

## Заключение

В результате расчета рамы кранового шасси МЗКТ-79081 для всех вариантов направления стрелы с испытательным грузом, масса которого превышает массу рабочего груза на 25%, установлено следующее: эквивалентные напряжения в основных несущих элементах (верхних и нижних полках, стенках лонжеронов рамы, в балках подвижных опор и пр.) находятся в допустимых пределах и прочность рамы в целом обеспечивается. В целом конструкция является недогруженной для исследованных режимов. Напряжения выше предела текучести возникают только в местах их концентрации (соединения: поперечин с лонжеронами; ребер, соединяющих элементы поворотного круга со стенками лонжеронов и пр.). Эти напряжения при статических нагрузках незначительно влияют на общее НДС рамы, т.к. концентраторы расположены не в самых нагруженных местах основных несущих элементов и возникающие здесь локальные деформации и напряжения, релаксируя, не приводят к общей существенной деформации всей рамы, снижая, при этом, прочность ряда ее локальных элементов. По результатам проведенного анализа НДС разработаны рекомендации по конструктивной доработке опасных и сильно недогруженных зон и: уменьшения напряжений в них до требуемого уровня, как по критериям статической прочности и жесткости, так и по требуемому ресурсу с учетом усталости; снижения металлоемкости всей конструкции.

УДК 621.833.12

Д.О. Тетерюков

## ВЛИЯНИЕ НА КОНТАКТНУЮ ПРОЧНОСТЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОРТОТРОХОИДНОЙ ПЕРЕДАЧИ

*Институт надежности машин АН Беларуси  
Минск, Беларусь*

В настоящее время вследствие совершенствования технологий получения сложного профиля на станках с числовым программным управлением получают широкое применение различные типы трохойдных передач. Ортотрохойдная передача относится к классу передач шестерня-зубчатая рейка. Преимуществом данной передачи является высокая точность позиционирования, большие передаваемые усилия (в зацеплении находится 5-8 цевок-роликов), хорошие массогабаритные характеристики. Исходной кривой для построения профиля зубчатой рейки служит ортотрохойда.

Поскольку большинство трохойдных передач является высоконагруженными, необходим расчет на контактную прочность элементов зацепления. Взаимодействие двух прижатых друг к другу упругих тел (зубчатой рейки и цевки-ролика) сопро-

вождается объемным сжатием их элементов в области соприкосновения (рис. 1) [1]. На рисунке приведены следующие обозначения:  $F$  – сила нормальная к профилю зуба рейки;  $R_u$  – радиус цевки-ролика;  $b$  – ширина зуба рейки. Поскольку элементы зацепления (зуб трохондной рейки и цевка) подходят под определение цилиндрического ролика, напряжение возникающее на площадке контакта  $\sigma_H$  определяется по формуле Герца (1):

$$\sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{q_H}{\rho_{np}}} \quad (1)$$

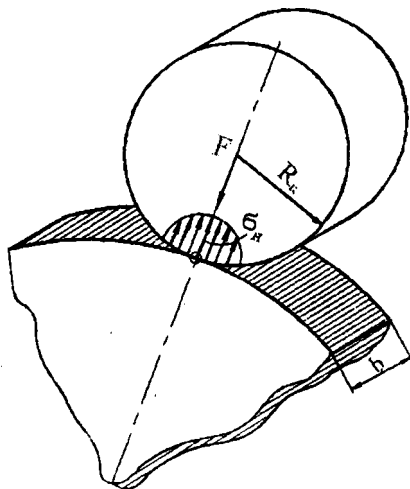


Рис. 1. Схема нагружения элементов зацепления

где  $Z_E$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов соприкасающихся деталей;  $q_H$  – удельная нагрузка;  $\rho_{np}$  – приведенный радиус кривизны контактирующих тел [2].

Из формулы (1) следует, что контактное напряжение обратно пропорционально приведенному радиусу кривизны контактирующих тел. Поэтому представляется возможность определить такое значение радиуса цевки при котором контактное напряжение принимает максимальное значение. Приведенный радиус кривизны определяется выражением (2):

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{R_u} - \frac{1}{R_u + \rho_{ит}} = \frac{\rho_{ит}}{R_u \cdot (R_u + \rho_{ит})}, \quad (2)$$

где  $\rho_{ит}$  – радиус кривизны исходной трохонды.

Приведенный радиус кривизны  $\rho_{np}$  принимает минимальное значение при максимальном значении радиуса кривизны исходной трохойды  $\rho_{нт}$  на выпуклом участке  $\rho^{\max}$ . Считая  $\rho^{\max}$  величиной постоянной, а  $R_u$  – переменной, значение, при котором минимальная приведенная кривизна принимает экстремальное значение, определим из формулы (3):

$$\frac{d}{dR_u} \cdot \left( \frac{1}{\rho_{np}} \right) = \frac{-\rho^{\max} \cdot (\rho^{\max} + 2 \cdot R_u)}{R_u^2 \cdot (\rho^{\max} + R_u)^2} \quad (3)$$

Производная равна нулю при  $R_u = -\frac{\rho^{\max}}{2}$ , причем для данного значения радиуса цевки приведенный радиус кривизны принимает минимальное значение. Следовательно, минимальное значение приведенной кривизны на выпуклых участках зубьев рейки получается при радиусе цевки равном половине максимального радиуса кривизны исходной трохойды на выпуклом участке (4):

$$R_u = -\frac{\rho^{\max}}{2} \quad (4)$$

Таким образом, формула (4) определяет наиболее рациональное, с точки зрения контактной прочности, значение радиуса цевки ортотрохойдной передачи.

