в области энергетического и атомного машиностроения и структурной механики ядерных реакторов.

УДК 629.375

**Влияние материала на устойчивость прямоугольного стержня**

Мышковец М.В., Тульев В.Д., Тульева В.В.
Белорусский национальный технический университет

Устойчивость различного рода стержней под действием приложенной нагрузки является важным фактором при конструировании и прогнозировании надежности таких изделий.

Следует учитывать, что на устойчивость стержней влияние оказывают не только приложенная нагрузка, но и собственный вес. Распределение внешней нагрузки может иметь различный характер. Внешние силы могут быть как распределенными по различным законам, так и сосредоточенными. Собственный вес изделия оказывает значительное влияние на устойчивость колонн, шахтных печей и других аналогичных конструкций.

В качестве исследуемой модели примем вертикально расположенный стержень постоянного сечения длины l, один конец которого будет защемлен, а на другой действует сосредоточенная сила F. При данном расположении стержня сила тяжести будет переменной величиной, зависящей от его длины. Обозначим силу тяжести, приходящуюся на единицу длины, как *p*. Тогда сила тяжести элемента длины *dx* будет *pdx*.

Применим вариационное уравнение для определения работы внутренних сил при переходе от одной искривленной формы к другой:

$$\delta A = M\partial\left(\frac{dv}{dx}\right)\Big|_0^l + \int_0^l \frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2v}{dx^2}\right)\frac{d}{dx}(\partial v)dx \qquad (1)$$

Учитывая, что полная работа равна сумме работ внешних и внутренних сил, получим следующее уравнение:

$$M\partial\left(\frac{dv}{dx}\right)\Big|_0^l + \int_0^l\left[\frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2v}{dx^2}\right) + (F + R_{l-x})\frac{dv}{dx}\right]\frac{d}{dx}(\partial v)dx = 0 \qquad (2)$$

Рассматривая лишь влияние собственного веса стержня, получим выражение для определения критической длины:

$$l_{\text{крит}} = \sqrt[3]{\frac{2EI\pi^4}{4p(\pi^2-4)}} \qquad (3)$$

Используя (3) определим критическую длину стержня прямоугольного профиля (a×b). В таблице приведены величины критической длины стержня, в котором a=2 см, b=1 см, под действием сосредоточенной силы:

| Материал | Нагрузка (Н) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
| Сталь | 274,39 | 201,22 | 165,94 | 144,33 | 129,39 | 118,28 |
| Кирпич | 105,68 | 79,99 | 61,29 | 53,09 | 47,05 | 43,37 |
| Бетон | 87,05 | 61,77 | 50,48 | 43,74 | 39,13 | 35,72 |

УДК 629.735

**Исследование движения тела с учетом увеличения массы**

Мышковец М.В., Тульева В.В., Тульев В.Д.
Белорусский национальный технический университет

При исследовании движения механических систем в классической механике массу считают практически постоянной. Однако, в некоторых случаях масса системы при ее движении может изменяться как за счет присоединения или отделения каких-либо тел системы, так и вследствие изменения геометрических параметров тел.

Рассмотрим движение тела постоянной массы P вниз по наклонной плоскости с некоторой начальной скоростью V0, к которому прикреплен разматывающийся трос, масса которого пропорциональна длине. В этом случае переменными параметрами при движении будет перемещение, скорость и масса. На данную механическую систему действует сила тяжести тела, сила тяжести троса и сила трения скольжения троса.

Запишем дифференциальное уравнение движения тела с тросом в проекции на ось *x*, направленной по наклонной плоскости в сторону движения:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P+\gamma x}{g}\right)\dot{x} = Psin\alpha + \gamma xsin\alpha - f\gamma xcos\alpha \qquad (1)$$

Возьмем производную и преобразуем:

$$\gamma \dot{x}^2 + (P+\gamma x)\ddot{x} = f(x) \qquad (2)$$

Где $f(x) = (Psin\alpha + \gamma xsin\alpha - f\gamma xcos\alpha)g$

Используем замену: $\ddot{x} = \frac{\dot{x}d\dot{x}}{dx}$

Тогда уравнение (2) примет вид:

$$\gamma \dot{x}^2 dx + (P+\gamma x)\dot{x}dx = f(x)dx \qquad (3)$$

Умножим уравнение (3) на ($P+\gamma x$) и получим:

$$(P+\gamma x)\gamma \dot{x}^2 dx + (P+\gamma x)^2 \dot{x}dx = (P+\gamma x)fxdx \qquad (4)$$

Левая часть выражения (4) представляет собой полный дифференциал:

$$d\left(\frac{(P+\gamma x)^2 \dot{x}^2}{2}\right) = (P+\gamma x)f(x)dx \qquad (5)$$