

реляции $R_{y_i x_j, \dots x_k}$, а следовательно, и коэффициента детерминации $R_{y_i x_j, \dots x_k}^2$ является существенным, и регрессионная модель согласуется с экспериментальными данными.

Анализ полученных данных позволяет сделать следующие основные выводы: 1) рассчитанные многофакторные уравнения регрессии (1) и (2) хорошо согласуются с экспериментальными данными и могут быть использованы для анализа и моделирования динамических процессов в зубчатых передачах автотракторных коробок передач, подобных изученной, а также для оптимизации учитываемых в этих зависимостях параметров точности зубчатых колес и режимов их работы; 2) исследованные факторы ($\Delta f_{\text{прб}}$, ΔD , v , $M_{\text{кр.ст}}$), связанные полученными зависимостями (1) и (2) с $K_{\text{дин.ср}}$ и $P_{\text{уд.дин.ср}}$, позволяют учесть 74,6% дисперсии $K_{\text{дин.ср}}$ и 71,0% дисперсий $P_{\text{уд.дин.ср}}$, т.е. объяснить большую часть изменения указанных характеристик динамической нагруженности зубчатых передач данного типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Влияние разности шагов зацепления на динамику зубчатых колес в условиях КПП трактора ДТ-75 / М.М. Кане, И.Л. Алешкевич, В.А. Шушкевич и др. — В сб.: Машиностроение и приборостроение. — Минск, 1976, вып. 8. 2. Кане М.М., Яковлев Г.М., Алешкевич И.Л. Исследование влияния ошибок зацепления и диаметра посадочного шлицевого отверстия зубчатого колеса на динамическую нагруженность передачи. — В сб.: Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. совещания "Повышение качества зубчатых передач конструктивными и технологическими методами." — Баку, 1976.

УДК 621.01: [534+517.948

Н.А. МИКУЛИК, О.Г. ДЕВОЙНО,
И.Г. ДЕВОЙНО

КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАМКНУТОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Для исследования колебательных процессов, происходящих в динамических системах колесных машин, станков используются различные динамические расчетные схемы. В настоящее время хорошо изучены двух- и трехзвенные цепные и разветвленные системы. Колебания в замкнутых системах менее исследованы.

Рассмотрим крутильные колебания замкнутой четырехзвенной системы (рис. 1). К таким схемам могут быть приведены системы, содержащие дифференциальную передачу, т.е. машинные агрегаты транспортных и других машин.

Система дифференциальных уравнений, описывающая колебательные процессы (без учета диссипативных сил), будет иметь вид

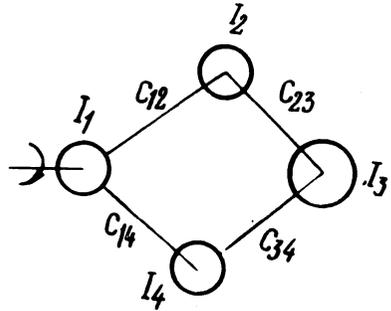


Рис. 1.

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{14}(\varphi_1 - \varphi_4) &= M_1; \\
 I_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) &= M_2; \\
 I_3 \ddot{\varphi}_3 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) &= 0; \\
 I_4 \ddot{\varphi}_4 - c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) - c_{14}(\varphi_1 - \varphi_4) &= M_4,
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где φ_i — угловые отклонения соответствующих масс; I_i — моменты инерций этих масс; M_i — внешние возмущающие моменты; c_{ij} — жесткости безынерционных соединений. Заменяем переменные $\varphi_1 - \varphi_2 = x_1$; $\varphi_2 - \varphi_3 = x_2$; $\varphi_3 - \varphi_4 = x_3$; $\varphi_1 - \varphi_4 = x_4$. Затем разделим i -уравнение на I_i и вычтем из первого уравнения второе, из второго — третье, из третьего — четвертое и из первого — четвертое. Перейдя к новым переменным, получим

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{x}_1 + k_1^2 x_1 + \frac{c_{14} x_4}{I_1} - \frac{c_{23} x_2}{I_2} &= \frac{M_1}{I_1} - \frac{M_2}{I_2}; \\
 \ddot{x}_2 - \frac{c_{12} x_1}{I_2} + k_2^2 x_2 - \frac{c_{34} x_3}{I_3} &= \frac{M_2}{I_2}; \\
 \ddot{x}_3 - \frac{c_{23} x_2}{I_3} + k_3^2 x_3 + \frac{c_{14} x_4}{I_4} &= -\frac{M_4}{I_4}; \\
 \ddot{x}_4 + \frac{c_{12} x_1}{I_1} + \frac{c_{34} x_3}{I_4} + k_4^2 x_4 &= \frac{M_1}{I_1} - \frac{M_4}{I_4},
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{где } k_1^2 = \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_{12}; \quad k_2^2 = \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_{23}; \quad k_3^2 = \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_{34}; \quad k_4^2 = \frac{I_1 + I_4}{I_1 I_4} c_{14}.$$

Приравняв к нулю правые части в системе (2), получим систему уравнений, описывающих собственные колебания рассматриваемой колебательной системы.

Подставив в полученную систему вместо x_i значение $A_i \cos \omega t$, где A_i — амплитуда, а ω — частота собственных колебаний, и сокращая на $\cos \omega t$, получим алгебраическую однородную систему уравнений относительно A_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Подобная система будет иметь отличные от нуля решения только при обращении в нуль определителя этой системы, т.е.

