

## КИНЕМАТИКА ЭКСЦЕНТРИКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ С ВЕДУЩИМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЗВЕНОМ

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Эксцентрикые механизмы (ЭМ) обеспечивают движение ведомого звена с ускорением близким к синусоидальному, при котором исключаются не только жесткие, но и мягкие удары в начале и конце перемещения толкателя, т.е. обеспечивается безударный характер движения ведомого звена. Указанное свойство ЭМ широко используется при создании высокочастотных реверсивных механизмов, в частности устройств для вибрационного резания с приводом от шпинделя токарного станка. В работе [1] было показано, что наряду с традиционной схемой ЭМ, при которой эксцентрик является ведущим звеном, перспективно также использование (особенно при модернизации действующего станочного оборудования) схем ЭМ с ведущим цилиндрическим звеном и промежуточным эксцентриком (рис.1), поскольку это обеспечивает существенное упрощение конструкции привода устройства для вибрационного резания. Однако при переходе к модифицированной форме ЭМ изменяется закон движения толкателя, а следовательно и другие важные для работы вибрационного устройства кинематические характеристики движения ведомого звена, в частности его угловые (линейные) скорости и ускорения. В связи с этим проведение кинематического анализа модифицированных ЭМ с целью нахождения функциональных зависимостей для расчета параметров движения ведомых звеньев таких механизмов представляет определенный теоретический и практический интерес.

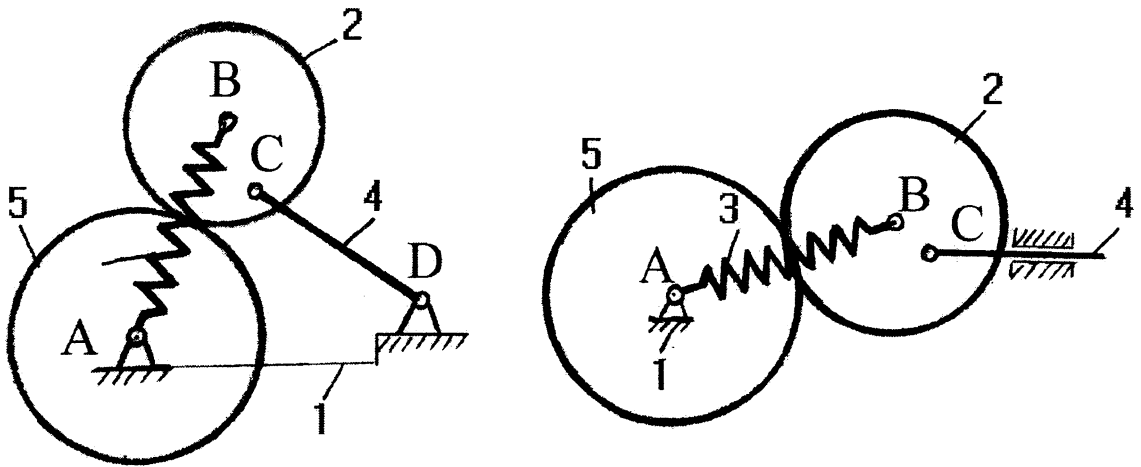


Рис. 1 Эксцентрикые механизмы с ведущим цилиндрическим роликом (слева - с качающимся толкателем, справа - с поступательно-перемещающимся толкателем)

Известно, что степень подвижности четырехзвенных ЭМ равна двум, причем в обычных эксцентрикых механизмах лишняя степень подвижности связана с вращением промежуточного ролика, не оказывающем влияния на кинематические характеристики движения толкателя. Поэтому обычные ЭМ в кинематическом плане эквивалентны четырехзвенникам с одними низшими парами. Следовательно в этом случае характеристики движения ведомого толкателя могут быть рассчитаны (при заданных разме-

рах звеньев и законе движения эксцентрика) по известным зависимостям для кривошипно-коромыслового или кривошипно-ползунного механизмов.

В отличие от обычных, характер движения ведомого толкателя в модифицированных ЭМ (рис. 1) напрямую зависит от движения промежуточного звена-эксцентрика; следовательно пренебрегать подвижностью этого звена уже невозможно. В связи с этим используя метод структурного дополнения [2] модифицированные ЭМ преобразуются во фрикционно-рычажные дифференциальные механизмы с одной степенью подвижности (рис. 2), благодаря чему кинематические характеристики движения всех звеньев, включая эксцентрик и ведомый толкатель, в этом случае определяются однозначно.

