В рассмотренном примере крутое восхождение оказалось эффективным. Уже после второго шага получены оптимальные значения исследуемых факторов.

Литература

1. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., 1965.

УДК 621.01:[534 + 517.948

Н.А.Микулик, Ф.Ф.Якацук

КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ С РЕАКТИВНЫМ ЗВЕНОМ

Рассмотрим крутильные колебания четырехзвенной замкнутой системы с реактивным звеном (рис. 1). К такой системе можно привести динамическую систему машинного агрегата транспортных машин, если ее представить в виде системы с сосредоточенными массами, соединенными безынерционными валами.

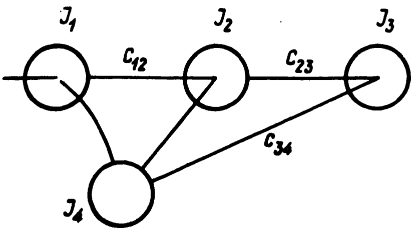

Рис. 1.

Система дифференциальных уравнений, описывающая колебания рассматриваемой системы без учета диссипативных сил, будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned}
&I_1\ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1-\varphi_2-\varphi_4) = M_1,\\
&I_2\ddot{\varphi}_{12} - C_{12}(\varphi_1-\varphi_2-\varphi_4) + C_{23}(\varphi_2-\varphi_3) = M_2,\\
&I_3\ddot{\varphi}_3 - C_{23}(\varphi_2-\varphi_3) + C_{34}(\varphi_3-\varphi_4) = 0,\\
&I_4\ddot{\varphi}_4 - c_{34}(\varphi_3-\varphi_4) - c_{12}(\varphi_1-\varphi_2-\varphi_4) = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где φ_1 - угол отклонения от равномерного вращения; M_i — внешний возмущающий момент; I_i - приведенные моменты инерций масс; c_{ij} - приведенные жесткости.

Обозначим $\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_4 = x_1$; $\varphi_2 - \varphi_3 = x_2$; $\varphi_3 - \varphi_4 = x_3$. Разделим каждое уравнение (1) на I_i и вычтем из первого уравнения второе и четвертое, из второго - третье, из третьего - четвертое. Тогда получим в новых переменных:

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot{x}_1 + k_1^2 x_1 - \frac{c_{23}}{I_2} x_2 = \frac{M_1}{I_1} - \frac{M_2}{I_2},\\
&\ddot{x}_2 - \frac{c_{12}}{I_2} x_1 + k_2^2 x_2 - \frac{c_{34}}{I_3} x_3 = \frac{M_2}{I_2}\\
&\ddot{x}_3 - \frac{c_{23}}{I_3} x_2 + \frac{c_{12}}{I_4} x_1 + k_3^2 x_3 = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где

$$k_1^2 = \frac{I_1 I_2 + I_1 I_4 + I_2 I_4}{I_1 I_2 I_4} c_{12}, \quad k_2^2 = \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_{23},$$

$$k_3^2 = \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_{34}.$$

Приравняв к нулю правые части в системе (2), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих свободные колебания рассматриваемой системы. Подставив в полученную систему вместо x_i $B_i \cos \omega t$ и сократив на $\cos \omega t$, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно B_i. Эта система будет иметь решения, отличные от нуля, если определитель равен нулю, т.е.

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_1^2 - \omega^2 & -\dfrac{c_{23}}{I_2} & 0 \\ -\dfrac{c_{12}}{I_2} & k_2^2 - \omega^2 & -\dfrac{c_{34}}{I_3} \\ \dfrac{c_{12}}{I_4} & -\dfrac{c_{23}}{I_3} & k_3^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0. \qquad (3)$$

Решая уравнение собственных частот, получим ω_i^2 –квадраты собственных частот ($i = 1, 2, 3$). Примем, что на первую и вторую массы соответственно действуют возмущающие моменты $M_1 = M_c(1 - e^{-kt}) + C\sin gt$ и $M_2 = A\sin mt$ при $t = 0$; $x_1 = x_2 = x_3 = 0$; $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$. Решим систему (2) операционным методом.

Согласно преобразованию Лапласа – Карсона, перейдя от оригиналов к изображениям, найдем

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{x}_1(p^2 + k_1^2) - \frac{c_{23}}{I_2}\bar{x}_2 = \frac{M_c}{I_1}\frac{k}{p+k} + \frac{C}{I_1}\frac{qp}{p^2+q^2} - \\
&- \frac{A\,m\,p}{I_2(p^2+m^2)} = f(p), \\
&-\frac{c_{12}}{I_2}\bar{x}_1 + \bar{x}_2(p^2 + k_2^2) - \frac{c_{34}}{I_3}\bar{x}_3 = \frac{A}{I_2}\frac{mp}{p^2+m^2}, \\
&\frac{c_{12}}{I_4}\bar{x}_1 - \frac{c_{23}}{I_3}\bar{x}_2 + \bar{x}_3(p^2 + k_3^2) = 0.
\end{aligned}\right\}(4)$$

Решаем систему (4) относительно $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$. Определитель системы (4) Δ_1 получим из определителя (3), если заменим $-\omega^2$ на p^2. Следовательно, определитель можно представить в виде $\Delta_1 = (p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_2^2)(p^2 + \omega_3^2)$.

