

БНТУ, Машиностроительный факультет; редкол.: А.А. Калина и [и др.] – Минск: БНТУ, 2021

6. Детали машин: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей: в 3 ч. / А.Т. Скойбеда (и др.); -Минск: БНТУ, 2019.-Ч.2 :Соединения деталей машин.-2022.-179с. ISBN 978-985-583-349-0(Ч.2).

7.Шанников, В. М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением [Текст] / Доц. В. М. Шанников, канд. техн. наук. - Москва ; Ленинград : [Ленингр. отд-ние] и 1-я тип. Машгиза в Л., 1948. - 172 с. : ил.; 23 см.

8.Прецессионные редуцирующие механизмы для приводных устройств различного назначения : [монография] / Громыко П.Н., Макаревич Д.М., Доконов Л.Г., Макаревич С.Д., Гончаров П.С., Трусов И.В. - Могилев : Белорусско-Российский университет, 2013. - 272 с. : ил.

**Применение метода начальных параметров для
расчета статически неопределимой балки
с жёсткой заделкой**

Студент гр. 11001122 Гончарова Е. А.

Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент Беляцкая Л.Н.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Балки могут выполнять функции элемента конструкции лишь в тех случаях, если они неподвижны, то есть когда их точки перемещаются только в результате деформирования. В случае действия нагрузки только в одной плоскости неподвижность обеспечивается тремя связями (опорами). Эти связи являются необходимыми. Поскольку для плоской системы сил можно составить три уравнения равновесия, то реакции необходимых связей могут быть найдены с помощью лишь одних уравнений статики. Такие балки называются статически определимыми.

Однако в балке из конструктивных соображений, для увеличения ее прочности и жесткости, может быть больше трех связей (реакций). В этом смысле некоторые связи являются лишними. Балки с лишними связями называются статически неопределимыми, поскольку реакции таких балок невозможно определить только при помощи уравнений статики. Степень

статистической неопределимости балки определяется разностью между числом неизвестных реакций и числом независимых уравнений статики.

Выбор метода расчета статически неопределимой балки связан со степенью статической неопределимости. Если лишних связей не много (одна, две), то применяют общий метод: составляют возможные независимые уравнения статики, добавляют необходимые уравнения совместности деформаций (перемещений). Из совместного решения всех составленных уравнений определяют усилия в связях (реакции). Дальнейшие расчеты не отличаются от расчетов статически определимых балок.

ЗАДАЧА

Рассмотрим балку изображенную на рисунке 1.

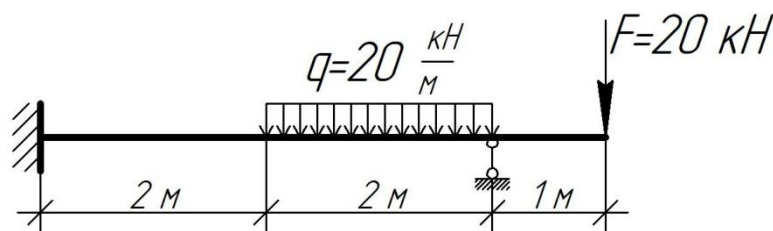


Рисунок 1. Условие

РЕШЕНИЕ:

Для этой балки (рис. 1) можно составить три уравнения статики, а неизвестных – четыре. Левая опора, жесткая заделка, имеет три связи, правая – шарнирно-подвижная, имеет одну связь. Значит, балка один раз статически неопределима.

Найдём реакции связей из совместного решения уравнений статики и одного уравнения перемещений.