Следует отметить, что с целью обеспечения возможности использования известных соотношений без изменения индексации определяемых кинематических параметров нумерация звеньев ЭМ, представленных на рис. 1 и 2, произведена с учетом нумерации звеньев, использованной в [3] для шарнирно-рычажных четырехзвенников. В связи с этим неподвижная стойка, как и ранее, обозначена номером 1, ведомый эксцентрик (полнооборотный шатун) - как звено 2, дополнительно введенное опорное коромысло - как звено 3, а исполнительный толкатель (коромысло или ползун) - как звено 4. Ведущий цилиндрический ролик, как новое звено, обозначен номером 5.

Поскольку фрикционная пара 5,2 вместе с водилом 3 образуют дифференциальный механизм, то при отсутствии проскальзывания между фрикционными дисками 5 и 2, что в реальных механизмах (рис. 1) обеспечивается силой упругости пружины 3 (рис. 1) можно записать

$$\frac{\omega_5 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} = i_{52}^{(3)} \quad (1)$$

или

$$\frac{d\varphi_5 - d\varphi_3}{d\varphi_2 - d\varphi_3} = i_{52}^{(3)},$$

откуда

$$\varphi_5 = [1 - i_{52}^{(3)}]d\varphi_3 + i_{52}^{(3)}d\varphi_2,$$

что после интегрирования дает

$$\varphi_5 = [1 - i_{52}^{(3)}]\varphi_3 + i_{52}^{(3)}\varphi_2 + c.$$

В качестве начальных удобно принять предельные положения механизмов (на рис. 2 изображены пунктирными линиями), при которых звенья 3 и 2 вытягиваются в одну линию, поскольку в этом случае  $\varphi_3 = \varphi_2$ . Учитывая, далее, что начальное положение вектора  $\vec{1}_5$  на теле диска 5 может быть принято произвольно, примем его совпадающим с начальным положением звеньев 2 и 3. Тогда  $\varphi_{5_0} = \varphi_{3_0} = \varphi_{2_0}$ ,  $c=0$  и

$$\varphi_5 = [1 - i_{52}^{(3)}]\varphi_3 + i_{52}^{(3)}\varphi_2 \quad (2)$$

Для случая внешнего контакта соприкасающихся дисков  $i_{52}^{(3)} = -\frac{d_2}{d_5}$ , где

$d_5$  и  $d_2$  - соответственно диаметры ведущего цилиндрического ролика 5 и ведомого эксцентрика 2.

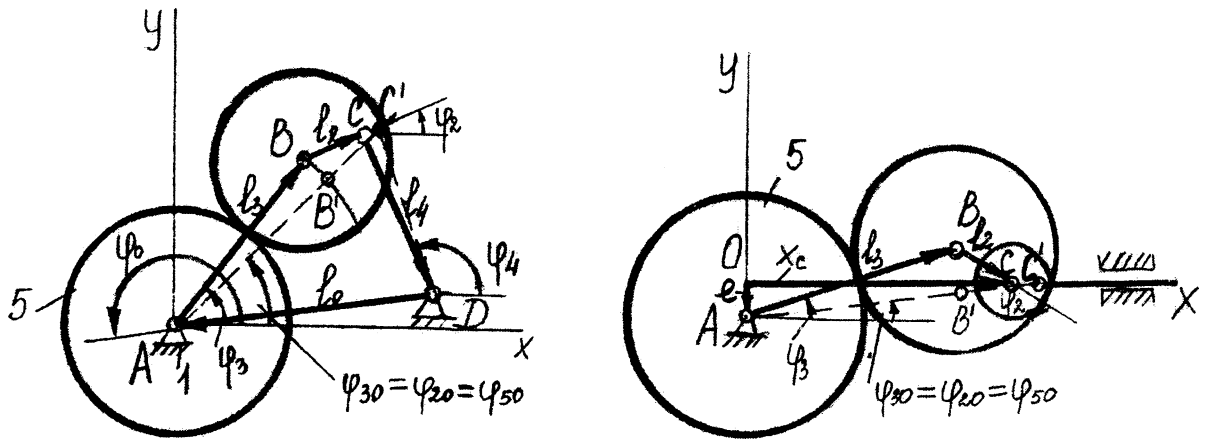


Рис. 2 Преобразованные эксцентрикые механизмы с ведущим цилиндрическим роликом (слева - с качающимся и справа - с поступательно-перемещающимся толкателем)

