

АРБИТРАЖНАЯ КОРРЕКТНОСТЬ ПРОЦЕДУР СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА СОГЛАСНО ПРИНЦИПУ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИОРИТЕТОВ

ХАВРУК В. А.

Национальный транспортный университет (г. Киев, Украина)

Статистический контроль качества продукции является базой для получения, накопления и обработки информации о качестве продукции, состоянии технологических процессов [1], но его проведение связано с некоторыми особенностями, а именно: осуществлением организационных мероприятий, включая культуру его осуществления; выбором соответствующих планов контроля, которые содержатся в многочисленных стандартах. В результате проведения статистического контроля производителями принимаются соответствующие решения о качестве продукции. Но когда производится входной статистический контроль продукции (составляющих компонентов) потребителями, а ими могут быть другие производители уже готовой продукции, между сторонами возникают производственные отношения, основными составляющими которых являются обеспечение достоверности и доказательность принимаемых решений, которые затрагивают интересы обеих сторон.

Анализ литературных источников свидетельствует о том, что взаимоотношения между производителями и потребителями продукции в сфере обеспечения соответствующего качества базируются на методе, который основывается на принципе распределения приоритетов (ПРП) [1–3]. Математический аппарат, предложенный авторами [1–3], является универсальным в применении для статистического контроля качества продукции и дает возможность выявить, когда возникают арбитражные ситуации между производителями и заказчиками.

Процедуры контроля качества продукции, проводимые изготовителем и потребителем, описываются арбитражными характеристиками [1]:

$$R(\theta, \Pi_{\text{и}}, \Pi_{\text{з}}, \chi_{\text{и}}, \chi_{\text{з}}) = P_{\theta}(\chi_{\text{и}}(x_{\text{и}}, \Pi_{\text{и}}) = 1 \text{ и } \chi_{\text{з}}(x_{\text{з}}, \Pi_{\text{з}}) = 0), \quad (1)$$

где $\theta \in \Omega$ – показатели качества продукции; $\Pi_{\text{и}}, \Pi_{\text{з}}$ – параметры планов контроля; $\chi_{\text{и}} = \chi_{\text{и}}(x_{\text{и}}, \Pi_{\text{и}})$, $\chi_{\text{з}} = \chi_{\text{з}}(x_{\text{з}}, \Pi_{\text{з}})$ – правила принятия решения изготовителем и заказчиком соответственно; $P_{\theta}(A)$ – вероятность события A при заданном значении θ ; $x_{\text{и}}, x_{\text{з}}$ – результаты контроля.

При независимых результатах контроля $x_{\text{и}}, x_{\text{з}}$ [1]

$$R(\theta, \Pi_{\text{и}}, \Pi_{\text{з}}, \chi_{\text{и}}, \chi_{\text{з}}) = L_{\chi_{\text{и}}}(\chi_{\text{и}}(\theta, \Pi_{\text{и}}))(1 - L_{\chi_{\text{з}}}(\theta, \Pi_{\text{з}})), \quad (2)$$

где $L_{\chi_{\text{и}}}$ – семейство оперативных характеристик [4–6].

Статистический контроль качества по альтернативному признаку для одноступенчатых планов при небольших партиях продукции описывается арбитражной характеристикой [1]

$$R(D, n_{\text{и}}, c_{\text{и}}, n_{\text{з}}, c_{\text{з}}) = \sum_{d=1}^{c_{\text{и}}} P_{n_{\text{и}}}(d/D)(1 - P_{n_{\text{з}}}(C_{\text{з}}/D - d)), \quad (3)$$

где D – количество дефектных изделий в партии при поступлении ее на контроль изготовителя; $n_{\text{и}}, c_{\text{и}}, n_{\text{з}}, c_{\text{з}}$ – объемы контроля и приемочные числа соответственно при контроле изготовления и потребителя; $P(x/k)$, $\mathbf{P}(x/k)$ – соответственно вероятности появления выборке равно x и не более x дефектных изделий при количестве k дефектных изделий в партии.

При больших объемах партий, когда можно применять биномиальное распределение, формула (3) примет вид (2) [1]:

$$P(\cdot) = \sum_{d=1}^{c_{II}} P_{n_{II}}(d/D)(1 - P_{n_3}(C_3/D - d)) = \\ = P_{n_{II}}(C_{II}/D)(1 - P_{n_3}(C_3/D)).$$

Арбитражные характеристики (1), (2) определяют зависимость вероятности возникновения арбитражной ситуации от θ , Π_{II} , Π_3 и описывают свойства только процедур контроля, включая правила приемки.

