УДК 681.518
DOI: 10.21122/2309-4923-2023-2-65-69

ЛОБАТЫЙ А.А., КОНОПАЦКИЙ Д.А.

СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Республика Беларусь

Статья посвящена обоснованию принципов построения сетевых моделей организации и проведения учебного процесса на основе применения основных положений теории множеств, теории графов и теории топологии. Рассматриваются модели организации управления учебным процессом и модели сетевого обучения на примере структуры гипотетического высшего учебного заведения. Проводится анализ топологических свойств сетевых моделей на основе существования свойств гомеоморфизма между топологическими пространствами, характеризующими сложную систему организации учебного процесса. Проведен анализ отношений между множествами элементов рассматриваемой системы, множествами их параметров, численными значениями параметров и информационными характеристиками системы. Рассматривается также множество различных состояний (структур) системы и её подсистем, которые связаны с множествами фазовых координат, что позволяет использовать математический аппарат теории динамических систем случайной структуры. Представление систем организации и проведения учебного процесса с помощью сетевых моделей позволяет создать модели функционирования этих систем, модели информационных потоков и провести их оптимизацию на основе заданных критериев, характеризующих материальные затраты и эффективность систем.

Ключевые слова: *учебный процесс, ориентированный граф, сетевая модель, множество, отношение, топологические свойства*

Введение

Современные информационные технологии предоставляют большие возможности для моделирования процессов и систем в различных сферах человеческой деятельности. Особенно большого прогресса достигнуто в моделировании технических систем. Это обусловлено тем, что математические модели технических систем создаются на основе известных и достоверных законов физики. Одновременно имеет место существенный прогресс в моделировании экономических систем, для которых созданы математические модели процессов, происходящих в экономике. Несколько медленнее идет моделирование социальных и политических процессов и систем. Это обусловлено в первую очередь проблемами, связанными с разработкой моделей таких систем.

Моделирование сложных систем позволяет проводить их анализ и синтез без проблем и опасностей, которые неизбежно возникают при попытках экспериментально при использовании реальных объектов решать задачи, стоящие перед разработчиками и исследователями.

Представляют интерес задачи моделирования социальных систем, связанных с вопросами организации учебного процесса на различных ступенях и в различных сферах образования. Несмотря на то, что имеется огромный теоретический и практический материал в области педагогики по данной проблематике, попытки создания математических или иных имитационных моделей в данной области широкого распространения не получили. Это обусловлено не только трудностями, связанными с формализацией учебного процесса – преобразования в форму, удобную для проведения исследований с помощью информационных технологий, но и особенностями и спецификой данных задач для каждой страны, уровня образования, структурой учреждений образования и прочими объективными условиями.

Принципы построения сетевых моделей

Рассмотрим вначале общие подходы к составлению моделей организации, осуществляющих образовательные услуги, и моделей проведения учебного процесса. Эти модели по своим задачам и структурам условно можно разделить на два вида: модели организации учебного процесса и модели сетевого образования.

Модель организации учебного процесса основана на иерархической структуре управления ходом учебного процесса. На рис. 1 представлен фрагмент схемы управления учебным процессом.

С организацией учебного процесса связана и является его частью модель сетевого обучения, которая представляет собой замкнутую систему с обратной связью. Существует большое число моделей сетевого обучения [1, 2], однако их описание относится к сфере (области) педагогики и не предусматривает формализации – перевода в форму, удобную для анализа и оптимизации на основе современных информационных систем и технологий. На рис. 2 представлена типовая упрощенная схема сетевого обучения [1].

Сложную систему как некое множество взаимосвязанных и взаимодействующих подсистем при математической формализации удобно описывать на основе использования теории графов, что даёт графическое представление о составе системы и функциональных связях между её элементами. При этом проявляются специфические свойства, позволяющие при исследовании технической или социальной системы использовать широкие возможности математического аппарата теории множеств и топологии.

Формализовать схемы организации учебного процесса и схемы сетевого обучения позволяет теория конечных графов, представляя эти схемы (системы) в виде графа G, определяемого множеством вершин $V(G)$, множеством ребер $E(G)$ и отношением инцидентности, которое каждому ребру сопоставляет одну или две вершины, называемые его концами [3]. Визуальное геометрическое представление графа изображается точками (вершиной) и отрезками прямой (или дугой, кривой) – изображающими ребра.

Рисунок 1. Фрагмент схемы управления учебным процессом

Рисунок 2. Фрагмент схемы управления учебным процессом

Применение теории графов для описания системы позволяет перейти к теории бинарных отношений теории множеств, которые в том или ином виде присутствуют в различных разделах математики. По определению – бинарные отношения двух множеств X и Y это отношения между элементами этих множеств. Они устанавливают соответствие элементов одного множества X элементам другого множества Y и задается некоторой совокупностью упорядоченных пар (x,y), которые являются элементами множества $X \times Y$ [4]. При этом нет необходимости в перечислении всех пар. Эти отношения, как правило задаются некоторым свойством, выраженным в символической форме, позволяющей представить эти множества в виде математических зависимостей или в словесной форме с помощью лингвистических переменных, позволяющих использовать аппарат теории нечетких множеств (нечеткой математики).

