достигла значений 0,08 и 0,11 соответственно. Таким образом, отжиг быстрозатвердевших фольг исследуемого сплава приводит к распаду пересыщенного твердого раствора на основе алюминия. Уменьшение концентрации кремния в твердом растворе алюминия обуславливает уменьшение удельного электросопротивления и микротвердости фольг. Более интенсивное изменение микротвердости фольг при нагреве выше 300°С, чем в интервале 120 – 250°С целесообразно связать не только с уменьшением концентрации кремния в твердом растворе алюминия, но и протеканием процессов коалесценции выделяющейся частиц второй фазы.

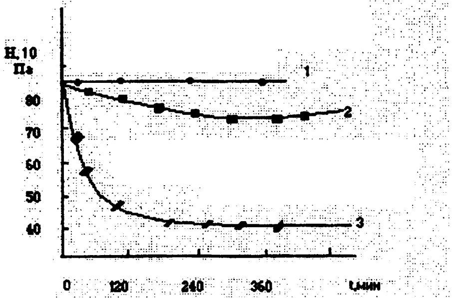

Рис. 2. Изменения микротвердости фольги сплава Al – 9,6 ат.%Si – 0,8 ат.%Ti при изотермическом отжиге (1 – 80, 2 – 210, 3 – 480 °С)

ЛИТЕРАТУРА

1. Метастабильные и неравновесные сплавы/ Под ред.Ю.В. Ефимова.-М., 1987. 2. Физическое металловедение/ Под ред. Р.У.Кана и П.- М. Хаазена. Т. 2.- М., 1987. 3. Мирошнеченко И.С. Закалка из быстрого состояния.- М.,1982. 4.Вассерман Г., Гревен И. Текстуры металлических материалов.- М., 1969. 5.Миркин Л.М. Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов.- М., 1961.

УДК 593.3

Ю.В. Василевич, С.В. Акимова, О.И. Алейникова

РЕШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ МЕТОДОМ ПОТЕНЦИАЛА

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Рассмотрим штамп с плоским основанием произвольной формы в плане, ограниченный кусочно-гладким контуром L и занимающий область S_L. Предположим, что под действием заданной силы штамп внедряется в ортотропное полупространство так, что его основание всегда перпендикулярно к вертикальной оси z (оси x, y расположены на границе полупространства). Дадим оценку вертикальной силы P, приложенной к штампу, которая обеспечивает его поступательное перемещение на заданную величину δ.

Опишем вокруг области S_L в плоскости $z=0$ эллипс $S_Э$. Тогда $S_Э = S_L + S'$, где $S_Э$ и S' - подобласти, из которых состоит эллиптическая область (рис.1).

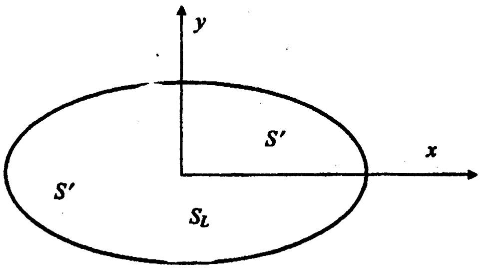

Рис. 1.

На основании формулы [1], устанавливающей связь между вертикальной силой P, приложенной по центру к штампу эллиптической формы в плане и функцией $f(x,y)$, описывающей перемещение поверхности анизотропного полупространства под штампом, запишем неравенство, из которого определим верхнюю оценку значения внешней силы , приложенной к штампу

$$P < \frac{\xi_1 \alpha_3}{\lambda_1 k} \cdot \frac{\delta}{\psi_0(1)\tilde{b}} \iint\limits_{S_Э} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\tilde{b}^2}\right)^{-1/2} dxdy \qquad (1)$$

где a и $\tilde{b} = a\sqrt{1-e^2}$ - полуоси эллипса, e - эксцентриситет,

$\psi_0(1) = \int\limits_1^\infty \frac{d\rho}{\sqrt{(\rho^2-1)(\rho^2-e^2)}} = F(\pi/2, e)$ - полный эллиптический интеграл первого рода;

ξ_1, a_3, λ_1, k - выражены через постоянные упругости ортотропного тела [1].