В ситуации, когда θ – случайная величина с функцией распределения $F(t) = P(\theta \leq t)$, определяемой производственным процессом, применяется арбитражная функция [1]

$$R(\Pi_{II}, \Pi_3, \chi_{II}, \chi_3) = \\ = \int_{\Omega} R(t, \Pi_{II}, \Pi_3, \chi_{II}, \chi_3) dF(t). \quad (4)$$

В соответствии с методикой в общем случае процедуры контроля у поставщика и потребителя арбитражно корректны, если точная верхняя грань арбитражной характеристики удовлетворяет условию [1]:

$$\bar{R} = \sup_{\theta \in \Theta} R(\theta, \Pi_{II}, \Pi_3, \chi_{II}, \chi_3) \leq \eta; \quad (5) \\ \chi_{II}, \Pi_{II}, \chi_3, \Pi_3 \in I_{\Pi, \chi}^*$$

где η – малое наперед заданное число (порядка 10^{-2}); $I_{\Pi, \chi}^*$ – подмножество параметров процедур контроля, допустимое стандартами, $I_{\Pi, \chi}^* \subseteq I_{\Pi, \chi}$.

Для случаев применения у изготовителя и заказчика принципа единых планов контроля и правил принятия решений имеем [1]

$$R(\theta, \Pi, \chi) = L_{\chi}(\theta, \Pi)(1 - L_{\chi}(\theta, \Pi)). \quad (6)$$

При единых планах и независимых результатах контроля у изготовителей и потребителей точная верхняя грань арбитражной характеристики [1] имеет вид

$$\bar{R} = \sup_{\theta \in \Theta} R(\theta, \Pi, \chi) = 0,25; \quad (7) \\ \forall \Pi, \chi \in I_{\Pi, \chi}.$$

При этом в точке θ^* , где $R(\theta^*, \Pi, \chi) = 0,25$, выполняется соотношение $L_{\chi}(\theta, \Pi) = 1 - L_{\chi}(\theta, \Pi) =$

$= 0,5$ [1]. Таким образом, принцип применения единых планов контроля и правил принятия решений не обеспечивает арбитражную корректность сдвоенных процедур контроля (если $\eta < 0,25$) [1].

При этом требование единства планов контроля и правил принятия решений у изготовителей и всех возможных потребителей заставляет стандартизовать величину Π , а также правила принятия решений, что организационно затрудняет проведение контроля потребителями, так как они могут не иметь тех возможностей, которыми располагает изготовитель. Кроме того, центру приходится нести затраты на стандартизацию методов контроля. В рамках рассматриваемого принципа эти затраты максимальны [1].

С учетом риска поставщика α и приемочного уровня дефектности выбор конкретных планов контроля осуществляется поставщиком и потребителем независимо друг от друга из множества планов, ограниченных условием на риск поставщика. В этом случае верхняя граница арбитражной характеристики может оказаться близкой или равной $1 - \alpha$. Ограничение на риск поставщика можно записать в следующем виде [1]:

$$\inf_{\theta \in H} L_{\chi}(\theta, \Pi) \geq 1 - \alpha. \quad (8)$$

Это означает, что планы контроля и правила принятия решений должны обеспечивать при $\forall \theta \in H$ вероятность приемки изделий не меньше $1 - \alpha$. Условие (8) определяет допустимое стандартами множество планов контроля и правил принятия решений [1]

$$I_{\Pi, \chi}^* = \{\Pi, \chi : \inf_{\theta \in H} L_{\chi}(\theta, \Pi) \geq 1 - \alpha\}. \quad (9)$$

Дополним условие (8) требованием несмещенности [1]

$$\sup_{\theta \in \Theta - H} L_{\chi}(\theta, \Pi) \leq 1 - \alpha, \quad (10)$$

где $\Omega - H$ – множество недопустимых значений θ , а также требованием состоятельности процедур контроля [1]:

$$\begin{aligned} \text{Sup}_{\Pi \in I_{\Pi, \chi}^*} L_{\chi}(\theta, \Pi) &= 1 \quad \forall \theta \in H, \chi \in I_{\Pi, \chi}^*; \\ \text{Sup}_{\Pi \in I_{\Pi, \chi}^*} L_{\chi}(\theta, \Pi) &= 0 \quad \forall \theta \in \Omega - H, \chi \in I_{\Pi, \chi}^*. \end{aligned} \quad (11)$$

Условия (11) фактически означают возможность неограниченного увеличения объемов выборки и перехода к сплошному контролю и соответственно получения оперативной характеристики в виде индикаторной функции, равной 1 при $\theta \in H$ и 0 при $\theta \notin \Omega - H$ [1].

