

Литература

1. Горбач, Н.И. Теоретическая механика. Динамика: учебное пособие / Н.И. Горбач. – 2-е изд., испр. – Минск: Вышэйшая школа, 2012. – 320 с.
2. Мышковец, М.В. Теоретическая механика. Кинематика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / М.В. Мышковец, В.Д. Тульев; БНТУ, Кафедра "Теоретическая механика". – Минск: БНТУ, 2016. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/26770>.
3. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие / И.В. Мещерский; под ред. В.А. Пальмова, Д.Р. Меркина. – 50-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2010. – 448 с.

УДК 531.21

РАСЧЕТ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ С ПРУЖИНОЙ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ СТАТИКИ И ПРИНЦИПА ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Студенты гр. 10903121 А.О. Иванцевич, Д.А. Буян
Научный руководитель – ст. преподаватель Хвасько В.М.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Стержневая система — это инженерная конструкция, состоящая из нескольких стержней, связанных между собой соединительными элементами (например, шарнирами). Применение пружины в таких системах позволяет изменять жесткость системы, а также компенсировать деформации, возникающие в результате действия на систему внешних сил [1]. Стержневые системы с пружинами широко применяются в различных областях, включая машиностроение, авиацию, строительство и другие инженерные отрасли.

Расчет стержневых систем является важным этапом в проектировании инженерных конструкций, однако статический расчет подобных систем ограничивается определением реакций связей, возникающих под действием внешних сил, то есть заданной нагрузки и собственного веса однородных стержней. Для системы стержней, находящейся в равновесии, можно составлять уравнения статики для каждого стержня в отдельности, комбинации двух связанных стержней, а также для всей составной конструкции в целом. При этом необходимо учитывать внутренние силы, с которыми стержни системы действуют друг на друга [2].

В качестве уравнений равновесия для плоской стержневой системы можно использовать следующие три уравнения [1]: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$ – суммы проекций действующих сил на оси координат x и y и $\sum M = 0$ – сумма моментов всех сил относительно выбранной точки. Количество и комбинация уравнений зависят от конкретной задачи.

Расчет стержневых систем с помощью принципа возможных перемещений позволяет оценить линейные и угловые перемещения отдельных стержней и соединительных элементов в системе и определить реакции связей из уравнения возможных работ, которое можно записать в виде [3]

$$\sum \delta \bar{A}_i = \sum m_z(\bar{F}_i) \delta \varphi = 0,$$

где $m_z(\bar{F}_i)$ – момент силы F_i относительно оси вращения z стержня;

$\delta \varphi$ – возможный угол поворота стержня.

Рассмотрим применение уравнений равновесия статики и принципа возможных перемещений на примере стержневой системы с пружиной, расположенной в вертикальной плоскости таким образом, что $AC = OC = 5$ м (рисунок 1). Будем считать, что стержни 1 и 2 однородны и имеют вес $P_1 = 10$ Н и $P_2 = 12$ Н соответственно. Требуется определить силу натяжения пружины, если в положении системы, изображенном на рисунке 1, $\angle ABO = 90^\circ$, $\angle OAB = \alpha = 30^\circ$, а точки O , C и A лежат на одной прямой [4].

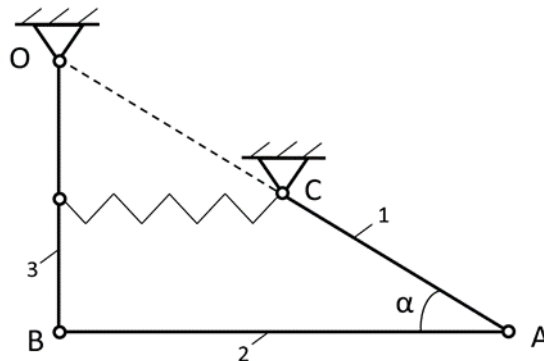


Рисунок 1

1-й способ. Решение с помощью уравнений статики.

