ЛИТЕРАТУРА

1. Асташев В.К. Нелинейная динамика ультразвуковых технологических машин. Автореф. дис. ...ученой степени докт. физ.-мат. наук, М.: Ин-т машиноведения им. А.А. Благонравова, 2000. – 34 с. 2. Абовский Н.П. Управляемые конструкции: Учеб. пособие/ Крас. Гаса. – Красноярск, 1998. – 433 с. 3. Баркан Д.Д. Виброметод в строительстве. М.: Госстройиздат, 1959. 4. Подлозный Э.Д. Проблемы пенетрации в сплошные среды/VIII Белорусская математическая конференция//Тезисы докладов. Мн.: – ч.3 С. 131; 5. Колоушек В. Динамика строительных конструкций. Стройиздат, М.: – 1965; 6. Герсеванов Н.М. Функциональные прерыватели в строительной механике и их применение к расчету ленточных фундаментов// Сб. ВИОС, № 1. – Госстройиздат. – 1933.

УДК 539.3

Э.Д. Подлозный

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН ВДОЛЬ СТЕРЖНЯ ПРИ ПЕНЕТРАЦИИ ЕГО В УПРУГУЮ СРЕДУ – Ч. 2

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Работа является непосредственным продолжением одноименной статьи – ч.1 [7] данного сборника. Здесь покажем, каким образом можно находить "продолжающее" волновое уравнение (1) при граничных (2) и (3), и начальных (4) и (5) условиях методом Даламбера (6) в интервалах распространения волн $[-l,0]$ и $[l,\ 2l]$, и, следовательно, найти напряжения $\sigma(x,t)$ на последующих этапах распространения ударной волны. Во избежание возможной путаницы мы продолжаем в данной работе нумерацию формул и литературы, которая была принята в ч.1.

Сначала из уравнения (7) найдем $f_1(z)$ в интервале $[-l,0]$. Подставив в правую данного уравнения значения функции $f_2(z)$ в интервале $[0,l]$ и значения ее производных, получим дифференциальное уравнение с постоянным коэффициентами

$$f_1''(z)-k_1f_1'(z)=g(z) \tag{14}$$
$$[-l\le z\le 0],$$

где

$$g(z)=\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}\delta(z-l)-k_1\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}I(z-l)+k_1\upsilon_0(2a)^{-1}+k_2 \tag{15}$$

Здесь $\delta(z-l)$ – m – функция Дирака.

Следуя И.М. Гельфанду и Г.Е. Шилову [8] сначала найдем фундаментальное решение $\mu(z)$ дифференциального уравнения (14) с правой частью $\delta(z)$

$$f_1''(z) - k_1 f_1'(z) = \delta(z) \tag{16}$$

$\mu(z)$ имеет вид

$$\mu(z) = \begin{cases} A(z) = \alpha_1 + \alpha_2 e^{k_1 z}; \ z < 0 \\ B(z) = \beta_1 + \beta_2 e^{k_2 z}, \ z > 0 \end{cases} \tag{17}$$

Постоянные α_1, α_2 и β_1, β_2 подбираем так, чтобы удовлетворялось уравнение (16), т.е.

$$A(0) = B(0); \ A'(0) - B'(0) = 1$$

Полагая

$$\alpha_1 - \beta_1 = \gamma_1 \text{ и } \alpha_2 - \beta_2 = \gamma_2,$$

получаем для γ_1 и γ_2 систему уравнений

$$\begin{cases} \gamma_1 f_{11}(0) - \gamma_2 f_{12}(0) = 0; \\ \gamma_1 f_{11}'(0) - \gamma_2 f_{12}'(0) = 1, \end{cases} \tag{19}$$

где $f_{11}(0)$ и $f_{12}(0)$ – фундаментальные решения уравнения (16) при $z=0$.

Подставив в уравнения (19) значения $f_{11}(0)$, $f_{12}(0)$ и их производных, затем решив их, найдем

$$\gamma_1 = -k_1^{-1}, \gamma_2 = k_2^{-1} \tag{20}$$

Полагая $\alpha_1 = 1$ и $\alpha_2 = 1$, определим

$$\beta_1 = 1 + k_1^{-1}, \beta_2 = 1 - k_2^{-1} \tag{21}$$

Следовательно, фундаментальное решение $\mu(z)$ уравнения (16) можно представить в виде

$$\mu(z) = (1 + e^{k_1 z}) I(-z) + \left[(1 + k_1^{-1}) + (1 - k_2^{-1}) e^{k_1 z}\right] \overline{I(z)} \tag{22}$$

где

$$\overline{I(t)} = \begin{cases} 0 \ \textit{при} \ z = 0 \\ 1 \ \textit{при} \ z > 0. \end{cases}$$

Частное решение $\overline{f_1(\overline{z})}$ уравнения (14) запишем в виде свертки $\overline{f_1(\overline{z})} = \mu(z-y) * g(y)$ где $g(y)$ – финитная функция, . означает свертку функций $\mu(z-y)$ и $g(y)$.

