

Метод наименьших квадратов в экспериментальном исследовании законов фотометрии

Баранов А.А., Позняк В.С., Богачев М.Н.

Белорусский национальный технический университет

На оригинальной лабораторной установке, созданной на кафедре «Физика», изучаются два закона освещенности фотометрии. Согласно первому закону освещенность E площадки обратно пропорциональна квадрату расстояния r от площадки до точечного источника света, т.е. $E = I_0 / r^2$. Согласно второму закону освещенность E площадки пропорциональна косинусу угла падения α светового потока, т.е. $E = E_0 \cdot \cos \alpha$. При исследовании возникает ряд погрешностей, поскольку технически трудно осуществить полную световую изоляцию. Поэтому при построении линейных графиков $E = E(r^{-2})$ и $E = E(\cos \alpha)$ возникает значительный разброс экспериментальных точек. Как правило, студенты проводят линию через все экспериментальные точки и вместо прямой линии получают волнистую линию. Метод наименьших квадратов позволяет минимизировать сумму квадратов отклонений экспериментальных точек от прямой линии. При изучении первого закона из эксперимента получаем $E_i = A + Br_i^{-2}$. Необходимо минимизировать выражение

$$U = \sum_{i=1}^n [E_i - (A + Br_i^{-2})]^2,$$

что приводит к соотношениям

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n} - \frac{B \sum_{i=1}^n r_i^{-2}}{n} = \langle E \rangle - B \langle r_i^{-2} \rangle,$$

$$B = \frac{n \sum_{i=1}^n E_i r_i^{-2} - \sum_{i=1}^n r_i^{-2} \sum_{i=1}^n E_i}{n \sum_{i=1}^n r_i^{-4} - \left(\sum_{i=1}^n r_i^{-2} \right)^2}.$$

При изучении второго закона фотометрии имеем $E_i = D + C(\cos \alpha)_i$,

$$C = \frac{n \sum_{i=1}^n (\cos \alpha)_i E_i - \sum_{i=1}^n (\cos \alpha)_i \sum_{i=1}^n E_i}{n \sum_{i=1}^n (\cos \alpha)_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n (\cos \alpha)_i \right)^2}, \quad D = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n} - \frac{B \sum_{i=1}^n r_i^{-2}}{n} = \langle E \rangle - B \langle r_i^{-2} \rangle.$$

Постоянные A и D возникают из-за смещения нуля-пункта при измерениях освещенности люксметром.