

Литература

1. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие / И.В. Мещерский; под ред. В.А. Пальмова, Д.Р. Меркина. – 50-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2010. – 448 с.
2. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов. / С.М.Тарг. – 12-изд., стер. – М.: Высшая школа, 2002. – 416 с.
3. Тульев, В.Д. Теоретическая механика. Статика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / В.Д. Тульев, М.В. Мышковец; БНТУ, Кафедра "Теоретическая механика". – Минск: БНТУ, 2013. – Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/5030>.

УДК 531.1

РАСЧЁТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТВЁРДЫХ ТЕЛ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ И ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИЯХ

Студент гр. 10305221 М.А. Цыбульский.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор Василевич Ю.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Движение груза 1 (рисунок 1) должно описываться уравнением

$$x = c_2 t^2 + c_1 t + c_0, \quad (1)$$

где t – время; c , c_{0-2} – некоторые постоянные.

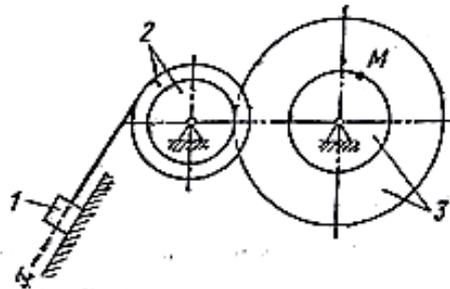


Рисунок 1. – Схема механизма

В начальный момент времени ($t = 0$) координата груза должна быть x_0 , а его скорость – v_0 .

Кроме того, необходимо, чтобы координата груза в момент времени $t = t_2$ была равна x_2 .

Определить коэффициенты c_0 , c_1 и c_2 , при которых осуществляется требуемое движение груза, также в момент времени $t = t_1$ определить скорость и ускорение груза и точки M одного из колес механизма.

Необходимые данные представлены в таблице 1.

Таблица 1. – Исходные данные

Радиусы, см				Координаты и скорости груза			Расчетные моменты времени, с	
R_2	r_2	R_3	r_3	x_0 , см	v_0 , см/с	x_2 , см	t_2	t_1
225	220	550	225	4	6	32	2	1

Коэффициенты c_0 , c_1 и c_2 могут быть определены из следующих условий:

$$\text{при } t = 0 \quad x_0 = 4 \text{ см, } \dot{x}_0 = 6 \text{ см/с;} \quad (2)$$

$$\text{при } t_2 = 2 \text{ с } \quad x_2 = 32 \text{ см.} \quad (3)$$

Скорость груза l

$$v = \dot{x} = 2c_2t + c_1. \quad (4)$$

Подставляя (2) и (3) в формулы (1) и (4), находим коэффициенты:

$$c_0 = 4 \text{ см, } c_1 = 6 \text{ см/с, } c_2 = 4 \text{ см/с}^2.$$

Таким образом, уравнение движения груза

$$x = 4t^2 + 6t + 4.$$

Скорость груза

$$v = \dot{x} = 8t + 6. \quad (5)$$

Ускорение груза

$$a = \ddot{x} = 8 \text{ см/с}^2.$$

Для определения скорости и ускорения точки M запишем уравнения, связывающие скорость груза v и угловые скорости колес ω_2 и ω_3 .

В соответствии со схемой механизма

$$\left. \begin{aligned} v &= R_2\omega_2; \\ r_2\omega_2 &= R_3\omega_3 \end{aligned} \right\};$$

$$\omega_2 = \frac{v}{R_2}; \quad \omega_3 = \omega_2 \frac{r_2}{R_3};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_1}{R_2}; \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_2 \frac{r_2}{R_3},$$

откуда

$$\omega_3 = \frac{v}{R_2} \cdot \frac{r_2}{R_3}.$$

Или с учетом (5) после подстановки данных

$$\omega_3 = \frac{8t + 6}{25} \cdot \frac{20}{50} = \frac{16t + 12}{125}.$$

Угловое ускорение колеса

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \frac{16}{125} = 0,128 \frac{1}{c^2}.$$

Скорость точки M , ее вращательное, центростремительное и полное ускорения определяются по формулам

$$v_M = r_3 \omega_3; a_M^B = r_3 \varepsilon_3; a_M^Ц = r_3 \omega_3^2; a_M = \sqrt{(a_M^Ц)^2 + (a_M^B)^2}.$$

Результаты вычислений для заданного момента времени $t_1 = 1c$ приведены в таблице 2.

Таблица 2. – Результаты вычислений

v , см/с	a , см/с ²	ω_3 , 1/с	ε_3 , 1/с ²	v_M , см/с	$a_M^Ц$, см/с ²	a_M^B , см/с ²	a_M , см/с ²
14	8	0,224	0,128	11,2	2,51	6,4	6,88

Скорости и ускорения тела и точки M показаны на рисунке 2.

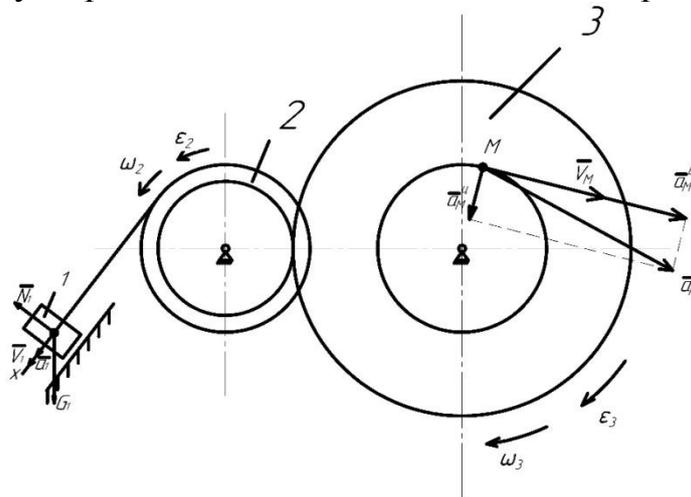


Рисунок 2

Литература

1. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие / И.В. Мещерский; под ред. В.А. Пальмова, Д.Р. Меркина. – 50-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2010. – 448 с.

2. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов. / С.М.Тарг. – 12-изд., стер. – М.: Высшая школа, 2002. – 416 с.

3. Мышковец, М.В. Теоретическая механика. Кинематика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / М.В. Мышковец, В.Д. Тульев; БНТУ, Кафедра "Теоретическая механика". – Минск: БНТУ, 2016. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/26770>.