

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМАХ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

Студенты гр. 11006121 Н.А. Махнач, А.М. Мезенцев
Научный руководитель – ст. преподаватель Гончарова С.В.
Белорусский национальный технический университет Минск,
Республика Беларусь

Как известно из физики, нагрев или охлаждение элемента приводит к изменению его размеров – удлинению или укорочению соответственно. Если возникающие деформации происходят в нестесненных условиях, то это не вызывает появления внутренних сил и напряжений. В случае когда деформации элемента не могут развиваться свободно и ограничены, например, опорой или другими элементами, возникают внутренние силы и напряжения, называемые температурными напряжениями. Следует понимать правильно, что температурные напряжения являются результатом не самого факта нагрева или охлаждения как такового, а результатом взаимодействия элементов, не имеющих возможности свободно изменять свои размеры, поскольку внутреннюю силу может вызвать только внешняя сила. Рассмотрим, как влияет изменение температуры на состояние статически неопределимых систем.

В статически неопределимых системах изменение температуры всегда сопровождается появлением внутренних сил, и возникают они не от температуры непосредственно, а, как было сказано выше, от взаимодействия элементов, стесняющих деформации друг друга.

Рассмотрим задачу на температурные напряжения в статически неопределимой системе.

ЗАДАЧА. Жесткий брус BC опирается на шарнирную опору A и поддерживается двумя стальными стержнями, укрепленными по концам бруса. В процессе работы конструкция нагревается на $\Delta t^\circ = 50^\circ\text{C}$ (рисунок 1). Определить температурные напряжения в стержнях. Принять значения:

$$A_1 = 6 \text{ см}^2; l_1 = 2,4 \text{ м}; A_2 = 4 \text{ см}^2; l_2 = 2 \text{ м}; a = 0,8 \text{ м}; b = 1,6 \text{ м};$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \text{ градус}^{-1}.$$

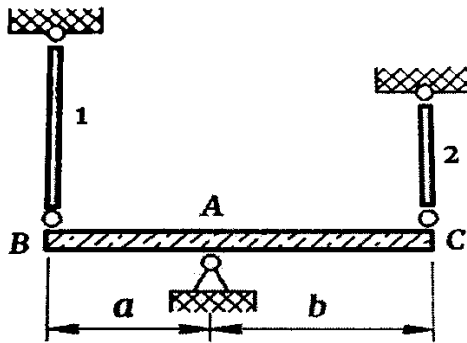


Рисунок 1. – Условие

РЕШЕНИЕ.

1. Раскрываем статическую неопределимость.

! Решение задачи удобнее начинать с физической стороны.

1.1. Физическая сторона.

а. Предположим, что конструкцию нагревают до сборки, когда жесткого бруса BC еще нет (его положение на рисунке условно указано пунктиром). Стержни свободно удлиняются: точка B перемещается в положение B_1 , а точка C – в положение C_1 (рисунок 2). Удлинения стержней соответственно:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_{1(t)} &= \alpha l_1 \Delta t = 125 \cdot 10^{-7} \cdot 2,4 \cdot 10^3 \cdot 50 = 1,5 \text{ мм;} \\ \Delta l_{2(t)} &= \alpha l_2 \Delta t = 125 \cdot 10^{-7} \cdot 2,0 \cdot 10^3 \cdot 50 = 1,25 \text{ мм.} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

б. Теперь мысленно присоединяем брус и приводим конструкцию к заданному виду: укрепляем его на шарнирной опоре A и пытаемся присоединить к нему концы стержней B_1 и C_1 . Для этого необходимо приложить усилия, поджать стержни и укрепить их в заданных точках.