При изучении равновесия составных конструкций (системы тел) можно рассматривать равновесие каждой составной части в отдельности, а также комбинацию составных частей [1].

Рассмотрим равновесие стержня AB . При этом внутренние силы взаимодействия между составными частями конструкции учтем в виде неизвестных реакций в шарнирах A и B – \overline{X}_A , \overline{Y}_A и \overline{X}_B , \overline{Y}_B (рисунок 2, а).

Запишем уравнение равновесия – сумму моментов относительно шарнира A :

$$\sum M_A = 0; \quad P_2 \frac{AB}{2} - Y_B AB = 0. \quad (1)$$

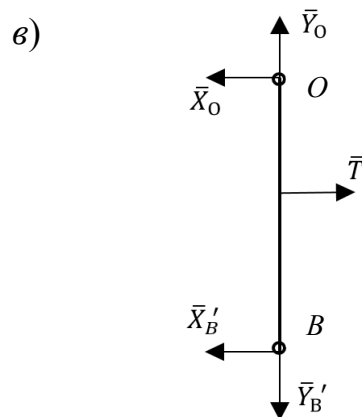
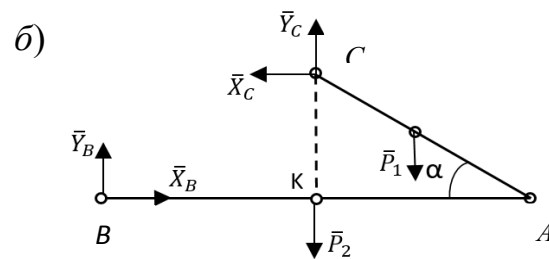
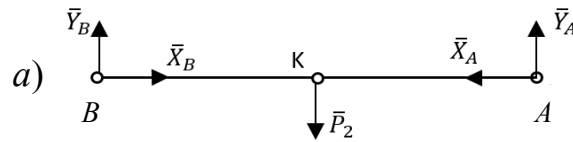


Рисунок 2

Откуда $Y_B = \frac{P_2}{2} = 6$ Н.

Рассмотрим равновесие системы двух стержней CAB .

Здесь также учтем силы взаимодействия между составными частями в виде реакций шарнира B и покажем реакции шарнирно-неподвижной опоры C \bar{X}_C и \bar{Y}_C (рисунок 2, б).

Из геометрии очевидно, что $\cos \alpha = \frac{AB}{2l} \Rightarrow AB = 2l \cos \alpha = 8,66$ м,

$\sin \alpha = \frac{CK}{l} \Rightarrow CK = l \sin \alpha = 2,5$ м.

Для системы стержней CAB запишем сумму моментов относительно точки C :

$$\sum M_C = 0; -P_1 \frac{l}{2} \cos \alpha + X_B l \sin \alpha - Y_B l \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

Находим, что $X_B = \frac{\frac{P_1}{2} \cos \alpha + Y_B \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{P_1 + P_2}{2} \operatorname{ctg} \alpha = 19,05 \text{ Н}.$

Рассмотрим равновесие стержня OB . Покажем реакции шарнира B : $\overline{X'_B}$ и $\overline{Y'_B}$ (причем $|\overline{X_B}| = |\overline{X'_B}|, |\overline{Y_B}| = |\overline{Y'_B}|$) как силы взаимодействия между составными частями, реакции неподвижной опоры O ; $\overline{X_0}, \overline{Y_0}$, а также горизонтальную силу T натяжения пружины (рисунок 2, в).

Запишем уравнение статики – сумму моментов относительно опоры O :

$$\sum M_O = 0; T \cdot \frac{OB}{2} - X'_B OB = 0. \quad (3)$$

$$T = 2X'_B = 2X_B = (P_1 + P_2) \operatorname{ctg} \alpha = 38,1 \text{ Н}.$$

2-й способ. Решение с помощью принципа возможных перемещений.

Возможными перемещениями стержневой системы будут угловые перемещения $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2, \delta\varphi_3$ соответственно (рисунок 3).

