

токовым управлением.-М.: Энергия, 1974.-168 с. 3. Петренко Ю.Н., Гульков Г.И. Авто-
матизация типовых технологических процессов и промышленных установок. -Мн.:
БПИ, 1989. - 81 с.

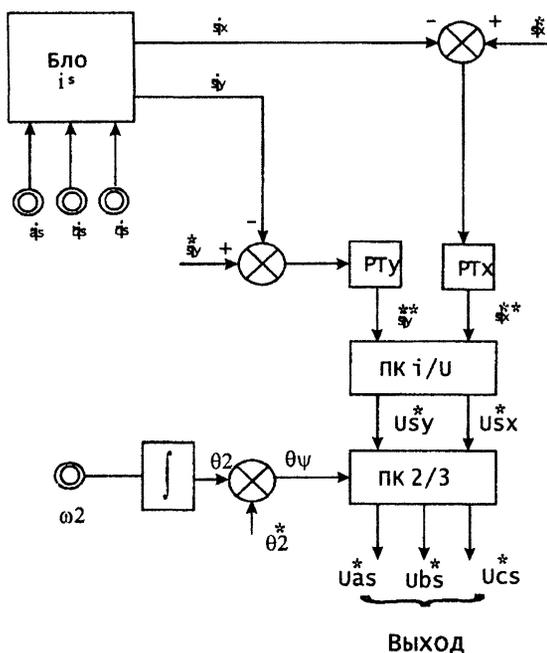


Рис.3. Функциональная схема векторного управления
АД с автономным инвертором напряжения

- - входные сигналы
- ⊙ - сигналы обратной связи

УДК 621.3.049.77

В.М. Колешко, В.В. Ковалевский

НЕЙРОКОДИРОВАНИЕ СЕНСОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

*Белорусский национальный технический университет,
Минск, Беларусь*

Нейроны коры головного мозга переносят информацию о признаках входного воздействия, упорядоченным набором импульсов. При этом происходит нейрокодирование сенсорной информации и для раскрытия “содержания” нейронной импульсной последовательности необходим процесс декодирования [1,2].

Необходимо отметить, что большинство экспериментов в области нейрокодирования сенсорной информации проводятся при условиях, во многом не совпадающих с естественными. Сенсорные сигналы обычно выбираются из ограниченного набора с упрощенной динамикой. Проблема заключается в том, что при использовании входных воздействий, приближенных к реальным, со сложной временной зависимостью, очень трудно количественно охарактеризовать реакцию нейрона. В решении данной проблемы может помочь информационная теория. В частности, она дает точный ответ на один критический вопрос, возникающий при изучении нейрокодирования: “Какая часть “точной временной структуры” (detailed temporal structure) последовательности нервных импульсов содержит информацию, а какая является “шумом”?”. Математически

“точная временная структура” количественно характеризуется *энтропией нервных импульсов* (spike train entropy), “перенос сигнала” — *частотой передачи информации* (information transmission rate), а “шум” — *условной или шумовой энтропией*. Рассмотрим эти термины более детально.

Пусть A и B — два случайных события, $P(A)$ и $P(B)$ — вероятности их возникновения. Тогда *вероятность совместного события* выражается через $P(A,B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$, где: $P(A/B)$ — условная вероятность возникновения события A при наступлении события B , а $P(B/A)$ — наоборот. Если оба события независимы друг от друга, т.е. возникновение события A не зависит от B и наоборот, то: $P(A/B) = P(A)$ и $P(B/A) = P(B)$. Тогда $P(A,B) = P(A) \cdot P(B)$.

Реакцию нейрона можно охарактеризовать *настроечной кривой (tuning curve)*, которая показывает как реагирует нейрон на стимул, который содержит изменяющийся (варьируемый) параметр. Если варьируются два параметра, то используется *настроечная поверхность (tuning surface)*. Форма настроечных кривых обычно сводится к двум категориям: *сигмоидальная*, как настройка контраста, и *колоколообразная* (кривая Гаусса), характеризующая ориентацию или направление движения.

Нейрон представляется коммуникационным каналом (рис.1), который принимает на входе стимул $s(t)$, и генерирует последовательность нервных импульсов $x(t)$ [3]. Как $s(t)$, так и $x(t)$ — случайные переменные. Наблюдение $x(t)$ как реакции на $s(t)$, представляется процессом, в котором информация об окружающем мире определенным образом усиливается. Поэтому для описания связи (взаимоотношения) между ними, т.е. как стимул влияет на реакцию нейрона и как в последовательности нервных импульсов отражены характеристики входного воздействия, определяют следующие величины:

$p(s(t))$ — вероятность распространения $s(t)$;

$p(x(t))$ — вероятность распространения $x(t)$;

Представление коры головного мозга в форме коммуникационного канала



Рис.1

$p[x(t)/s(t)]$ — условная вероятность наблюдения $x(t)$ при наступлении $s(t)$, т.е. описывает как информация от стимула кодируется в последовательности нервных импульсов. Настроечная кривая — результат измерения этой вероятности;

$p[s(t)/x(t)]$ — условная вероятность распространения $s(t)$ при наблюдении $x(t)$, т.е. она связана с противоположной проблемой, — как декодировать нейронную реакцию, чтобы получить о входном воздействии.