В случае когда стороны выбирают планы контроля и правила принятия решений из допустимого (стандартами) множества $I_{\Pi, \chi}^*$, определяемого (9), а также выполнены условия несмещенности (10) и состоятельности (11) [1], имеем

$$\bar{R} = \max \{ \alpha, 1 - \alpha \}. \quad (12)$$

Если множество допустимых планов и правил определяется ограничением на риск потребителя [1], то

$$\text{Sup}_{\theta \in H} L_{\chi}(\theta, \Pi) \leq \beta, \quad (13)$$

при условиях несмещенности и состоятельности, аналогичных (10), (11):

$$\bar{R} = \max \{ \beta, 1 - \beta \}. \quad (14)$$

Таким образом, при регламентации требований к выбору планов контроля и правил принятия решений только в виде ограничений на риск поставщика или только на риск потребителя арбитражная корректность сдвоенных процедур контроля не выполняется [1].

Если заказчик (потребитель) при организации контроля в одностороннем порядке выбирает планы контроля и правила принятия решений из допустимого множества (9), а изготовитель (поставщик) при организации своего контроля выбирает их из другого допустимого множества, определяемого ограничением на риск потребителя, т. е. из [1]:

$$I_{\Pi, \chi}^{**} = \{ \Pi, \chi : \text{Sup}_{\theta \in \Omega - H} L_{\chi}(\theta, \Pi) \leq \beta \}, \quad (15)$$

то точная верхняя грань арбитражной характеристики не превосходит $\max \{ \alpha, \beta \}$

$$\bar{R} \leq \max \{ \alpha, \beta \}. \quad (16)$$

Следовательно, в данном случае, который соответствует ПРП, выбором $\max \{ \alpha, \beta \} = \eta$ центр может обеспечить арбитражную корректность процедур контроля. При этом центр несет затраты только на регламентацию условий (9) и (15), что существенно меньше затрат на регламентацию единых правил принятия решений и планов контроля. При векторном показателе θ размерностью k и контроле каждой компоненты по отдельным правилам с рисками α и β (при $k\alpha \ll 1$) [1]

$$\bar{R} \leq \max \{ k\alpha, \beta^k \}. \quad (17)$$

Из формулы (17) видно, что ограничения на риск поставщика α должны быть более жесткими, чем на риск потребителя β .

Пусть $G_{\gamma}(x, \Pi)$ – состоятельное доверительное множество для параметра θ уровня γ (зависящее от Π), для которого $P_{\theta, \Pi}(\theta \in G_{\gamma}(x, \Pi)) \geq \gamma \forall \theta \in \Omega, \Pi \in I_{\Pi}$ [1, 7] и пусть применяются следующие правила: при контроле, организуемом изготовителем (поставщиком) [1]:

$$\chi_{\Pi}(x, \Pi_{\Pi}) = \begin{cases} 1, & G_{\gamma_{\Pi}}(x, \Pi_{\Pi}) \subseteq H; \\ 0, & G_{\gamma_{\Pi}}(x, \Pi_{\Pi}) \not\subseteq H, \end{cases} \quad (18)$$

а при контроле, организуемом заказчиком (потребителем) [1]:

$$\chi_3(x, \Pi_3) = \begin{cases} 1, & G_{\gamma_3}(x, \Pi_3) \cap H \neq \emptyset; \\ 0, & G_{\gamma_3}(x, \Pi_3) \cap H = \emptyset, \end{cases} \quad (19)$$

где γ_{Π} , γ_3 – соответствующие уровни доверия. Стороны свободно и независимо выбирают планы Π_{Π} , Π_3 из множества $I_{\Pi, \chi}$ – физически допустимых планов, т. е. множества, не ограниченного регламентацией (стандартами), тогда [1]:

$$\bar{R} \leq \max \{ 1 - \gamma_{\Pi}, 1 - \gamma_3 \}. \quad (20)$$

Затраты органов стандартизации в последнем случае связаны только с обеспечением правил (18), (19), т. е. с их регламентацией, методическим обеспечением и надзором за их соблюдением. Органы стандартизации должны задать вид правил принятия решений. Тогда,

если дополнительно не требуется регламентировать конкретные правила контроля, затраты на стандартизацию процедур контроля будут минимальными [1].