Действительно, $g(y)$ определена в интервале $[0, l]$. Тогда по теореме об аппроксимации (Л. Шварц, 1965)[9] данную функцию можно заменить вне данного интервала достаточно гладкой кривой, стремящейся к нулю на концах интервала $[-\infty, +\infty]$.

Итак,

$$\overline{f_1(z)} = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(z-y)g(y)dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \left(1+e^{k_1(z-y)}\right)I(y-z) + \left[(1+k_1^{-1}) + (1-k_2^{-1})e^{k_1(z-y)}\right]\times$$

$$\times\widetilde{I(z-y)} \}[-\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}\delta(y-l) + \left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}k_1 I(y-l)$$

$$+\left(\upsilon_0(2a)^{-1}k_1+k_2\right)]dy,$$

где $\widetilde{I(z-y)}=0$ при $z \le y$ и $\widetilde{I(z-y)}=1$ при $z > y$.

При вычислении интегралов воспользуемся формулой (Л. Шварц, 1961)[8]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I(x)\varphi'(x)dx = -\int_{-\infty}^{+\infty} I'(x)\varphi(x)dx,$$

где $\varphi(x)$ – финитная функция.

Общее решение неоднородного уравнения (14) выглядит следующим образом

$$f_1(z) = C_1 + C_2 e^{k_1 z} + \left(\upsilon_0(2a)^{-1} + k_1 k_2\right)\left(z + k_1^{-1}\right) +$$

$$+\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2ak_1)^{-1}\left[\left(1+I(l-z)\right)\left(1+e^{k_1(z-l)}\right) - \left(2+k_1+k_1^2 l\right)\right] \tag{24}$$

$$[-l \le z \le 0]$$

Теперь найдем $f_1'(z)$

$$f_1'(z) = C_2 k_1 e^{k_1 z} + \left(\upsilon_0(2a)^{-1} + k_2 k_1^{-1}\right) +$$

$$+\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2ak_1)^{-1}\left(-\delta(l-z)\left(1+e^{k_1(z-l)}\right)\left[1+I(l-z)\right]k_1 e^{k_1(z-l)}\right) \tag{25}$$

$$[-l \le z \le 0]$$

Постоянные C_l и C_2 найдем из условий $f_1(-l)=0, f_1'(-l)=0$ (рис. 2), которые физически выражают отсутствие отраженной волны на верхнем конце стержня до подхода прямой ударной волны.

Окончательно C_l и C_2 имеет вид

$$C_1 = \left(\upsilon_0(2a)^{-1} + k_2 k_1^{-1}\right)l + \left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}\left(1+k_1 l\right), \tag{26}$$

$$C_2 = -k_1^{-1}e^{k_1 l}\left[\left(\upsilon_0(2a)^{-1} + k_2 k_1^{-1}\right) + \left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(a)^{-1}e^{-2k_1 l}\right] \tag{27}$$

Для определения $f_2(z)$ в интервале $[l,2l]$ воспользуемся "продолжающим" уравнением (8). Подставив в правую часть уравнения (8) значения функции $f_1(z)$ и ее производных в интервале $[0,l]$, получим уравнение для $f_2(z)$ в интервале $[l,2l]$.

Уравнение (8) преобразуется к виду

$$f_2''(z) - k_3 f_2'(z) - k_4 f_2(z) = -\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a_1)^{-1}\{ \delta(z-l) + k_3 I(z-l) +$$

$$+k_4\left(\frac{z-l+|z-l|}{2}\right) - \upsilon_0(2a)^{-1}\left(k_4 z + k_3\right) \}. \tag{28}$$

Аналогично предыдущему, фундаментальное решение $\mu(z)$ уравнения

$$f_2''(z)-k_3 f_2'z)-k_4 f_2(z)=\delta(z) \qquad (29)$$

представим соотношением

$$\mu(z)=\left(e^{s_1 z}+e^{s_2 z}\right)I(-z)+\left[\left(1-(s_1-s_2)^{-1}\right)e^{s_1 z}+\left(1-(s_2-s_1)^{-1}\right)e^{s_2 z}\right]\overline{I(z)} \qquad (30)$$

