

УДК 531.2

## О СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ И СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМАХ

Студент группы 11001122 Е.А. Гончарова

*Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Беляцкая Л.Н.*

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Для любой системы сил, действующих на твердое тело в одной плоскости, имеются только три независимых уравнения равновесия, каждое из которых не является следствием двух других.

Следовательно, для произвольной плоской системы сил из уравнений равновесия можно найти не более трех неизвестных величин (сил, моментов, углов, расстояний и т. д.); аналогично для произвольной пространственной системы сил – не более шести [1].

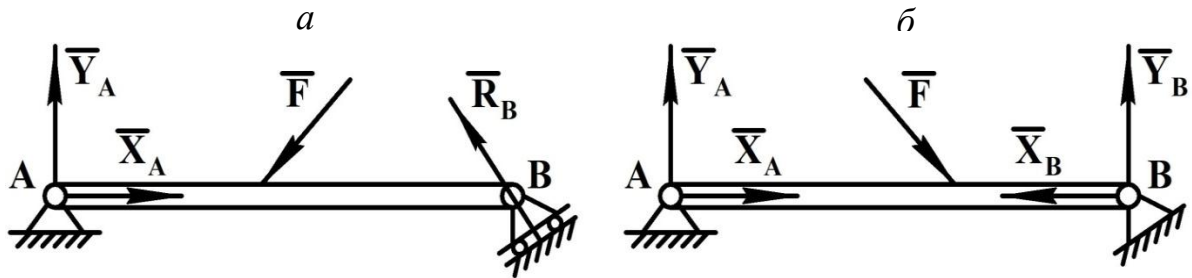
Если в какой-либо задаче число неизвестных окажется больше числа независимых уравнений равновесия, соответствующих действующей на тело системе сил, то такую задачу нельзя решить методами статики без рассмотрения деформаций тела, то есть без отказа от гипотезы абсолютно твердого тела.

Задачи, в которых число неизвестных равно или меньше числа независимых уравнений равновесия для данной системы сил, приложенных к твердому телу, называют статически определенными, а соответствующие им конструкции – статически определимыми. В противном случае задача становится статически неопределенной, а конструкция – статически неопределимой [2].

Например, на рисунке 1, *а* изображена невесомая балка, на которую действует заданная сила  $F$ , по аксиоме связей отбрасываем связи в точках  $A$  и  $B$  и заменяем их неизвестными реакциями связей:  $\bar{X}_A$ ,  $\bar{Y}_A$ ,  $\bar{R}_B$ . Получилось, что на балку  $AB$  действует плоская произвольная система сил и для нее необходимо составить три уравнения равновесия. Таким образом имеем три неизвестные и три уравнения равновесия, значит, задача статически определенная, а конструкция статически определимая. На рисунке 1, *б* соответственно мы имеем четыре неизвестные и три уравнения равновесия, следовательно, задача статически неопределенная, а конструкция неопределимая.

Однако при рассмотрении некоторых задач могут встретиться ситуации такого рода: число уравнений равновесия равно числу неизвестных, но при решении системы уравнений оказывается, что ей либо удовлетворяет бесконечно большое количество значений, либо таких значений нет вовсе.

### ПРИМЕР



*a* – статически определимая конструкция;  
*б* – статически неопределимая конструкция  
 Рисунок 1. – Схемы конструкций

Попытаемся рассчитать, например, реакции связей конструкции, изображенной на рисунке 2, особенность которой состоит в том, что линия действия силы  $\bar{S}$  проходит через ось шарнира *A*.

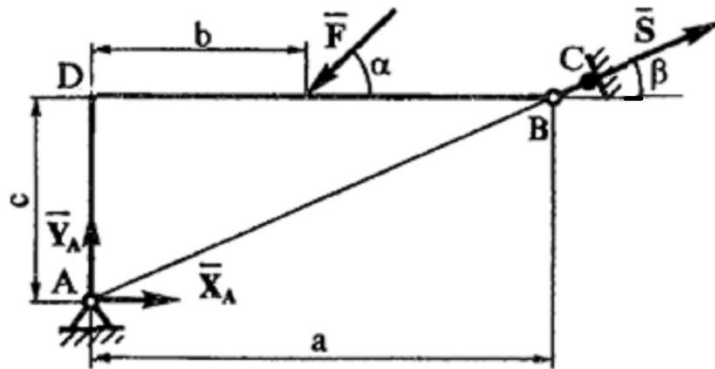


Рисунок 2. – Схема конструкции, линии действия реакций которой пересекаются в одной точке

На конструкцию действует произвольная плоская система сил, поэтому составляем три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0; \quad X_A - F \cos \alpha - S \cos \beta = 0;$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A - F \sin \alpha + S \sin \beta = 0;$$

$$\sum M_{iA} = 0; \quad -F b \sin \alpha + F c \cos \alpha + S a \sin \beta - S c \cos \beta = 0.$$

Из уравнения моментов находим:

$$-F (b \sin \alpha - c \cos \alpha) + S (a \sin \beta - c \cos \beta) = 0. \quad (1)$$

Соответственно

$$S = F \cdot \frac{b \sin \alpha - c \cos \alpha}{a \sin \beta - c \cos \beta}. \quad (2)$$

Рассматривая треугольник  $ABD$ , получаем  $\operatorname{tg} \beta = \frac{c}{a}$ . Отсюда следует, что  $a \sin \beta - c \cos \beta = 0$ . Из данного факта могут вытекать два следующих варианта.