Вычислив в (1) интеграл, неравенство запишем в виде

$$P < \delta \frac{2\pi\pi_1 \alpha_3 a}{\lambda_1 k F(\pi/2, e)}.$$

Для установления нижней оценки воспользуемся электростатической аналогией для плоской проводящей пластинки такой же формы, как основание штампа с распределенными на ней электрическими зарядами плотности $q(x,y)$ [2], и выражениями, полученными для контактной задачи [1]. Ссылаясь на [2] отметим, что штамп с плоским основанием произвольной формы в плане при заданной силе P будет обладать меньшим перемещением, чем штамп с основанием в виде круга равной площади. Обозначим область площади S_L через D. На основании формулы для расчета главного вектора сил, действующих на плоский круглый штамп (площадью D) со стороны упругого полупространства, определим силу P_0, под действием которой штамп поступательно перемещается на величину δ

$$P_0 = \frac{4\xi_1\alpha_3}{\lambda_1 k}\delta\sqrt{D/\pi} \tag{2}$$

Исходя из (2) и вывода о перемещении равновеликих по площади круглых и произвольной формы в плане жестких штампов заключаем, что

$P_0 < P$.

Таким образом для силы P, приложенной к штампу с плоским основанием площади D и вызывающей его перемещение на величину δ, получим следующую оценку

$$\frac{4\xi_1\alpha_3}{\lambda_1 k}\delta\sqrt{D/\pi} < P < \frac{2\pi\xi_1\alpha_3 a\delta}{\lambda_1 kF(\pi/2, e)} \tag{3}$$

Получим неравенство для силы P, вызывающей перемещение на величину δ плоского штампа квадратной формы в плане. Обозначим сторону квадрата $2h$ и опишем вокруг него окружность, которая является частным случаем эллипса с эксцентриситетом $e = 0$. Пусть большая полуось эллипса равна радиусу описанной окружности $a = \sqrt{2}h$.

На основании (3) имеем

$$\frac{4\xi_1\alpha_3}{\lambda_1 k}\delta\sqrt{\frac{4h^2}{\pi}} < P < \frac{2\pi\xi_1\alpha_3 a\delta}{\lambda_1 k}\frac{\sqrt{2}h\delta}{\pi/2} \tag{4}$$

Преобразуем (4) к виду

$$4{,}52\frac{\xi_1\alpha_3\delta}{\lambda_1 k}h < P < 5{,}64\frac{\xi_1\alpha_3\delta}{\lambda_1 k}h \tag{5}$$

Для изотропного тела сила P, удовлетворяет неравенству

$$2{,}26\frac{\delta E}{1-\nu^2}h < P < 2{,}82\frac{\delta E}{1-\nu^2}h, \tag{6}$$

которое совпадает с выражением, приведенным в [2]; здесь E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона.

Исходя из формулы (5) получим среднее значение для P

$$5{,}08\frac{\xi_1\alpha_3\delta}{\lambda_1 k}h.$$

Для сравнения приведем значение аналогичной величины для изотропного типа

$$2{,}54\frac{\delta E}{1-\nu^2}h.$$

Отклонение значения силы P от среднего значения для ортотропного тела, так же как и для изотропного тела, не превышает 10%.

Ссылаясь на [2] отметим, что для изотропного тела значение силы P близко к значению $2{,}26\dfrac{\delta E}{1-\nu^2}h$, являющимся нижней границей неравенства (6). Объясняется это тем, что из множества пластинок различной конфигурации, но одинаковой площади, круглая пластина обладает наименьшей емкостью. Для равновеликих по площади эллиптических пластинок, имеющих разные эксцентриситеты, емкость незначительно зависит от e. На основании приведенного утверждения аналогичный вывод можно сделать и для ортотропных тел: для ортотропного тела значение силы P близко к значению

$$4{,}52\frac{\xi_1\alpha_3\delta}{\lambda_1 k}h.$$

Воспользовавшись формулами для расчета перемещения равновеликих по площади штампов с круглым и эллиптическим плоскими основаниями при действии на них одинаковой силы, легко рассчитать отношение $\delta_0/\delta_э = t$, где δ_0 и $\delta_э$ - перемещение штампов с круглым и эллиптическим основанием. Как и для изотропного тела получим значения t для эллипсов с различными значениями полуосей a,b (табл.1). Анализ полученных данных приводит к выводу, что существенное изменение формы штампа в плане, при неизменной его площади, весьма слабо влияет на величину перемещения штампа. Данное обстоятельство является основой утверждения, что значение силы P в (4) будет близко к нижнему пределу неравенства.

Таблица1

e	*b/a*	*t*
0,00000	1,00000	1,0000
0,34204	0,93969	1,0002
0,50000	0,86603	1,0013
0,64279	0,76604	1,0044
0,76604	0,64279	1,0122
0,86603	0,50000	1,0301
0,93969	0,34202	1,0724
0,98481	0,17365	1,1954
1,00000	0,00000	

ЛИТЕРАТУРА

1. Василевич Ю.В. Давление штампа эллиптической формы в плане на ортотропное полупространство // Прикладная механика. - 1990. - Т.26, №12.- С. 76-81. 2. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. - М.: Наука, 1980.-304 с.