Определив частное решение $\overline{f_2(z)}$ уравнения (28) в виде свертки, общее решение $F_1=f_2(z)$ запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
&F_1=f_2(z)=C_3e^{s_1 z}+C_4e^{s_2 z}-\left(\upsilon_0^{(-1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}\times\\
&\times\left[\left(e^{s_2(z-l)}-e^{s_1(z-l)}\right)\overline{I(l-z)}(s_1-s_2)^{-1}+e^{s_1(z-l)}+e^{s_2(z-l)}\right]-\\
&-\left(\upsilon_0^{(-1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}k_3\left(s_1^{-1}e^{s_1(z-l)}+s_2^{-1}e^{s_2(z-l)}\right)-\upsilon_0k_4(2a)^{-1}\times\\
&\times\left[2z(s_1s_2)^{-1}(s_1+s_2+1)+(1+2s_1)\left(s_1s_2^2\right)^{-1}+(1+2s_2)\left(s_2s_1^2\right)^{-1}\right]-\\
&-\upsilon_0k_3(2a)^{-1}(2s_1+2s_2+1)(s_1s_2)^{-1},
\end{aligned} \qquad (31)$$

$[l\le z\le 2l]$

$$s_1={k_3}/{2}+\sqrt{{k_3^2}/{4}+k_4}\;; \qquad (32)$$

$$s_2={k_3}/{2}-\sqrt{{k_3^2}/{4}+k_4} \qquad (33)$$

Аналогичным образом найдем F_1' и постоянные C_3 и C_4 из условий непрерывности функций и их производных на концах интервала (см. рис. 2), т.е.

$$f_2(l-0)=f_2(l+0) \text{ и } f_2'(l-0)=f_2'(l+0)$$

$$\begin{aligned}
&C_3=e^{-s_1 l}\{\ \left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}(s_1-s_2)^{-1}\left[(s_1+s_2)(s_1-k_3)s_1^{-1}-2(s_2-k_3)\right]+\\
&+\upsilon_0k_4(2as_1)^{-1}\left[(1+2s_2)(s_1s_2)^{-1}-2l(s_1+s_2+1)(s_1-s_2)^{-1}\right]-\\
&-\upsilon_0(2a)^{-1}(s_1-s_2)^{-1}\left[k_3(2s_1+2s_2+1)s_1^{-1}+ls_2\right]+\upsilon_0^{(1)}(2a)^{-1}(s_1-s_2)^{-1}\ \}
\end{aligned} \qquad (34)$$

$$\begin{aligned}
&C_4=e^{-s_2 l}\{\ -\left(\upsilon_0^{(1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}(s_1-s_2)^{-1}\left[(s_1+s_2)(s_2-k_3)s_2^{-1}-2(s_1-k_3)\right]+\\
&+\upsilon_0k_4(2as_2)^{-1}\left[(1+2s_1)(s_1s_2)^{-1}+2l(s_1+s_2+1)(s_1-s_2)^{-1}\right]+\\
&+\upsilon_0\left(2a(s_1-s_2)\right)^{-1}\left[k_3(2s_1+2s_2+1)s_2^{-1}+ls_1\right]-\upsilon_0^{(1)}\left(2a(s_1-s_2)\right)^{-1}\ \}.
\end{aligned} \qquad (35)$$

Определив $f_1(z)$ в интервале $[-l,0]$ и $f_2(z)$ в интервале $[l,2l]$ запишем в окончательном виде выражения для $\sigma_1(x,t)$ и $\sigma_2(x,t)$

$$\sigma_1(x,t)=E\{\ C_2k_1e^{k_1(x-at)}+\left(\upsilon_0(2a)^{-1}+k_2k_1^{-1}\right)+\left(\upsilon_0^{(-1)}-\upsilon_0\right)\times$$
$$\times(2ak_1)^{-1}\left[-\delta(l-x+at)\left(1+e^{k_1(x-at-l)}\right)\right]+ \tag{36}$$
$$+\left(\upsilon_0^{(-1)}-\upsilon_0\right)(2a_1)^{-1}\left[\left(1+I(l-x+at)\right)e^{k_1(x-at-l)}\right]\ \}.$$