Все эти величины входят в состав совместной вероятности $s(t)$ и $x(t)$:

$$p[s(t), x(t)] = p(s(t))p(x(t)/s(t)) = p(x(t))p(s(t)/x(t))$$

Необходимо также дать определение *априорной вероятности* $p(s)$ входа s , т.к. она представляет возможность присутствия s до возникновения последовательности нервных импульсов, и $p(s/x)$ — *постприорной вероятности* s , которая характеризует воз-

возможность того, что нейрон отвечает на входное воздействие s посредством нервных импульсов x . Т.к. при фиксации x происходит усиление некоторой информации, имеющейся во входном стимуле s , то $p(s/x) \geq p(s)$, где знак равенства отражает худший случай, когда x никак не связана с s , поэтому информация о входном воздействии не может быть извлечена из нервного импульса. Общее усиление информации количественно выражается через:

$$I = \log \frac{p(s/x)}{p(s)} \geq 0 \quad , \text{ либо} \quad I = \log \frac{1}{p(s)} = -\log p(s)$$

Из этого выражения следует, что чем менее вероятно событие (малое $p(s)$), тем больше усиливается информация, передаваемая последовательностью нервных импульсов. При $p(s)=1$ информация не усиливается. Если на входе присутствует не “двоичное” событие (произойдет, либо не произойдет с вероятностью p), а случайная переменная с варьирующимся параметром s и вероятностью распространения $p(s)$, то информация, усиливающаяся в коммуникационном канале, средневзвешенная для всевозможных значений s равна:

$$I = - \sum_i p(s_i) \log p(s_i) \quad , \text{ если } s \text{ дискретно, либо} \quad I = - \int p(s) \log p(s) ds \quad , \text{ если непрерывно.}$$

Если в системе присутствует шум, то отношение стимул-реакция нейрона, является неопределенным, т.к. один и тот же s из-за шума может соответствовать различным x , (т.е. $p(s/x) < 1$). Поэтому, информация о входном воздействии s , усиливающаяся при наблюдении нервных импульсов x , будет равна:

$$I(x) = \int p(s/x) \log \frac{p(s/x)}{p(s)} ds$$

В случае наблюдения за всеми возможными нервными импульсами x :

$$I = H(s) - H(s/x), \text{ где}$$

$$H(s) \triangleq - \int p(s) \log p(s) \quad \text{и} \quad H(s/x) \triangleq \int p(x) \left[\int p(s/x) \log p(s/x) ds \right] dx$$

Величина $H(s)$ — *энтропия* входного воздействия s , которая соответствует полной информации, усиленной при идеальных условиях, т.е. представляет максимум возможной информации об s , который может быть перенесен. Т.к. процесс усиления информации равнозначен уменьшению неопределенности, то $H(s)$ также характеризует неопределенность входного воздействия s до момента наблюдения реакции нейрона x .

$H(s/x)$ — *условная энтропия*, которая представляет неопределенность входного воздействия s после момента наблюдения реакции нейрона x . Если основой логарифма является 2, то единица измерения энтропии — бит.

Информационное усиление $I = H(s) - H(s/x)$ — *полное количество информации (mutual information)*, характеризующее снижение неопределенности от $H(s)$ (до появления нервных импульсов x) и до $H(s/x)$, когда происходит генерация импульсов. Для идеального случая (т.е. $p(s/x)=1$) неопределенность ($H(s/x)$) становится равной нулю, а полная информация о входном воздействии s :

$$I = H(s) = - \int p(s) \log p(s) ds$$

В качестве примера рассмотрим эксперимент с n равнозначными результатами S_i ($i=1, \dots, n$). Вероятность появления определенного S_i равна $p(S_i)=1/n$. Поэтому общая неопределенность, энтропия, этого эксперимента:

Т.е. можно заметить, что при условии равного возникновения того или иного результата, энтропия — логарифм от общего числа возможных результатов. Например,

$$H(s) = - \sum_{i=1}^n p(s_i) \log p(s_i) = \log n$$

если $n=8$, то энтропия, или максимально возможное количество информации об эксперименте, равняется $\log_2 8$ или трем битам.

