

УДК 681.3.06

## ПРАКТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО СЕЧЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Коваль А.А., Баран А.Г.

Научный руководитель – Климкович П.И.

В инженерной практике часто требуется рассчитать геометрические параметры того или иного сечения, влияющие на его прочностные или жесткостные характеристики. Для этих целей можно использовать программный пакет MathCAD. В задаче требуется найти положение главных центральных осей и главные моменты инерции для произвольного сечения, ограниченного известными функциями.

Вычисление геометрических характеристик сечения производится с помощью прямого использования формул, определяющих статические моменты, осевые и центробежные моменты инерции и др. Для этого сводятся интегралы к повторным, рассчитав пределы интегрирования (область сечения ограничена двумя кривыми  $z_1(y)$  и  $z_2(y)$  и вертикальной прямой, расположенной на известном расстоянии от оси  $z$ ).

Алгоритм вычисления геометрических характеристик сечения. На первом этапе находится положение центра тяжести сечения  $O_C$ . Сначала вычисляются площадь области  $F$  и статические моменты  $S_y$  и  $S_z$ . Для этого используются функции кривых, ограничивающих сечение сверху и снизу. Определяются координаты  $y_C$  и  $z_C$  центра тяжести. По полученным координатам строятся центральные оси исследуемого сечения. Далее вычисляются осевые и центробежные моменты инерции. Определяются моменты инерции сечения относительно центральных осей. Далее вычисляются главные моменты инерции  $J_{z1}$  и  $J_{y1}$  в системе главных центральных осей. Находится угол  $\alpha_0$ , на который необходимо повернуть систему координат так, чтобы она совпала с главными центральными осями инерции. Определяется положение главных осей.

Решение представленной задачи в математической системе MathCAD. Приведенный выше алгоритм был объединен в программный модуль, позволяющий в интерактивном режиме изображать сечение и систему главных центральных осей при произвольных значениях исходных данных (рисунок 1–4).

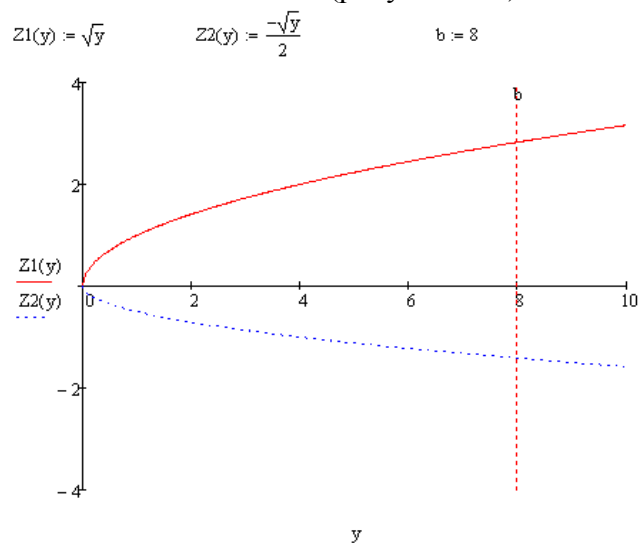


Рисунок 1

Определение площади области  $F$  и статических моментов  $S_y$  и  $S_z$

$$F := \int_0^b \int_{Z2(y)}^{Z1(y)} 1 \, dZ \, dy = 22.627$$

$$S_z := \int_0^b \int_{Z2(y)}^{Z1(y)} y \, dZ \, dy = 108.612 \quad S_y := \int_0^b \int_{Z2(y)}^{Z1(y)} Z \, dZ \, dy = 12$$

$$Y_c := \frac{S_z}{F} = 4.8 \quad Z_c := \frac{S_y}{F} = 0.53$$

Определение осевых и центробежного моментов инерции

$$J_z := \int_0^b \int_{Z2(y)}^{Z1(y)} y^2 \, dZ \, dy = 620.638 \quad J_y := \int_0^b \int_{Z2(y)}^{Z1(y)} Z^2 \, dZ \, dy = 27.153$$