Установим взаимосвязь между ними:

$$\delta S_A = \delta\varphi_1 \text{ (стержень } AC \text{ совершает вращательное движение);}$$

$$\delta S_B = \delta\varphi_3 OB = \delta\varphi_3 2l \sin \alpha \text{ (стержень } OB \text{ совершает вращательное движение).}$$

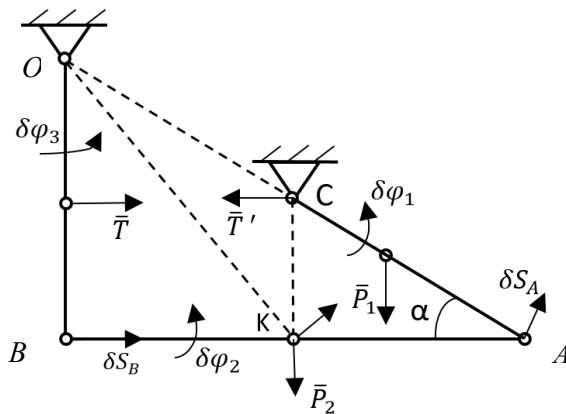


Рисунок 3

Проекции возможных перемещений точек A и B на прямую AB равны (стержень AB совершает плоское движение). Тогда $\delta S_B = \delta S_A \sin \alpha$ или $\delta\varphi_3 2l \sin \alpha = \delta\varphi_1 l \sin \alpha$.

То есть $2\delta\varphi_3 = \delta\varphi_1$. Так как шарнир O является мгновенным центром перемещений для стержней AB и OB , то $\delta\varphi_2 = \delta\varphi_3$.

Запишем уравнение возможных работ для системы стержней:

$$\sum \delta A_i = -P_1 \frac{l}{2} \cos \alpha \cdot \delta\varphi_1 - P_2 l \cos \alpha \cdot \delta\varphi_2 + T l \sin \alpha \cdot \delta\varphi_3 = 0$$

или
$$-P_1 \frac{l}{2} \cos \alpha \cdot 2\delta\varphi_3 - P_2 l \cos \alpha \cdot \delta\varphi_3 + T l \sin \alpha \cdot \delta\varphi_3 = 0.$$

Разделив уравнение на $\delta\varphi_3 \neq 0$, находим, что

$$T = \frac{(P_1 + P_2)\cos\alpha}{\sin\alpha} = (P_1 + P_2)\operatorname{ctg}\alpha = 38,1 \text{ Н.}$$

Таким образом, реакции связей в составных конструкциях можно равнозначно находить с помощью уравнений равновесия статики и с помощью принципа возможных перемещений.

Литература

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М.Тарг. – 12-изд., стер. – М.: Высшая школа, 2002. – 416 с.
2. Тульев В.Д. Теоретическая механика. Статика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / В.Д. Тульев, М.В. Мышковец; БНТУ, Кафедра "Теоретическая механика". – Минск: БНТУ, 2013. – Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/5030>.
3. Кудина, Л.И. Определение реакций опор составной конструкции с помощью принципа возможных перемещений: методические указания / Л.И. Кудина; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2013. – 34 с.
4. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике: в 3 ч. / А.И. Попов [и др.]– Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. Ч. 1. Статика. – 96 с.

УДК 531.2

МЕТОДИКА РАСЧЁТА СПОСОБА ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ С ЗАДАННОЙ ОЦЕНКОЙ РЕАКЦИИ ОПОР

Студент гр.10305221 М.А. Цыбульский

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор Василевич Ю.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Исследуемая схема конструкции изображена на рисунке 1, а исходные данные содержатся в таблице 1.

Определение реакций опор твердого тела (C_1).

Таблица 1 – Исходные данные

P , кН	M , кН·м	q , кН/м	Исследуемая реакция
25	-	1	M_A

Необходимо определить реакции опор для того способа закрепления, при котором реакция M_A в заделке имеет наименьшее числовое значение.