1. Если числитель формулы (2) не равен нулю, то величина силы  $\bar{S}$  стремится к бесконечно большому значению. Такая сила должна была бы разрушить конструкцию, однако на практике этого не происходит. Следовательно, представленный теоретический расчет, основанный на применении гипотезы об абсолютно твердом теле, оказывается здесь неприемлемым, а для определения величины силы  $\bar{S}$  надо допустить возможность деформирования как рассчитываемого тела, так и наложенных на него связей. Методы подобных расчетов разработаны в иных науках (сопротивлении материалов, строительной механике и др.).

Величины деформаций элементов конструкции здесь не могут считаться пренебрежимо малыми, так как они существенно влияют на ее геометрические параметры. Расчет реакций связей в рассматриваемом случае неразрывно связан с определением значений деформаций. Причем в положении равновесия конструкция лишается той особенности, о которой речь шла в начале расчета. Видно (рисунок 3), что линия действия силы  $\bar{S}$  уже не проходит через точку  $A$  (положение равновесия показано штрихпунктирной линией). Конструкции с такими свойствами называют мгновенно изменяемыми [3].

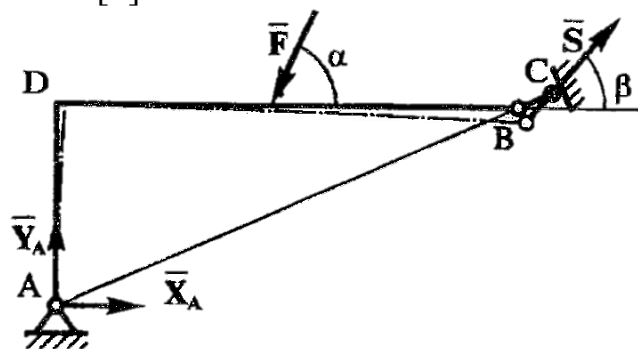


Рисунок 3. – Схема конструкции, линии действия реакций которой не пересекаются в одной точке

2. Если же в выражении (2) и числитель и знаменатель равны нулю, то величина силы  $\bar{S}$  описывается неопределенностью вида  $\frac{0}{0}$  (это может иметь место при  $\operatorname{tg} \alpha = c / b$ , то есть если линия действия силы  $\bar{F}$  проходит через точку  $A$ ).

При этом из уравнения (1) следует, что  $S$  может принимать любые значения. Соответственно и величины сил  $\bar{X}_A$  и  $\bar{Y}_A$  могут оказаться разными, так как они выражаются через  $S$ . То есть равновесное состояние

тела может иметь место при различных наборах значений сил реакций связей. Такая неопределенность решения задачи вызвана тем, что действующие на конструкцию силы оказались сходящимися при трех неизвестных силах. А равновесие тела в этом случае описывается только двумя независимыми уравнениями. Конструкция из мгновенно изменяемой превратилась в статически неопределимую.

Из рассмотренных вариантов видно, что уйти от статической неопределенности и получить однозначное решение задачи можно лишь в результате изменения угла наклона стержня  $BC$  и с ним – линии действия силы  $\bar{S}$ . Причем положение векторов заданных активных сил не оказывает влияния на возможность решения задачи методами статики абсолютно твердого тела. Она определяется видом и расположением механических связей.

Следовательно, при анализе статической определимости конструкции важно учитывать расположение не столько всех сил, сколько реакций связей и неизвестных активных сил.

### *Литература*

1. Курс теоретической механики / В.И. Дронг [и др.]; под общ. ред. К.С. Колесникова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 736 с.
2. Шимановский, А.О. Теоретическая маханика: учебное пособие в 2 ч.: / А.О.Шимановский. – Гомель: БелГУТ, 1998. – Ч.1: Статика. – 72 с.
3. Дарков, А.В. Строительная механика: учебник для строит. спец. вузов / А.В.Дарков, Н.Н.Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986, – 607 с.

*УДК 531.2*

## **ИЗДЕЛИЕ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ПЛАТФОРМЕ. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА И РАСЧЕТ МДКЗ**

Студент гр. 11502122 Р.А. Цыганков

*Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Чигарев В.А.*

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь

### **Общие сведения**

В пояснительной записке приведена транспортная характеристика изделия МДКЗ, закрепленного на железнодорожной платформе, при перевозке со скоростью до 100 км/ч (рисунок 1).

Устойчивость груза и прочность его закрепления на платформе подтверждаются расчетом.