Отношения могут быть представлены в матричной форме в виде прямоугольной таблицы (матрицы), столбцы которой соответствуют множеству X (области определений), а строки – множеству Y (областью значений). Отношения можно также задавать (изображать) с помощью ориентированного графа, вершины которого соответствуют элементам множеств X и Y, а дуги – отношениям.

На рис. 3 представлен граф, соответствующий сетевой модели, представленной на рис. 2.

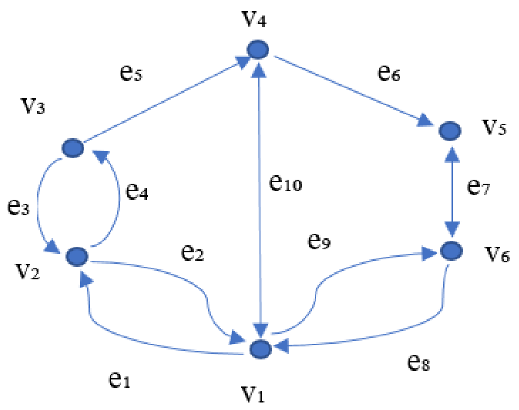

Рисунок 3. Граф сетевой модели

Граф, изображенный на рис. 3, представляет собой связную сеть, у которой два любых узла связаны между собой, по крайней мере, одним путём. В то же время для схемы, изображенной на рис. 1, ориентированный граф будет представлять собой, так называемое остовное дерево – связную сеть, содержащую все узлы сети и не имеющий циклов [5].

Рассмотрим свойства соответствующего сложной системе графа $G(V, E)$. Данный граф характеризуется двумя конечными множествами: $V=\{v_1,v_2,...,v_{nv}\}$ – множество вершин, $E=\{e_1, e_2, ..., e_{ne}\}$ – множество ребер графа. Здесь nv и ne – соответственно количество вершин и количество ребер графа системы.

Так как каждое ребро определяется двумя вершинами, то множество ребер E представляет собой систему (семейство) подмножеств из V, удовлетворяющее следующим условиям:

1) пустое множество Ø и V принадлежат E;

2) если множества E' и E'' принадлежат E, то и пересечение $E'\cap E''$ принадлежит E;

3) объединение любого семейства множеств из E принадлежит E.

Следовательно, E – топология в V и пара является топологическим пространством [6].

Топологические свойства сетевой модели

Для реальной системы, представленной в виде структурной схемы, на элементарном уровне описания множество $V=\{v_1,v_2,...,v_{nv}\}$ представляет собой множество элементов, из которых состоит данная система $N=\{N_1,N_2,..., N_{nv}\}$. Например, для информационных потоков учебного процесса это могут быть пункты предоставления и усвоения учебной информации. При переходе к более высокому уровню описания (абстракции) систем в качестве элементов множества N могут представляться целые системы (подсистемы). Каждому элементу соответствует некоторый основной материальный или финансовый параметр, его характеризующий. Например, для материальных или финансовых потоков это могут быть различные товары, валюта и т. д. Для систем высокого уровня абстракции в качестве параметров элементов системы (подсистем) принимают совокупность параметров, сводимых к одному обобщающему. Следовательно, множеству элементов системы N соответствует некое множество параметров $\theta = \theta\ \{\theta_1,\theta_2,...,\theta_{n\theta}\}$ этих элементов. Если каждый элемент системы характеризуется только одним параметром, то $nv = n\theta$ и множества N и θ являются равномощными.

Каждый параметр $\theta_i\in\theta$ может принимать различные численные значения $\varphi_i\in\Phi_i$, а $\Phi_i\in\Phi$, где $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_{n\Phi}\}$ – множество числовых значений параметров материальных или финансовых потоков. В свою очередь от числовых значений параметров $\varphi_i\in\Phi_i$ зависят информационные характеристики N_i-х элементов, которые в свою очередь представляют множество объектов информационных потоков $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_{n\Pi}\}$.

Ребра графов сетевых моделей учебного процесса представляют собой информационные потоки, которые, как правило, реализованы в виде реляционных баз данных. В этом случае объектами множества Π являются таблицы, запросы, формы, отчёты, страницы доступа к данным, макросы, модули [7]. Множества Φ и Π не являются равномощными, так как между их элементами нет взаимно-однозначного отображения ($n_\Phi \neq n_\Pi$), т. е. количество их элементов различно.