ВЫВОДЫ

Сдвоенные процедуры контроля качества продукции направлены на утверждение производственных отношений между производителем и заказчиком. Главная цель для потребителя при этом – проведение контроля для того, чтобы влиять на поставщика, а также защитить свое производство или торговлю от партий, которые содержат большее количество дефектных изделий. Согласно ПРП при выборе планов контроля потребитель должен обеспечить выполнение ограничения на риск поставщика. Кроме того, он должен определить для себя, какой уровень дефектности, которая превышает установленную норму, для него недопустим. Фактически нужно установить браковочный уровень дефектности, а также максимально допустимый риск, чтобы пропустить партию с данным уровнем дефектности.

Рассмотренный математический аппарат, который описывает сдвоенные процедуры контроля, дает возможность утверждать, что:

- применение единых планов и правил принятия решений при независимых результатах контроля не обеспечивает арбитражную корректность сдвоенных процедур контроля (условия (6), (7)), если $\eta < 0,25$. В этом случае возникают затруднения в проведении контроля для потребителей при соблюдении правил принятия решений и максимальные затраты контролирующих центров по стандартизации методов контроля;

- выбор конкретных планов контроля, ограниченных только условием на риск поставщика или риск потребителя, поставщиком и заказчиком независимо друг от друга, приводит к сплошному контролю, что становится экономически невыгодным, и при этом корректность сдвоенных процедур контроля не выполняется (условия (11), (12), (14));

- выбор потребителем в одностороннем порядке плана контроля и правила принятия решения, а изготовителем – выбор их из другого допустимого множества, ограниченного риском потребителя (условие (9)), при этом для обес-

печения арбитражной корректности процедур контроля необходимы затраты контролирующих центров по стандартизации к обеспечению условий (9), (15);

- арбитражная корректность процедур контроля в проведении контроля качества производителем или заказчиком при установленном доверительном множестве контролируемого параметра (условия (18), (19)) обеспечивается затратами контролирующих центров по стандартизации на их регламентацию, методическое обеспечение и надзор за их соблюдением.

В общем случае необходимо указать, что арбитражная корректность процедур статистического контроля качества согласно ПРП обеспечивается при соблюдении производителями и заказчиками как единых планов и правил принятия решений, описанных определенными арбитражными характеристиками и ограничен-

ных рисками потребителя и изготовителя, так и вмешательством контролирующих центров в виде затрат на стандартизацию методов контроля (затраты максимальны) или на их регламентацию, методическое обеспечение и надзор за их соблюдением.

Применение принципа распределения приоритетов на основе рассмотренного математического аппарата (арбитражной характеристики) является методическим указанием для сторон при проведении статистического контроля качества продукции.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Статистический** контроль качества продукции на основе принципа распределения приоритетов / В. А. Лапидус [и др.]. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 224 с.
2. **Лапидус, В. А.** Контроль качества продукции на основе принципа распределения приоритетов / В. А. Лапидус // Надежность и контроль качества. – 1984. – № 6. – С. 17–23.
3. **Лапидус, В. А.** Принцип распределения приоритетов – организационно-методическая основа контроля качества (надежности) продукции / В. А. Лапидус // Надежность и эффективность в технике. Экспериментальная обработка и испытания. – М.: Машиностроение, 1989. – С. 35–44.
4. **Адлер, Ю. П.** Статистический контроль – условие совершенствования качества продукции (О методах Тагучи Г. и их применение) / Ю. П. Адлер // Автомобильная промышленность США. – 1987. – № 11. – С. 30–38.
5. **Беляев, Ю. К.** Вероятностные методы выборочного контроля / Ю. К. Беляев. – М.: Наука, 1975. – 408 с.
6. **Хэнсен, Б. Л.** Контроль качества: теория и применение / Б. Л. Хэнсен. – М.: Прогресс, 1968. – 528 с.

7. **Закс, Ш.** Теория статистических выводов / Ш. Закс. – М.: Мир, 1975. – 776 с.

Поступила 03.03.2009