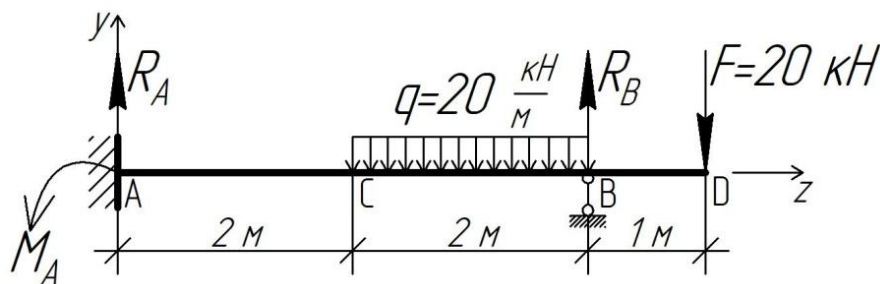


Рисунок 2. Схема для определения уравнений статики

$$\sum M_A = 0: -M_A + q \cdot 2 \cdot 3 - R_B \cdot 4 + F \cdot 5 = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_B = 0: -M_A - q \cdot 2 \cdot 1 - R_A \cdot 4 + F \cdot 1 = 0; \quad (2)$$

$$EIy_z = EIy_0 + EI\theta_0 \cdot z - \frac{M_A \cdot z^2}{2} + \frac{R_A \cdot z^3}{6} - \frac{q \cdot z - 2^4}{24} + \frac{R_B \cdot z - 4^3}{6}. \quad (3)$$

y_0 и θ_0 - прогиб и угол поворота сечения в начале координат, которые находятся в заделке и равны нулю: $\Rightarrow EI\theta_0 = 0; EIy_0 = 0;$

Задаём граничные условия.

Прогиб на опоре B равен нулю: $EIy_B = 0$. Получаем уравнения перемещений:

$$EIy_B \Big|_{z=4,м} = -\frac{M_A \cdot 4^2}{2} + \frac{R_A \cdot 4^3}{6} - \frac{q \cdot 4 - 2^4}{24} = 0; \quad (4)$$

Объединяем выражения (1), (2), (4) в систему уравнений, решаем её и определяем реакции опор:

$$\left. \begin{aligned} -M_A + 120 - R_B \cdot 4 + 100 &= 0; \\ -M_A - 40 + R_A \cdot 4 + 20 &= 0; \\ -8M_A + R_A \cdot 10,67 - 13,33 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Откуда

