

Дифференциальные уравнения совместных линейных и крутильных колебаний в динамической системе

Микулик Н.А.

Белорусский национальный технический университет

Часто встречаются многомассовые динамические системы, в которых отдельные массы совершают одновременно угловые и линейные перемещения, т.е. имеют место крутильные и линейные колебания.

Рассмотрим четырехмассовую динамическую систему с реактивным звеном, в которой массы m_1, m_2, m_3 связаны последовательно соединениями с жесткостями c_{12}, c_{23} , а m_4 имеет ответвление от соединения c_{23} и опирается на пружину с жесткостью c_4 . Массы m_1, m_2 и m_3 совершают угловые перемещения φ_i вокруг оси соединений c_{12}, c_{23} , а m_4 – угловые перемещения φ_4 вокруг оси соединения c_4 и линейные вдоль оси x .

На первую массу воздействует внешнее возмущение $Q(t)$. Вынужденные колебания рассматриваемой системы описываются [1] системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - k_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = Q(t) \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) + k_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \\ I_3 \ddot{\varphi}_3 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) = -k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \\ I_4 \ddot{\varphi}_4 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) + c_4(\varphi_4 - x/2) = k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \\ m_4 \ddot{x} - c_4(\varphi_4 r - x) + c_4 x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Три последних уравнения (1) показывают связь между линейными и угловыми перемещениями масс m_3 и m_4 . В (1) I_i – моменты инерции m_i ($i=1, 2, 3$), r – радиус перехода от линейного перемещения к угловому и наоборот, k_1 и k_2 – коэффициенты трения. Собственные колебания описываются системой ДУ, полученной из (1) при $k_1 = k_2 = 0$ и $Q(t) = 0$.

Решения системы (1) при заданных значениях параметров I и c и начальных условиях $\varphi_i = \varphi_0, \dot{\varphi}_i = \dot{\varphi}_0, x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0, \ddot{x} = \ddot{x}_0$ и заданном возмущении $Q(t)$ можно получить, используя пакеты MathCAD, Mathematica, Matlab и др. или операционным методом.

Литература

1. Микулик Н.А. Основы теории динамических систем. – Минск: БНТУ, 2007. – 247 с.