Уравнение (2) связывает известный угол  $\varphi_5$  поворота ведущего цилиндрического ролика 5 с двумя неизвестными углами поворота  $\varphi_3$  и  $\varphi_2$  ведомых коромысел 3 и 2. Поэтому необходимо дополнительное уравнение связи между параметрами  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Такое уравнение можно получить из рассмотрения векторных контуров соответствующих шарнирно-рычажных механизмов. Для ЭМ с качающимся толкателем (рис. 2) таким контуром является шарнирно-рычажный четырехзвенник ABCD со звеньями-векторами  $\vec{l}_1, \vec{l}_3, \vec{l}_2$  и  $\vec{l}_4$ . Уравнение замкнутости указанного контура имеет вид

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_3 + \vec{l}_2 = \vec{l}_4 \quad (3)$$

Проектируя (3) на оси координат  $xAy$ , получим систему уравнений

$$l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 = l_4 \cos \varphi_4 \quad (4)$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 = l_4 \sin \varphi_4, \quad (4')$$

в которых размеры звеньев  $l_1, l_2, l_3$  и  $l_4$ , а также угол  $\varphi_1$  - заданные величины, а углы  $\varphi_2, \varphi_3$  и  $\varphi_4$  являются величинами, подлежащими нахождению.

Уравнения (4) и (4') позволяют путем исключения одного из неизвестных угловых параметров установить связь между двумя другими неизвестными. Поскольку нас интересует связь между углами  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ , то исключению подлежит параметр  $\varphi_4$ . Методика решения системы уравнений (4) и (4') дана в [3]. Поэтому сразу запишем конечный результат:

$$\varphi_3 = \arccos \left[ -\frac{1}{1+B^2} \left( A \pm B \sqrt{1-A^2+B^2} \right) \right], \quad (5)$$

где  $A = \frac{a^2 + b^2 + l_3^2 - l_4^2}{2bl_3}$ ,  $B = \frac{a}{b}$ ,  $a = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2$  и  $b = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2$ .

Два значения угла  $\varphi_3$  соответствуют двум возможным вариантам сборки двух-коромыслового механизма.

Уравнением (5) устанавливается функциональная зависимость  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)$ , после чего на основе уравнения (4) или (4'), может быть найдена и функция  $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_2)$ .

Поскольку ведомый эксцентрик совершает полнооборотное вращение, то задаваясь значениями  $\varphi_2$  от 0 до  $2\pi$  через некоторый фиксированный угловой промежуток  $\Delta\varphi$  можно, используя выражения (5), получить таблицу значений функции

$\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)'$ . Это дает возможность, подставляя в уравнение (2) значения функции  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)$  из уравнений (5), определить функциональную зависимость  $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_2)$ , т.е. установить в неявной форме связь между неизвестным углом поворота  $\varphi_2$  эксцентрика и заданным углом  $\varphi_5$  поворота цилиндрического ролика. После нахождения функции  $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_2)$  могут быть найдены функции  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_5)$  и  $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_5)$ , если в известные зависимости  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)$  и  $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_2)$  вместо угла  $\varphi_2$  подставить соответствующие значения угла  $\varphi_5$ , определенные из уравнения (2).

Функции положения звеньев коромысло-ползунного механизма с полнооборотным шатуном ОАВС (рис.2) также определяются основным уравнением (2) и дополнительным уравнением замкнутости векторного контура

$$\bar{e} + \bar{l}_2 + \bar{l}_1 = \bar{x}_c \quad (6)$$

Проектируя (6) на оси координат  $x$  и  $y$ , получим систему из двух дополнительных уравнений

$$l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 = x_c \quad (7)$$

$$e + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 = 0, \quad (7')$$

одно из которых, а именно (7'), устанавливает связь между углами  $\varphi_3$  и  $\varphi_2$ ,

а второе, (7) – связь между перемещением  $x_c$  и углом поворота эксцентрика  $\varphi_2$ .

Подставляя в уравнение (2) значения функции  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)$  из уравнения (7'), получим функциональную зависимость  $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_2)$  в виде

$$\varphi_5 = \left[ 1 - i_{52}^{(3)} \right] \arcsin \left[ - \frac{e + l_2 \sin \varphi_2}{l_3} \right] + i_{52}^{(3)} \varphi_2, \quad (8)$$

устанавливающую в неявной форме связь между неизвестным  $\varphi_2$  и известным  $\varphi_5$  угловыми параметрами. После нахождения функции  $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_2)$  функциональные зависимости  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_5)$  и  $x_c = x_c(\varphi_5)$  найдутся путем подстановки в равенства (7) и (7') вместо угла  $\varphi_2$  соответствующих значений  $\varphi_5$  из уравнения (8).