$$R_A = 6,88 \text{ кН};$$

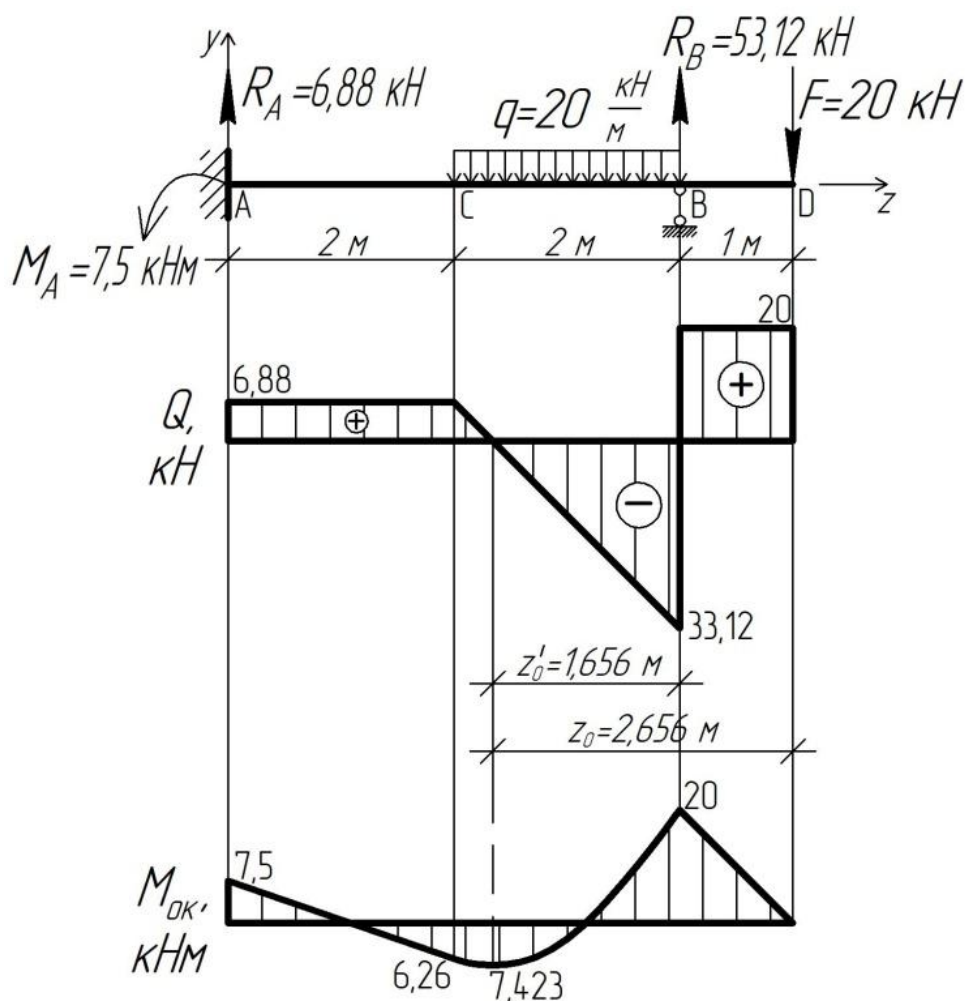
$$R_B = 53,12 \text{ кН};$$

$$M_A = 7,5 \text{ кНм}.$$

Статическая проверка $\sum y = 0; R_A + R_B - q \cdot 2 - F = 0$.

Строим на балке окончательные эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M .

Примечание. Эпюру изгибающих моментов M , строим со стороны растянутых волокон.

Рисунок 3. Эпюры Q и M

Из условия прочности подберем сечение двутавр, где $R = 210$ МПа.

$M_{max} = 20$ кН · м (из эпюры изгибающих моментов);

$$M_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq R; \quad (6) \quad W_x \geq \frac{M_{max}}{R}; \quad (7)$$

$$W_x \geq \frac{20 \cdot 10^6}{210} = 95238 \text{ мм}^3 = 95,238 \text{ см}^3.$$

Из таблиц сортамента подбираем двутавр №16,

$$W_x = 109 \text{ см}^3; \quad I_x = 873 \text{ см}^4; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Построим изогнутую ось балки. Поместим её в систему координат и найдём прогибы в точках C и D .

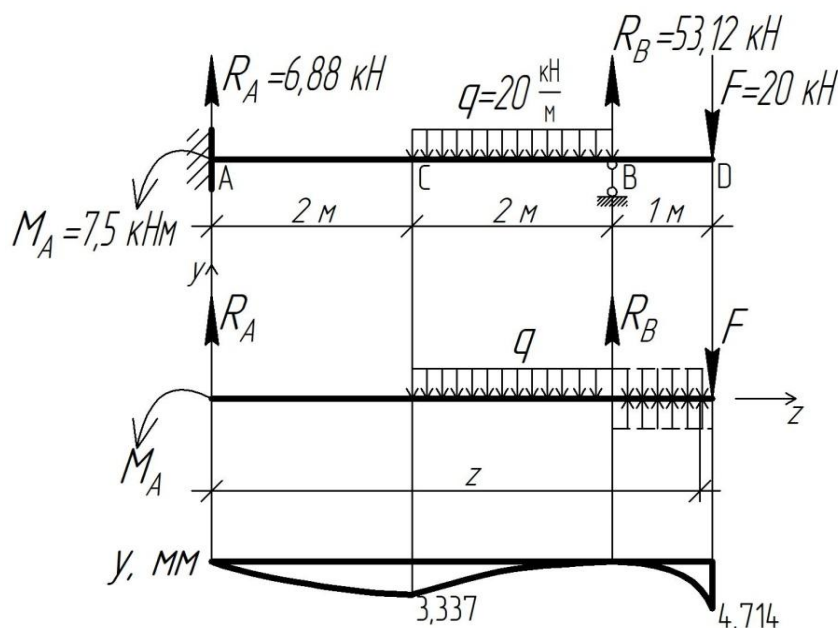


Рисунок 4. Изогнутая ось балки

Запишем уравнение перемещений для оси z .

$$EIy_z = EIy_0 + EI\theta_0 \cdot z - \frac{M_A \cdot z^2}{2} + \frac{R_A \cdot z^3}{6} - \frac{q \cdot z - 2^4}{24} + \frac{q \cdot z - 2^4}{24} + \frac{R_B \cdot z - 4^3}{6}. \quad (8)$$

Начальные параметры: $EIy_0 = 0$; $EI\theta_0 = 0$.

