_1 = 1700 \text{ кг/м}^3$ ; 1 -  $n_2 = 2$ ;  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ; 1' -  $n_2 = 8,94$ ;  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ; 2 -  $n_2 = 8,94$ ;  $\rho_2 = 50 \text{ кг/м}^3$ ; 2' -  $n_2 = 2$ ;  $\rho_2 = 50 \text{ кг/м}^3$ ; 3 -  $n_2 = 55,68$ ;  $\rho_2 = 1,29 \text{ кг/м}^3$ ; 3' -  $n_2 = 2$ ;  $\rho_2 = 1,29 \text{ кг/м}^3$ ;  $\eta_1 = 0,1$ ;  $\eta_2 = 0,2$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах – М., Наука, 1973. -344с. 2. Заборов В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций – М., Стройиздат, 1969. – 185с.

УДК 539.3

И. А. Миклашевич

## ОБ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ УПОРЯДОЧЕННОСТИ СОСТОЯНИЙ ТЕЛА В СЛУЧАЕ СТРУКТУРНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Белорусская государственная политехническая академия  
Минск, Беларусь

1. Определение относительной термодинамической и статистической упорядоченности состояний тел имеет существенное значение для рассмотрения направления процессов, протекающих в системах. Это связано с самоорганизацией структур, направлением процессов релаксации и диссипации энергии. Процессы самоорганизации при пластическом деформировании, как известно, проявляются, в том числе, и в форме образования полос сдвига (полосы Людерса-Чернова [1, 2], эффект Портевена-Лешателье [2–4]). Образование структур возможно при выполнении определенных термодинамических требований, как правило, связанных с изменением энтропии процесса [5]. Однако отсутствие единого механизма образования полос скольжения требует более подробного рассмотрения изменения энтропии в процессе пластического деформирования [6]. Определение энтропии деформирования твердого тела, как величины, связанной исключительно с тепловыми процессами в теле, не совсем корректно