Скоростные зависимости  $\omega_2, \omega_3$  и  $\omega_4$  (или  $v_4$ ) ведомых звеньев рассматриваемых модифицированных ЭМ будем находить в соответствии со следующими равенствами:

$$\omega_2 = i_{25} \omega_5$$

$$\omega_3 = i_{35} \omega_5 = \omega_5 i_{32} i_{25} = \omega_2 i_{32}$$

$$\omega_4 = i_{45} \omega_5 = \omega_5 i_{42} i_{25} = \omega_2 i_{42}$$

или (для ЭМ с поступательно перемещающимся толкателем)

$$v_4 = i_{45} \omega_5 = \omega_5 i_{42} i_{25} = \omega_2 i_{42}$$

Передающее отношение  $i_{25}$  определяется путем деления правой части уравнения (1) на  $\omega_2$  и некоторых преобразований:

$$i_{25} = \frac{1}{i_{52}} = \frac{1}{i_{52}^{(3)} + [1 - i_{52}^{(3)}] \cdot i_{32}}$$

Ускорения ведомых звеньев модифицированных ЭМ будем находить из соотношений

$$\varepsilon_2 = \omega_5^2 i'_{25} + \varepsilon_5 i_{25}$$

$$\varepsilon_3 = \omega_5^2 i'_{35} + \varepsilon_5 i_{35}$$

$$\varepsilon_4 = \omega_5^2 i'_{45} + \varepsilon_5 i_{45}$$

или (для ЭМ с поступательно перемещающимся толкателем)

$$a_4 = \omega_5^2 i'_{45} + \varepsilon_5 i_{45}$$

При равномерном вращении ведущего звена  $\varepsilon_5 = 0$ . Тогда задача по определению ускорений ведомых звеньев сводится к нахождению соответствующих производных:

$$i'_{25} = \frac{d(i_{25})}{d\varphi_5} = \frac{d(i_{25})d\varphi_2}{d\varphi_2 d\varphi_5} = i_{25} \frac{d(i_{25})}{d\varphi_2} = i_{25} \left[ \frac{1}{i_{52}^{(3)} + [1 - i_{52}^{(3)}] \cdot i_{32}} \right]' = \frac{[i_{52}^{(3)} - 1] \cdot i'_{32}}{i_{52}^3} = i_{25}^3 [i'_{52} - 1] \cdot i'_{32}$$

$$i'_{35} = \frac{d(i_{35})}{d\varphi_5} = \frac{d(i_{35})d\varphi_2}{d\varphi_2 d\varphi_5} = i_{25} \frac{d(i_{32}i_{25})}{d\varphi_2} = i_{25} \frac{d\left(\frac{i_{32}}{i_{52}}\right)}{d\varphi_2} = i_{25}^3 (i'_{32}i_{52} - i_{32}i'_{52})$$

$$i'_{45} = i_{25} \frac{d(i_{45})}{d\varphi_2} = i_{25} \frac{d\left(\frac{i_{42}}{i_{52}}\right)}{d\varphi_2} = i_{25}^3 (i'_{42}i_{52} - i_{42}i'_{52})$$

При выбранной нумерации звеньев передаточные отношения  $i_{32}$  и  $i_{42}$ , а также их производные  $i'_{32}$  и  $i'_{42}$  могут быть рассчитаны по соответствующим формулам, выведенным при кинематическом анализе кривошипно-коромыслового и кривошипно-ползунного механизмов [4].

**Литература.** 1. Молочко В.И. Новые конструкции эксцентриковых приводов для устройств вибрационного точения. Весці АН БССР, серыя фізіка-тэхнічных навук, №3, стр. 61-64, Мн., 1985. 2. Молочко В.И. О структурных эквивалентах эксцентриковых механизмов с роликовыми толкателями. Машиностроение, Республиканский межведомственный сборник научных трудов. Выпуск 18. Минск, 2002. 3. Молочко В.И. Кинематика шарнирно-рычажных четырехзвенников с ведущим полнооборотным шатуном. Современные методы проектирования машин. - Мн., 2002. 4. Шимкович А.А. Механика. Минск, "Вышэйшая школа", 1969 – 384 с.