$$at-l\le x\le at$$

$$\sigma_2(x,t)=E\{\ C_3s_1e^{s_1(x+at)}+C_4s_2e^{s_2(x+at)}-\left(\upsilon_0^{(-1)}-\upsilon_0\right)(2a)^{-1}\times$$
$$\times[\ \left(s_2e^{s_2(x+at-l)}-s_1e^{s_1(x+at-l)}\right)I(\widetilde{l-x-at})(s_1-s_2)^{-1}+$$
$$+\left(e^{s_2(x+at-l)}-e^{s_1(x+at-l)}\right)\times$$
$$\times\left(-(s_1-s_2)^{-1}\delta(l-x-at)+s_2e^{s_2(x+at-l)}+s_1e^{s_1(x+at-l)}\right)\ ]- \tag{37}$$
$$-\left(\upsilon_0^{(-1)}-\upsilon_0\right)(2a_1)^{-1}k_3\left(e^{s_2(x+at-l)}+e^{s_1(x+at-l)}\right)-\upsilon_0k_4(s_1+s_2+1)(as_1s_2)^{-1}\ \},$$

$$l-at\le x\le 2l-at$$

Для получения более полной картины напряжений на фронте первой отраженной волны от массы вибратора необходимо найти формулы $f_1(z)$ в интервале $[-l,-2l]$ и $f_2(z)$ в интервале $[-2l,3l]$. Данные выкладки и результаты вычислений будут приведены в следующей статье.

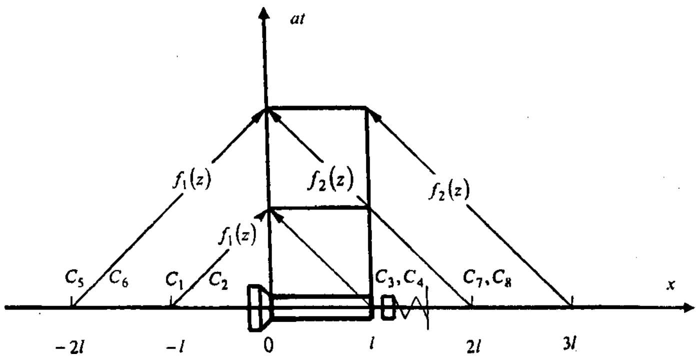

Рис. 2. Схема вычисления функций $f_1(z)$ и $f_2(z)$ (на концах интервалов показаны постоянные $C_1, C_2; C_3, C_4; C_5, C_6; C_7, C_8$)

ЛИТЕРАТУРА

7. Подлозный Э.Д. О распространении продольных волн вдоль стержня при пенетрации его в упругую среду–ч.1//Машиностроение.– Мн., 2001.– Вып.17.– С. 347–351. 8. Гельфанд И.М. Шилов Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними. Вып. 1, Физматизд., М., 1959. 9. Шварц Л. Математические методы для физических наук. М., изд-во "Мир", 1965.

УДК 621.891.8

А.Ф. Присевок

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ВЫБОРА ВОДОРОДОСТОЙКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

Термодинамический анализ адсорбции и абсорбции водорода металлами, а также результаты многочисленных экспериментальных и теоретических исследований систем **"металл–водород"** [1–15 и др.] свидетельствуют о том, что водород растворяется в окта- и тетрапорах кристаллической решетки металлов в ионизированном состоянии, накапливается в порах и других дефектах кристаллической решетки в молекулярной форме, вступает в химическое взаимодействие с различными элементами и фазами, имеющимися в металлах и сплавах, а также адсорбируется внутри металла на поверхностях микрополостей, пор, микротрещин и т.п. и сегрегирует на несовершенствах кристаллической решетки.

В зависимости от условий насыщения водородом и природы сплавов будут преобладать те или иные формы состояния водорода в металлах, между которыми существует динамическое равновесие. Различные формы существования водорода в стали подтверждаются опытами фракционного определения водорода в металлах [4–7]. С целью предотвращения диспергирования металлов, работающих в водородосодержащих средах, предпринимаются попытки создания композиционных материалов, пассивирующих к адсорбции и сорбции водорода, не разрушающихся при длительной эксплуатации и обладающих улучшенными техническими характеристиками.

Известно [2, 5–7], что взаимодействие водорода с металлами (не образующими гидридов) зависит от ряда факторов, наиболее важными из которых являются:

– химическое сродство металлов с водородом;

– радиусы междоузлий для различных металлов;

– радиус электронной оболочки водорода.