Определяем прогиб в точке C:

$$EIy_C \Big|_{z=2\text{ м}} = -\frac{M_A \cdot 2^2}{2} + \frac{R_A \cdot 2^3}{6} = -\frac{7,5 \cdot 2^2}{2} + \frac{6,88 \cdot 2^3}{6} = -5,826 \text{ кН} \cdot \text{м}^3. \quad (9)$$

$$y_C = \frac{-5,826 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 105 \cdot 873 \cdot 10^4} = -3,337 \text{ мм}. \quad (10)$$

Определяем прогиб в точке D:

$$\begin{aligned} EIy_D \Big|_{z=5\text{ м}} &= -\frac{M_A \cdot 5^2}{2} + \frac{R_A \cdot 5^3}{6} - \frac{q \cdot 5 - 2^4}{24} + \frac{q \cdot 5 - 4^4}{24} + \frac{R_B \cdot 5 - 4^3}{6} = \\ &= -\frac{7,5 \cdot 5^2}{2} + \frac{6,88 \cdot 5^3}{6} - \frac{20 \cdot 5 - 2^4}{24} + \frac{20 \cdot 5 - 4^4}{24} + \frac{53,12 \cdot 5 - 4^3}{6} = \\ &= -8,23 \text{ кН} \cdot \text{м}^3. \end{aligned} \quad (11)$$

$$y_D = \frac{-8,23 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 105 \cdot 873 \cdot 10^4} = -4,714 \text{ мм}. \quad (12)$$

Литература

1. Гончарова, С. В. Механика материалов. Расчет статически неопределимых балок [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Гончарова, В. М. Хвасько ; Белорусский национальный технический университет, Кафедра "Теоретическая механика и механика материалов". – Минск : БНТУ, 2019. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/62326>.

2. Реут, Л. Е. Статически неопределимые системы при плоском поперечном изгибе [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей / Л. Е. Реут ; Белорусский национальный технический университет, Кафедра «Теоретическая механика и механика материалов». – Минск : БНТУ, 2021. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/104396>.

Исследование движения машины

Студент гр.10301321 Осипова Л.А.

Научный руководитель – ст. пр. Кавальчук О.Н.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Постановка задачи. Автомобиль массой m трогается с места и движется в гору, уклон которой равен α . Сила тяги автомобиля изменяется по закону $F(t) = \frac{F_0}{2} (1 + \cos 0,25t)$, коэффициентом трения равен μ .

Исследовать движение машины на интервале времени от $t_{нач}$ до $t_{кон}$ для различных углов наклона $\alpha = 0,02; 0,0233; 0,0266; 0,03$ рад. Построить графики зависимостей $F(t)$, $x(t)$ и $v(t)$.

Исходными данными являются $m = 2000$ кг, $F_0 = 2181,8$ Н, $g = 9,8 \frac{М}{с^2}$, $v_{нач} = 0 \frac{М}{с}$, $\mu = 0,05$, $t_{нач} = 0$ с, $t_{кон} = 8$ с, количество участков разбиения интервала $n = 21$.

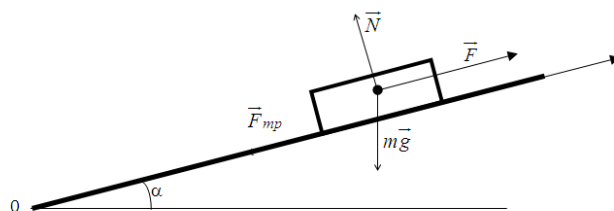


Рисунок 1. Расчетная схема движения машины