Из формулы (3) видно, что кривизна получает бесконечно большое значение при  $R_u = -\rho^{\max}$ . Тогда из формулы Герца следует, что и контактные напряжения также становятся бесконечно большими. Последнее обстоятельство делает необходимым сравнение радиуса цевки с максимальным радиусом кривизны исходной трохойды на выпуклом участке.

Радиус кривизны исходной трохойды определяется с помощью подстановки уравнений трохойды в параметрической форме в формулу, известную из дифференциальной геометрии для расчета радиуса кривизны [3], и выражается отношением (5):

$$\rho_{нт} = \frac{R \cdot (1 - 2 \cdot m \cdot \cos \alpha + m^2)^{\frac{3}{2}}}{m \cdot \cos \alpha - m^2}, \quad (5)$$

где  $R$  – радиус образующей окружности;  $m$  – коэффициент укорочения;  $\alpha$  – свободный параметр при образовании ортотрохойды (угол образования трохойды).

Зависимость  $\rho_{нт}(\alpha)$  приведена на рис. 2.

Исследование функции  $\rho_{нт}(\alpha)$  показывает, что функция имеет точку разрыва при значении угла  $\alpha$  определяемым формулой (6):

$$\cos(\alpha) = m \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что при уменьшении коэффициента укорочения  $m$  увеличивается величина вогнутого участка профиля зубчатой рейки и уменьшается ве-

личина выпуклого участка профиля. Значение угла  $\alpha$  при котором радиус кривизны принимает на выпуклом участке профиля максимальное значение определяется формулой (7):

$$\cos \alpha^{\max} = \frac{2 \cdot m^2 - 1}{m} \quad (7)$$

Таким образом, максимальное значение радиуса кривизны исходной трохонды на выпуклом участке равно отношению (8):

$$\rho^{\max} = -3 \cdot R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - m^2)} \quad (8)$$

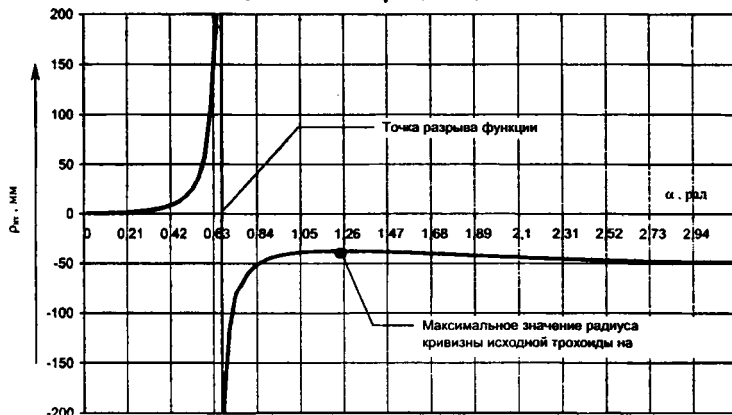


Рис. 2. Зависимость радиуса кривизны от угла образования профиля  $\rho_{\text{кр}}(\alpha)$

Полученные зависимости дают возможность аналитическим путем находить экстремальные значения радиуса кривизны профиля зуба рейки, что позволяет выработать ряд рекомендаций по выявлению участков опасных в отношении подрезания.

В случае, когда на выпуклом участке профиля зуба рейки радиус цевки  $R_u$  равен или больше максимального радиуса кривизны исходной трохонды  $\rho^{\max}$ , будет иметь место подрез профиля зуба рейки. Для обеспечения нормального зацепления необходимо выполнение условия (9):

$$R_u < 3 \cdot R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - m^2)}$$

Данная зависимость позволяет определить значение радиуса цевки, при котором не будет происходить самопересечение профиля зубчатой рейки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Скойбеда А.Т., Кузьмин А.В. Детали машин и основы конструирования. – Мн.: Высшая школа, 2000. – 583с.
2. Красковский Е.Я., Дружинин Ю.А. Расчет и конст-

руирование механизмов приборов и вычислительных систем. – М.: Высшая школа, 1991. – 480с. 3. Хайков П.Г., Вакорин В.А., Дерябин Ю.Н., Геометрия троходных передач // Современные проблемы динамики машин и их синтеза. – 1985. – С. 21–23.

УДК 539.3

М.В. Тульева

## ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЕЙ.

*Белорусская государственная политехническая академия  
Минск, Беларусь*

Развитие современного машиностроения тесно связано с проблемами прочности и динамики. Повышение нагрузок, давлений, температур, уменьшение веса и габаритов конструкции приводят к необходимости расширения теоретических и экспериментальных исследований в области устойчивости, прочности и колебаний. Повышение качества применяемых материалов и уточнение методов расчета является основой для создания легких и рациональных конструкций современного машиностроения. Для облегченных конструкций характерно снижение устойчивости. Поэтому расчеты на устойчивость элементов современных конструкций (стержней, пластин, оболочек) приобретают существенное значение во всех отраслях промышленности. Тонкостенные стержни используются в создании различного рода деталей разнообразных механизмов и машин, в строительных конструкциях и т.д. Наибольший интерес вызывает случай, когда на устойчивость стержней влияет не только нагрузка, но и собственный вес стержня, которым нельзя пренебрегать. В технике такими конструкциями могут быть разного рода печи, футерованные огнеупорными материалами.

В качестве примера решим задачу об устойчивости стержня (верхний конец свободен, нижний – заземлен) при одновременном действии на него сосредоточенной силы  $F$  и собственного веса (рис. 1).

Рассмотрим основное уравнение метода Бубнова – Галеркина [1]:

$$\int_0^l \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) + (F + R_{l-x}) \frac{dv}{dx} \right] \frac{d\eta_i}{dx} dx = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

или

$$\int_0^l \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) + (F + p(l-x)) \frac{dv}{dx} \right] \frac{d\eta_i}{dx} dx = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$