в каждой из них построения отдельного частичного решения. При такой распределенной постановке задачи множество N представляет собой объединения групп, сформированных в отдельных точках. Для нахождения недоминируемых альтернатив на всем множестве начальных данных предложен алгоритм, реализующий еще одну операцию над паретовскими множествами, – нахождения множества Парето на объединения конечного число паретовских множеств.

Пусть нет возможности совместить процессы подготовки элементов из множества N и процесса их обработки; – тогда достаточно провести разбиение начального набора начальных данных на некоторое число подмножеств, на каждом из них в параллельном режиме сформировать отдельные паретовские множества и далее применить операцию объединения конечного числа отдельных паретовских множеств.

УДК 517.4

Ограниченность по части координат решений уравнений с запаздыванием

Шавель Н.А.
Белорусский национальный технический университет

Рассматривается система дифференциальных уравнений с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t, y_t), \quad \dot{y}(t) = g(t, x_t, y_t), \tag{1}$$

Где $t \in R_+$, $x_t(\theta) = x(t+\theta)$, $y_t(\theta) = y(t+\theta)$, $\theta \in [-r(t);0]$, $r: R_+ \to R_+$. Будем считать, что $r(t) \le r_0$ для любых $t \in R_+$ и некоторого $r_0 > 0$.

Решения системы (1) называются равномерно финально ограниченными по *x*, если существует постоянная $\alpha > 0$, такая, что для любого $\beta > 0$ найдется $T(\beta) > 0$, при котором

$$|x(t_0, \varphi, \psi)| \le \alpha, \forall t \ge t_0 + T(\beta),$$

для всех $t_0 \in R_+$, $(\varphi, \psi) \in C\left([-r(t),0], R^{n+m}\right)$, если $\|\varphi\| = \max\limits_{-r(t)\le\theta\le 0} |\varphi(\theta)| < \beta$.

Приведем условие равномерной финальной ограниченности решений по части переменных, предполагающее использование функционалов Ляпунова, подчиненных условиям типа Разумихина.

Предположим, что задан непрерывный функционал $V: R_+ \times C\left([-r(t);0], R^{n+m}\right) \to R$. Непрерывные строго возрастающие функции $\omega: R_+ \to R_+$, $\omega(0)=0$, будем называть функциями класса Хана и обозначать $\omega \in K$.

Теорема. *Пусть заданы функции* $a, b, \omega \in K$, *непрерывная неубывающая функция* $\rho: R_+ \to R_+, \rho(s) > s$ *для* $s > 0$, *и постоянная* $H > 0$. *Тогда, если для любого решения* $(x(t), y(t))$ *системы (1) выполнены условия*

1) $V(t, x_t, y_t) \geq a\left(\left|x(t)\right|\right)$;

2) $\dot{V}(t, x_t, y_t) \leq -\omega\left(\left\|x_t\right\|\right)$, *если* $t > t_0 + r_0$,

$\left\|x_t\right\| > H, \rho\left(V(t, x_t, y_t)\right) \geq V(t+\theta, x_{t+\theta}, y_{t+\theta})$ *для* $\theta \in \left[-r(t), 0\right]$;

3) $V(t, x_t, y_t) \leq b\left(\left\|x_t\right\|\right)$;

4) $\dot{V}(t, x_t, y_t) \leq M, M > 0$,

то решения системы (1) равномерно финально ограничены по x.