Теперь $\bar{x}_i$ равен $\bar{x}_i = \Delta_{1i}/\Delta_1$. Здесь Δ_{11} получается из Δ_i заменой соответствующего столбца коэффициентов столбцом свободных членов из (4).

Разложив Δ_{1i} по элементам первого столбца, получим

$$\bar{x}_1 = \frac{f(p)(p^2+\alpha_{11}^2)(p^2+\alpha_{12}^2)}{\Delta_1} + \frac{A\,m\,c_{34}\,p\,(p^2+\beta_{11})}{I_2(p^2+m^2)\Delta_1}, \quad (5)$$

где α_{11}^2, α_{12}^2 – корни миноров, получившихся при разложении Δ_1 по элементам первого столбца, а $\beta_{11}^2 = \frac{(I_2c_{23} +}{I_3 I_4}\times$

$\dfrac{+I_3+I_4)c_{23}}{}$. Аналогично можно получить $\bar{x}_2$ и $\bar{x}_3$.

После элементарных преобразований и перехода от изображений к оригиналу из выражения (5) найдем

$$x_1=\frac{M_c}{I_1}\sum_{i=1}^{3}\frac{A_i}{k^2+\omega_i^2}\left(\frac{\omega_i^2+k^2}{\omega_i^2}-e^{-kt}-\frac{k^2}{\omega_i^2}\cos\omega_i t-\right.$$

$$\left.-\frac{k}{\omega_i}\sin\omega_i t\right)+\frac{A}{I_2}\sum_{i=1}^{3}(B_i C_{34}-A_i)\frac{m\sin\omega_i t-\omega_i\sin mt}{\omega_i(\omega_i^2-m^2)}+$$

$$+\frac{C}{I_1}\sum_{i=1}^{3}A_i\frac{q\sin\omega_i t-\omega_i\sin qt}{\omega_i(\omega_i^2-q^2)}, \tag{6}$$

где

$$A_i=(-1)^{i-1}\frac{(\omega_i^2-\alpha_{11}^2)(\omega_i^2-\alpha_{12}^2)}{(\omega_1^2-\omega_2^2)(\omega_1^2-\omega_3^2)},\ i=1,2,$$

$$A_3=\frac{(\omega_3^2-\alpha_{11}^2)(\omega_3^2-\alpha_{12}^2)}{(\omega_1^2-\omega_2^2)(\omega_2^2-\omega_3^2)},$$

$$B_i=(-1)^i\frac{\omega_i^2-\beta_{11}^2}{(\omega_1^2-\omega_2^2)(\omega_2^2-\omega_3^2)},\ i=2,3,$$

$$B_1=-\frac{\omega_1^2-\beta_{11}^2}{(\omega_1^2-\omega_2^2)(\omega_1^2-\omega_3^2)}.$$

В начале движения (при разгоне) системы ($q=m=0$)

$$x_1=\frac{M_c}{I_1}\sum_{i=1}^{3}\frac{A_i}{k^2+\omega_i^2}\left(\frac{\omega_i^2+k^2}{\omega_i^2}-e^{-kt}-\right.$$

$$- \frac{k^2}{\omega_i^2} \cos\omega_i t - \frac{k}{\omega_i} \sin\omega_i t). \tag{7}$$

При установившемся движении $k \to \infty$ имеем:

$$x_1 = \frac{M_c}{I_1} \sum_{i=1}^{3} \frac{A_i}{\omega_i^2} (1 - \cos\omega_i t) + \frac{C}{I_1} \sum_{i=1}^{3} A_i \times$$

$$\times \frac{q \sin\omega_i t - \omega_i \sin qt}{\omega_i(\omega_i^2 - q^2)} + \frac{A}{I_2} \sum_{i=1}^{3} (B_i c_{34} - A_i) \times$$

$$\times \frac{m \sin\omega_i t - \omega_i \sin mt}{m(\omega_i^2 - m^2)}. \tag{8}$$

В выражении (7) слагаемые не зависят от частот возмущающих моментов, т.е. нет зон резонанса в колебаниях системы. Следовательно, колебательный процесс при разгоне системы не оказывает влияния на долговечность звеньев системы.

Из выражения (8) следует, что при установившемся движении системы существуют зоны резонанса при значениях собственных частот основных и реактивного звеньев, близких к частотам возмущающих моментов. Значит, вынужденные колебания в системе при установившемся режиме оказывают влияние на долговечность ее звеньев.

УДК 621.825.6:620.199

Л.Я.Пешес, Ю.В.Скорынин, П.А.Удовидчик, Е.С.Яцура

УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ КАРДАННЫХ ПОДШИПНИКОВ

Карданные передачи являются неотъемлемой частью технических объектов, у которых необходимо осуществить передачу крутящего момента между агрегатами, имеющими в процессе эксплуатации относительные перемещения. Надежность карданной передачи в значительной степени определяется работоспособностью карданных игольчатых подшипников. Ресурс карданных подшипников современных машин значительно уступает срокам службы объектов, в которых они работают. В связи с