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_1^2 - \omega^2 - \frac{c_{23}}{I_2} & 0 & \frac{c_{14}}{I_1} \\ -\frac{c_{12}}{I_2} & k_2^2 - \omega^2 - \frac{c_{34}}{I_3} & 0 \\ 0 - \frac{c_{23}}{I_3} & k_3^2 - \omega^2 & \frac{c_{14}}{I_4} \\ \frac{c_{12}}{I_1} & 0 & \frac{c_{34}}{I_4} & k_4^2 - \omega^2 \end{vmatrix} \quad (3)$$

Уравнение (3) является уравнением частот собственных колебаний, решая которое, получим значения квадратов частот ω_i^2 ($i = 1, 2, 3, \dots$).

Предполагая, что на первую массу действует возмущающий момент $M_1 = A \sin qt$, на вторую $M_2 = B \sin mt$ и на четвертую $M_4 = C \sin nt$, решим систему (2) операционным методом. Согласно преобразованию Лапласа—Карсона при нулевых начальных условиях в пространстве изображений получим

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 p^2 + k_1^2 \bar{x}_1 - \frac{c_{23}}{I_2} \bar{x}_2 + \frac{c_{14}}{I_1} \bar{x}_4 &= \frac{A}{I_1} \frac{qp}{p^2 + q^2} - \frac{B}{I_2} \frac{mp}{p^2 + m^2} = f_1(p), \\ -\frac{c_{12}}{I_2} \bar{x}_1 + \bar{x}_2 p^2 + k_2^2 \bar{x}_2 - \frac{c_{34}}{I_3} \bar{x}_3 &= \frac{B}{I_2} \frac{mp}{p^2 + m^2}, \\ -\frac{c_{23}}{I_3} \bar{x}_2 + \bar{x}_3 p^2 + k_3^2 \bar{x}_3 + \frac{c_{14}}{I_4} \bar{x}_4 &= -\frac{C}{I_4} \frac{np}{p^2 + n^2}, \\ \frac{c_{12}}{I_1} \bar{x}_1 + \bar{x}_3 \frac{c_{34}}{I_4} + \bar{x}_4 p^2 + k_4^2 \bar{x}_4 &= \frac{A}{I_1} \frac{qp}{p^2 + q^2} - \frac{C}{I_4} \frac{np}{p^2 + n^2} = f_2(p). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Решаем полученную алгебраическую систему относительно $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4$. Определитель системы (4) Δ_1 получается из (3) заменой $-\omega^2$ на p^2 . По-

этому $\Delta_1 = (p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_2^2)(p^2 + \omega_3^2)(p^2 + \omega_4^2)$, где ω_i — корни выражения (3); $x_i = -\frac{\Delta_{1i}}{\Delta_1}$. Определитель Δ_{1i} получается из определителя Δ_1 заменой соответствующего столбца столбцом свободных членов.

После математических преобразований и перехода от изображений к оригиналам найдем

$$\bar{x}_1 = \frac{A}{I_1} \sum_{i=1}^4 A_i^{(1)} \frac{q \sin \omega_i t - \omega_i \sin gt}{\omega_i (\omega_i^2 - q^2)} + \frac{B}{I_2} \sum_{i=1}^4 A_i^{(2)} \times \\ \times \frac{m \sin \omega_i t - \omega_i \sin mt}{\omega_i (\omega_i^2 - m^2)} + \frac{c}{I_4} \sum_{i=1}^4 A_i^{(3)} \frac{n \sin \omega_i t - \omega_i \sin nt}{\omega_i (\omega_i^2 - n^2)}, \quad (5)$$

где $A_i^{(1)} = A_i + D_i$; $A_i^{(2)} = B_i - A_i$; $A_i^{(3)} = C_k - D_i$, $A_i = \frac{\prod_{k=1}^3 (\omega_i^2 - \alpha_k^2)}{4 \prod_{j=1}^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2)}$,

$$B_i = \frac{\prod_{k=1}^3 (\omega_i^2 - \beta_k^2)}{4 \prod_{j=1}^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2)}, \quad C_i = \frac{\omega_i^2 - \gamma_i^2}{\prod_{j=1}^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2)}, \quad D_i = \frac{\omega_i^2 - \gamma_i^2}{4 \prod_{j=1}^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2)}.$$

Здесь $\alpha_k^2, \beta_k^2; \gamma_1^2, \gamma_2^2$ — корни миноров относительно p^2 определителя Δ_{11} , разложенного по элементам первого столбца. Значения x_2, x_3, x_4 будут отличаться от x_1 только постоянными коэффициентами. Из (5) видим, что:

- 1) колебательный процесс рассматриваемой системы является сложным;
- 2) выражение (5) содержит разности квадратов собственных частот системы и частот всех возмущающих моментов;
- 3) в отличие от цепной системы, получающейся из рассматриваемой сложением второй и четвертой масс в одну, в нашем случае выходит на две собственные частоты больше, что позволяет использовать две соответствующие резонансные зоны, которые не учитываются при цепной схеме.

УДК 621.9:681.3.06

И.А. БАСС, Н.И. ЖИГАЛКО, П.Л. РОЗЕНТАЛЬ

ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Комбинированные инструменты являются специальными инструментами, что усложняет и затрудняет решение задач, связанных с автоматизацией