УДК 514.115:004.738.5:004.9

ПОСТРОЕНИЕ ПОЛЯ НАПРАВЛЕНИЙ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИВЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМЕ CALCPLOT3D.

Костюкевич Анна Сергеевна, Супранёнок Дарья Михайловна,
студенты 1-го курса кафедры «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Хотомцева М. А., старший преподаватель)

Одной из самых интересных возможностей CalcPlot3D является построение поля направлений и интегральных кривых дифференциальных уравнений.

Дифференциальное уравнение первого порядка описывает зависимость между функцией и ее производной. График решения дифференциального уравнения на плоскости Oxy называется ***интегральной кривой***. Геометрическая интерпретация уравнения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ заключается в том, что оно в каждой точке $M(x, y)$, принадлежащей области D, задаёт направление $y' = tg\alpha = k$ касательной к единственной интегральной кривой, проходящей через точку $M(x, y)$, то есть уравнение задаёт ***поле направлений*** в области D, в которой рассматривается уравнение.

Поле направлений — это графическое представление направления изменения векторного поля в каждой точке плоскости или пространства. Оно позволяет наглядно представить, как изменяется векторное поле в разных точках.

Для построения поля направлений в CalcPlot3D используем функцию **Vector Field**. Дифференциальное уравнение преобразуем в систему дифференциальных уравнений, рассматривая координаты *x* и *y* как функции параметра *t*. Так, например, уравнение $\frac{dy}{dx} = x - y$ запишем в систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y. \end{cases}$$

Выбираем **Vector Field**, далее вводим (dx/dt = 1, dy/dt =x-y, dz/dt =0) и выбираем **Restrict view to 2D**, **Show system of Des notation** и **Use Constant Primary Color**. При окончании выполнения действий мы задали поле направлений для нашего дифференциального уравнения.

Чтобы построить интегральные кривые мы в **Object at 2D clicked point** выбираем **Don't delete object** и **Use constant color for flowlines** выбрав красный цвет, после чего в любое место ставим точки. Точка, в которой мы стартуем, это начальное условие. То есть изменяя начальные условия мы можем построить множество интегральных кривых (Рис. 1)

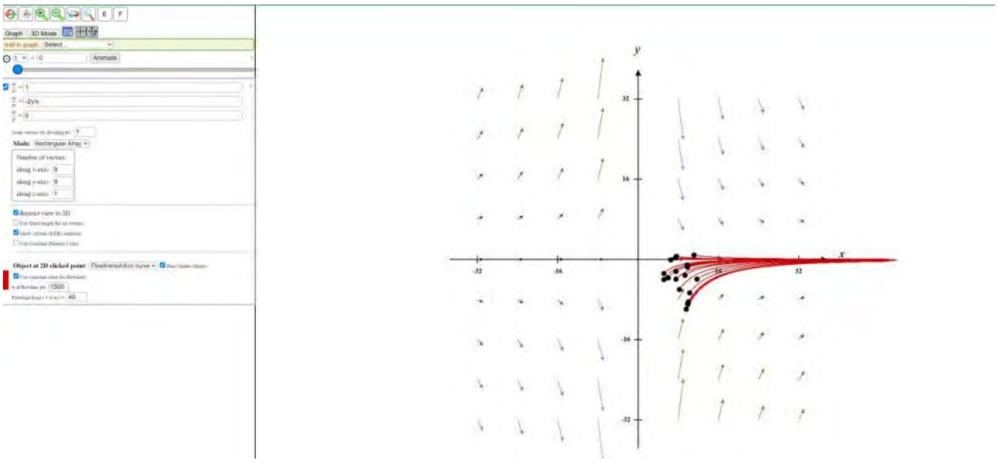

Рисунок 1 – Интегральные кривые дифференциального уравнения

Одним из основных применений геодезического значения поля направлений является определение координат точек на земной поверхности. Для этого используются специальные приборы и методы, которые позволяют измерять углы между точками и направлениями на них. Эти данные затем обрабатываются и используются для вычисления координат точек на поверхности Земли.

Геодезическое значение поля направлений также используется для определения угла наклона местности. Это важно для различных приложений, таких как проектирование дорог, строительство зданий и прочих инженерных сооружений. Знание угла наклона местности позволяет определить необходимую высоту сооружений и учитывать особенности ландшафта при проектировании.

В целом, геодезическое значение поля направлений является важным параметром для многих приложений в геодезии и других науках. Его точное измерение и использование позволяет получать более точные результаты при определении местоположения объектов на земной поверхности, вычислении расстояний между точками и определении угла наклона местности.

Таким образом, мы рассмотрели, как построить поле направлений и интегральные кривые дифференциальных уравнений в системе CalcPlot3D. Эти графические представления помогают наглядно представить поведение векторных полей и решений дифференциальных уравнений.