Найдем вероятность распространения $p(x)$ для максимального значения энтропии $H(x)$ в случае

$$\text{когда} \quad \sum_i p(x_i) = 1 \quad \text{или} \quad \int_{x=-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$

При диапазоне случайной переменной ($a \geq x \geq 0$) равномерное распределение

$$p(x) = \begin{cases} 1/a & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

поэтому максимальная энтропия $H(x) = \log a$

При диапазоне случайной переменной ($\infty \geq x \geq 0$) и среднем значении μ , равномерное распределение

поэтому максимальная энтропия $H(x) = \log(e\mu)$.

$$p(x) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}$$

При дисперсии σ^2 случайной переменной x , нормальное распределение определяется как:

$$p(x) = N(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$H(x) = \log \sqrt{2\pi e \sigma^2}$$

поэтому максимальная энтропия

Т.к. дисперсия σ^2 может быть рассмотрена как динамическая энергия, содержащаяся в x , то распределение по Гауссу, требует минимальных затрат энергии.

Количество информации об окружающем мире ограничивается энтропией входных сенсорных сигналов, поэтому, информация о входном воздействии, которую можно получить из последовательности нервных импульсов, определяется энтропией этих импульсов. Для простоты расчета энтропии, каждая импульсная последовательность характеризуется только общим количеством спайков n за определенный момент времени T . При диапазоне изменения n от 0 до бесконечности, его среднее значение находится по формуле:

Распределение для максимальной энтропии:

Максимум энтропии находится по формуле:

$$\mu = \sum_{n=0}^{\infty} np(n) = rT$$

где: r — частота генерации импульсов (c^{-1}).

$$p(n) = (1 - e^{-\lambda}) e^{-\lambda n} = \frac{\mu^n}{(\mu + 1)^{n+1}} \quad \text{где: } \lambda = \ln(1 + 1/\mu).$$

$$H(n) = \log(1+\mu) + \mu \cdot \log(1+1/\mu)$$

Поделив $H(n)$ на T , мы получим *коэффициент энтропии*, характеризующий количество информации переносимой за единицу времени. Для получения количества информации, переносимой отдельным импульсом, необходимо поделить $H(n)$ на μ .

Если учитывать в расчете энтропии всю временную картину (temporal pattern), то для N -битной строки (строка представляется в виде 0 и 1) $N=T/\tau$, где T – “временное окно”, τ – длительность, в пределах которой, помещается не больше одного спайка. Число $N!$ (единичных состояний) в строке $N_1=r \cdot T$, где r – частота возбуждения нейрона. Вероятность для любого “бита” в строке быть 1: $p=N/N_1$.

Общее число “равнозначных участков” в строке (выбираются N_1 единичных состояний):

$$\frac{N!}{N_1!(N - N_1)!}$$

Т.к. энтропия случайного результата в эксперименте – логарифм общего числа равнозначных результатов, то энтропия последовательности нервных импульсов:

$$H = \log \frac{N!}{N_1!(N - N_1)!} = \log N! - \log N_1! - \log(N - N_1)!$$

Принимая во внимание формулу Стирлинга

$$\log n! \approx n(\log n - 1) + \log(2\pi n)/2 \approx n(\log n - 1)$$

получаем выражение для расчета энтропии:

$$H = -N \cdot [\log p + (1-p) \cdot \log(1-p)]$$

В качестве примера рассчитаем количество информации, переносимой нейроном МТ-области коры головного мозга. Усредненная частота возбуждения нейрона (r) — 50 Гц (60 импульсов в секунду). Пусть в последовательности нейронных импульсов длительностью $T=10$ с, минимальный интервал времени в течение которого происходит возбуждение $\tau=0.03$ с. Поэтому:

$$N_1=r \cdot T=60 \cdot 10=600$$

$$N=T/\tau=10/0.03=333,3$$

Следовательно, $p=N/N_1=333,3 / 600 = 0,556$. Подставляя эти значения в формулу для расчета энтропии, получаем:

$$H = -N \cdot [\log p + (1-p) \cdot \log(1-p)] = -333,3 \cdot [\log 0,556 + (1-0,556) \cdot \log(1-0,556)] = 137,15$$

Т.к. $\log_2 137,15=7,3$, то можно сказать, что данной последовательностью кодируется немногим более 7бит информации.

Таким образом, человек может запоминать немногим более 7бит визуальной, словесной, музыкальной и т.п. информации в секунду. Из чего можно сделать вывод, что, продолжаясь в течение жизни, такая частота запоминания воспроизведет свыше 10^8 бит информации, что сопоставимо с сотнями книг, справочников и т.д.

Литература. 1. Колешко В. М. Психофизика, информатика человека., БИТА, Минск, 1996, 51с. 2. Колешко В. М., Ковалевский В. В. Компьютер и мозг, сб. Машиностроение. 3. Atick J. J. Could information theory provide an ecological theory of sensory processing ?, Network, 1999: Computation in Neural Systems, No.3(3), pp. 213–251;