УДК 372.881

Исследование многовариантных геометрических задач

Ревтович В.Н., Чернявская С.В.
Белорусский национальный технический университет

Приступая к решению геометрической задачи, учащийся в первую очередь делает чертеж, при этом чаще всего он чертит первый попавшийся рисунок, по его мнению, отвечающий условию задачи. Однако бывает так, что всем условиям задачи отвечает не один, а два и даже более различных вариантов рисунка (и, соответственно, решения задачи). Для примера рассмотрим следующую задачу.

Задача .Точка М удалена от сторон угла в 60^0 на расстояния $\sqrt{3}$ и $3\sqrt{3}$. Прямая, проходящая через М, пересекает стороны угла и отсекает от него треугольник с периметром 12. Найти площадь этого треугольника.

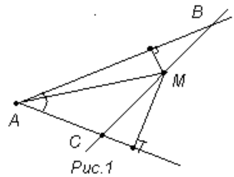

Рис.1

Решение. Рассмотрим сначала «традиционный» случай, когда точка М лежит внутри угла(рис.1). По условию, $P_{ABC} = 12; \angle BAC = 60^0$; . Пусть $AC = x, AB = y$, тогда $S_{ABC} = 0{,}5xy\sin 60^0$; $CB^2 = x^2 + y^2 - xy$ и

$$P_{ABC} = 12 + x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - xy}. \quad (1)$$

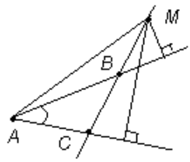

Рис.2

Проведем прямую AM,

тогда. Следовательно, $0{,}25\sqrt{3}xy = 0{,}5\sqrt{3}(y + 3x)$. (2)

Получим систему уравнений (1) – (2), которая не имеет решений. Однако, ответ «задача не имеет решения» является неверным, поскольку возможен другой случай расположения точки М относительно сторон угла (рис 2).

Решая аналогично предыдущему, получим $S_{ABC} = S_{AMC} - S_{AMB}$, то есть $0{,}25\sqrt{3}xy = 0{,}5\sqrt{3}(3x = y)$. Тогда соответствующая система уравнений будет иметь решение $x = 4, y = 4$ и $S_{ABC} = 4\sqrt{3}$.

Из рассмотренного примера видно, как важно научить ученика в первую очередь анализировать данные и искать все возможные варианты расположения точек, прямых и окружностей относительно друг друга, т.е. рассматривать в задаче наличие многовариантности условия.