$$J_{yz} := \int_0^b \int_{Z2(y)}^{Z1(y)} Z \cdot y \, dZ \, dy = 64$$

Рисунок 2

Определение моментов инерции сечения относительно центральных осей

$$J_{yC} := J_y - Z_c^2 \cdot F = 20.789 \quad J_{zC} := J_z - Y_c^2 \cdot F = 99.303 \quad J_{yzC} := J_{yz} - Z_c \cdot Y_c \cdot F = 6.4$$

Определение моментов инерции  $J_{z1}$  и  $J_{y1}$  в системе главных центральных осей

$$J_{y1} := \left[ J_{yC} + J_{zC} - \sqrt{(J_{yC} + J_{zC})^2 + 4 \cdot J_{yzC}^2} \right] \cdot 0.5 = -0.34$$

$$J_{z1} := \left[ (J_{yC} + J_{zC}) + \sqrt{(J_{yC} + J_{zC})^2 + 4 \cdot J_{yzC}^2} \right] \cdot 0.5 = 120.432$$

Определение угла  $\alpha_0$  - угла поворота осей инерции сечения

$$\alpha_0 := 0.5 \cdot \text{atan} \left( 2 \cdot \frac{J_{yzC}}{J_{yC} - J_{zC}} \right) = -0.081$$

Положение главных осей

$$Z1z(y) := \tan(\alpha_0) \cdot (y - Y_c + Z_c) \quad Z2z(y) := \begin{cases} \frac{-(y - Y_c + Z_c)}{\tan(\alpha_0)} & \text{if } \alpha_0 \neq 0 \end{cases}$$

Рисунок 3

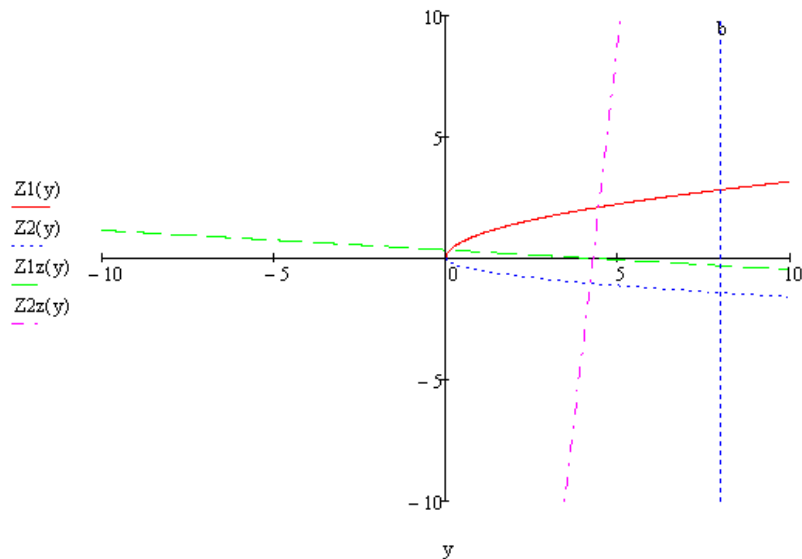


Рисунок 4

Приведенные выше элементы файла были объединены в программный модуль, позволяющий в интерактивном режиме изображать сечение и систему главных центральных осей при произвольных значениях исходных данных (рисунок 1–4).

#### **Литература**

1. Коваль А.А. Расчет геометрических характеристик плоского сечения при помощи MathCAD // Актуальные проблемы энергетики: материалы 64-й научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов (апрель 2008 года) / БНТУ. В 2-х т. Ч. 1. – Минск, 2010. – С. 151–154.
2. Макаров Е.Г. Сопротивление материалов на базе MathCAD. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 512 с.
3. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в MathCAD. – СПб.: Питер, 2003. – 448 с.