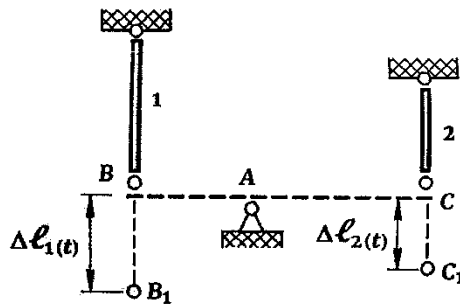


Рисунок 2. – Удлинение стержней

В результате такой сборки брус принимает некоторое промежуточное положение $B_2 C_2$ и усилия, приложенные к стержням, вызывают появление в них продольных сил N_1 и N_2 (рисунок 3), деформация от которых по закону Гука равна:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_{1(N_1)} &= \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 10^3 \cdot 2,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^2} = 0,02 N_1 \text{ мм}; \\ \Delta l_{2(N_2)} &= \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2} = 0,025 N_2 \text{ мм}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

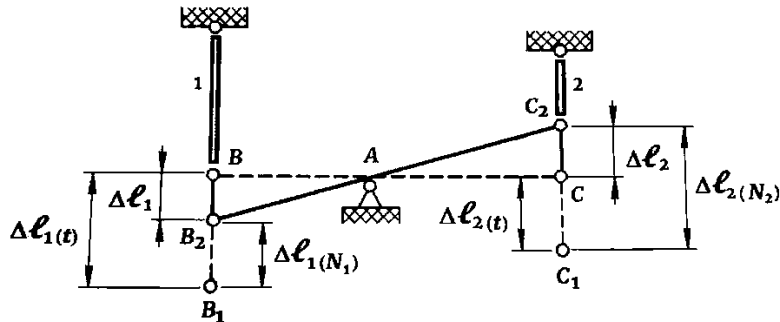


Рисунок 3. – Деформационная схема

в. Тогда полное изменение длины каждого стержня, как это видно из схемы деформаций, на основании (1) и (2)

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_1 &= \Delta l_{1(t^\circ)} - \Delta l_{1(N_1)} = 1,5 - 0,02 N_1; \\ \Delta l_2 &= \Delta l_{2(N_2)} - \Delta l_{2(t^\circ)} = 0,025 N_2 - 1,25. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Выражения (3) и являются физической стороной задачи, которая отражает суть примечания о том, что при температурных воздействиях конечное изменение длины элементов определяется двумя факторами – влиянием температуры и возникающих внутренних сил.

1.2. Геометрическая сторона:

$$\Delta ABB_2 \propto \Delta ACC_2 \rightarrow \frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2}{b} \rightarrow \Delta l_2 = \frac{1,6}{0,8} \Delta l_1 \rightarrow \Delta l_2 = 2 \Delta l_1. \quad (4)$$

1.3. Статическая сторона (рисунок 4):

$$\begin{aligned} \sum X = 0: H_A = 0; \quad \sum Y = 0: R_A - N_1 - N_2 = 0; \\ \sum M_A = 0: N_1 a - N_2 b = 0. \rightarrow 0,8 N_1 - 1,6 N_2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

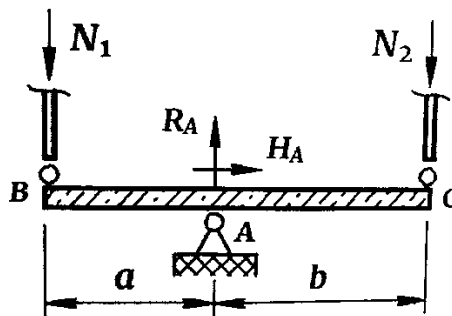


Рисунок 4. – Схема конструкции

Объединяем три стороны задачи.

Подставляем (3) в (4) и полученный результат объединяем с уравнением (5): $0,025N_2 - 1,25 = 2(1,5 - 0,02N_1) \rightarrow 0,04N_1 + 0,025N_2 = 4,25$.

$$\begin{cases} 0,8N_1 - 1,6N_2 = 0 \\ 0,04N_1 + 0,025N_2 = 4,25 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} N_1 = 80,95 \text{ кН;} \\ N_2 = 40,48 \text{ кН.} \end{matrix}$$

2. Температурные напряжения в стержнях

$$\sigma_{t(1)} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{80,95 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^2} = 134,9 \text{ МПа (сжатие);}$$

$$\sigma_{t(2)} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{40,48 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^2} = 101,2 \text{ МПа (сжатие).}$$

3. Определяем окончательные деформации стержней и уточняем деформационную схему:

