Сетевой алгоритм решения транспортной задачи с ограниченными пропускными способностями

Корзников А.Д.

Белорусский национальный технический университет

Среди задач линейного программирования широко известен класс задач транспортного типа. В наиболее общей постановке они могут быть сформулированы в следующем виде.

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min, \quad (1) \qquad \qquad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_{j}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \ i = \overline{1, m}, \quad (2) \qquad 0 \le x_{ij} \le d_{ij}, \ i = \overline{1, m}, \ j = \overline{1, n} \quad (4)$$

Заметим, что если $d_{ij} \ge \min(a_i, b_j)$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$, то мы имеем открытую модель классической транспортной задачи. Введением фиктивных поставщика или потребителя она легко сводится к замкнутой

модели с выполненным балансовым соотношением:
$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{i=1}^n b_j$$
,

которые являются необходимым и достаточным условием разрешимости задачи. Естественно, что, несмотря на то, что рассматриваемая задача является задачей линейного программирования, очень специфическая структура матрицы ограниченной (1) и (2) привели к тому, что для ее решения был разработан метод потенциалов — модификация симплексметода, учитывающий эту особенность и позволяющий существенно уменьшить объем вводимой и хранимой исходной информации. Ситуация значительно меняется, если ограничения (4) являются нетривиальными, то есть для некоторых $(i,j), d_{ij} = 0$ (транспортная задача с запретами) или $d_{ij} < (a_i, b_j)$ (транспортная задача с ограниченными пропускными способностями). В этой ситуации возникают проблемы не только с применением симплекс-метода или его модификаций к решению задачи, но и с построением первоначального базисного решения.

В данной работе получены простые алгоритмы решения задачи (1)-(4), не использующие методов линейного программирования, а основанные на дальнейшем развитии идеи осуществления тернарных операций на графе (сети), и не требующий никакого его графического представления.