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= 1,5 \downarrow \text{вниз от нагрева} - 0,02N_1 \uparrow \text{вверх от стержня} = \\ &= 1,5 \downarrow - 0,02 \cdot 80,95 \uparrow = 1,5 \downarrow - 1,619 \uparrow = 0,119 \text{ мм} \uparrow \text{вверх (укорочение);} \\ \Delta l_2 &= 0,025N_2 \uparrow \text{вверх от стержня} - 1,25 \downarrow \text{вниз от нагрева} = \\ &= 0,025 \cdot 40,48 \uparrow - 1,25 \downarrow = 1,012 \uparrow - 1,25 \downarrow = 0,238 \text{ мм} \downarrow \text{вниз (удлинение).} \end{aligned}$$

Выводы:

В стержне 1 укорочение от сжатия преобладает по сравнению с удлинением от нагрева, поэтому стержень в целом укорачивается и конечное перемещение точки «В» относительно начального положения произойдет вверх. В стержне 2, наоборот, преобладающим является удлинение от нагрева, поэтому стержень в целом удлиняется и точка «С» относительно начального положения получит перемещение вниз. Таким образом, результаты расчета показывают действительную форму конструкции, которую она принимает после нагрева (рисунок 5).

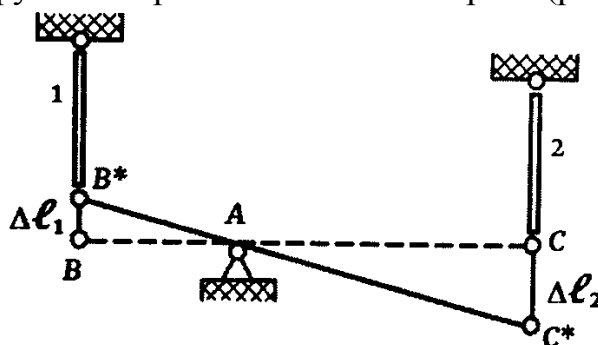


Рисунок 5. – Действительная форма конструкции

Проверкой правильности решения является соответствие отношения деформаций геометрическому уравнению (4)

$$\Delta l_2 = 2\Delta l_1 \rightarrow 0,238 \text{ мм} = 2 \cdot 0,119 \text{ мм.}$$

Литература

1. Реут, Л.Е. Курс лекций и практических занятий по дисциплине «Механика материалов». Растяжение-сжатие: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей / Л.Е. Реут. – Минск: БНТУ, 2011. – 148 с.

2. Гончарова, С.В. Расчеты на растяжение-сжатие: пособие для студентов специальностей 1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника»; 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»; 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности» / С. В. Гончарова, В. М. Хвасько. – Минск: БНТУ, 2023. – 48 с.

УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ ФЕРМ В СУДОСТРОЕНИИ

Студенты гр.11006121 А.А. Скачко, С.И. Охремчик

Научный руководитель – ст. преподаватель Гончарова С.В.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Фермой в строительной механике называется система стержней, связанных в узлах шарнирно и работающих лишь на растяжение или сжатие. Считается, что нагрузка приложена в узлах фермы.

В корпусах судов применяют, как правило, фермы, все стержни которых размещаются в одной плоскости и включают балки рамного набора (карлингсы и кильсоны у продольной фермы, рамные бимсы и флоры у поперечной), пиллерсы и пересекающиеся раскосы. Такие фермы существенно увеличивают жесткость корпуса, создают опоры для балок рамного набора, воспринимают сосредоточенные усилия, например, при постановке судна в док, т. е. частично выполняют функции переборок. Поэтому Правилами Речного Регистра допускается устанавливать или фермы, или проницаемые переборки.

Фермы устанавливают преимущественно в корпусах судов-площадок и нефтеналивных барж, где они не мешают выполнению грузовых операций.

Раскосы, входящие в состав фермы, выполняют обычно из равнополочного угольника или сдвоенных неравнополочных угольников и располагают по возможности под углом 45° к горизонтали. Однако эту рекомендацию выполнить затруднительно, так как расстояние между пиллерсами зависит от расположения балок рамного набора.

В судостроении используются и так называемые безраскосные фермы, представляющие собой конструкции, состоящие из балок рамного набора и