Между множествами N и θ, θ и Φ, Φ и Π существуют связи и зависимости, которые в общем случае определяются бинарными отношениями r, устанавливающими соответствие между элементами одного и другого множества [8]:

$$N \overset{r_1}{\sim} \theta, \quad \theta \overset{r_2}{\sim} \Phi, \quad \Phi \overset{r_3}{\sim} \Pi.$$

Рассмотрим $N\times\theta$ – множество упорядоченных пар элементов (N_i,θ_j), из которых $N_i\in N$, $\theta_j\in\theta$. Так как бинарное отношение $r\subset N\times\theta$ всюду определено на N, то есть его область определения *dom r* совпадает с множеством N, то оно является отображением множества N в множество θ и записывается $\phi_1:N \to \theta$. Следовательно, множество $\{N:|\exists\theta((N,\theta)\in r)\}$ – прообраз отношения r_1, а множество $\{\theta:|\exists N((N,\theta)\in r)\}$ − образ отношения r_1. Для любых двух различных элементов N_1 и N_2 из N их образы $\theta_1=\theta(N_1)$ и $\theta_2=\theta(N_2)$ также различны. В то же время, являясь образом для N, множество θ является прообразом для множества Φ, которое в свою очередь является образом для θ и прообразом для множества П, т. е. $\phi_2:\theta \to \Phi$, $\phi_3:\Phi \to \Pi$. На практике, с учётом свойств реальной системы, отображения ϕ_1 и ϕ_3 являются однозначными, а отношение ϕ_2 − многозначным.

Таким образом, множество вершин графа $V = \{v_1, v_2, ..., v_{nv}\}$ может характеризовать различные физические понятия в зависимости от того, какая задача стоит перед исследователем, а использование гомоморфизма − отображения множества элементов одной модели в множество элементов другой модели системы − позволяет для одной и той же технической системы создавать и исследовать модели различного вида: физические, абстрактные, информационные, концептуальные и прочие.

Множество ребер графа сложной системы $E = \{e_1, e_2, ..., e_{ne}\}$ характеризует связи между элементами (топологию в V). Пара (N, E) является топологическим пространством элементов системы. При гомоморфизме в другое множество (переходе к другой модели) получаются соответствующие связи (топология) между параметрами θ, а также их числовыми значениями Φ и свойствами П. Таким образом, осуществляется переход к новым топологическим пространствам: (θ,E), (Φ,E), (Π,E) [8].

Отображение топологического пространства (N,E) в топологическое пространство (θ,E) является непрерывным в каждой точке N. При этом имеет место взаимное обратное отображение $\varphi_1^{-1}:\theta \to N$, следовательно, мы имеем дело с гомеоморфными топологическими пространствами (N,E) и (θ,E). В общем случае этого нельзя сказать о топологических пространствах (Φ,E) и (Π,E), которые не имеют взаимно-однозначного прямого и обратного отображения. Однако для ряда практических задач при наложении дополнительных ограничений можно достичь гомеоморфизма между всеми приведенными выше топологическими пространствами: (N,E), (θ,E), (Φ,E), (Π,E) [9].

В реальной сложной системе некоторые связи между элементами системы (подсистемами) по различным техническим или субъективным причинам могут обрываться или изменяться в случайные моменты времени [10]. Это означает, что имеет место ослабление топологии − вместо множества E имеем множество $E^{(s)} = \{..., e_{ns}\}$, $(s = \overline{1, ns})$. Если кроме изменения связей между подсистемами других внезапных изменений в системе нет, то ns − количество возможных состояний (структур) системы. $E^{(s)} \subset E$, следовательно, $E^{(s)}$ − более слабая топология по сравнению с E. Среди всех топологий в V нулевая $(V,\varnothing)$ − слабейшая, а так называемая дискретная (V,E) − сильнейшая, так как она состоит из всех подмножеств (рёбер). Обе эти топологии − экстремальные в шкале сравнения топологий.

В общем случае под состоянием (структурой) сложной образовательной системы следует подразумевать не только наличие или отсутствие соответствующих связей между подсистемами, но и такое состояние самих подсистем, которое характеризуется существенным отличием их свойств. Совокупность возможных структур системы представляет собой множество $S = \{s_1, s_2, ..., s_{ns}\}$. Это множество зависит от множества свойств системы $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_{n\Pi}\}$. Между множествами П и S нет взаимно-однозначного соответствия, так как они имеют разную мощность (кардинальное число). Однако вследствие того что элементы множества S (структуры подсистем) определяются элементами множества П (свойствами подсистем), то для i-й подсистемы s_i является образом для Π_i, то есть ϕ_4: $\Pi_i \to s_i$. Следовательно, имеет место отображение ϕ_5: $\Pi \to s$.

Множество S − конечное и для каждого s_i имеет место конкретная математическая модель, которая в пространстве состояний характеризуется множеством фазовых координат системы $X^{(s)} = \{X_1^{(s)}, X_2^{(s)}, ..., X_{nx}^{(s)}\}$. $X_i^{(s)}$ − множество фазовых координат i-й подсистемы − подмножество множества X; $X_i^{(s)} \subset X_i^{(s)}$.

Множества $X=X(t)$ и $S=S(t)$ являются основой для использования математического аппарата теории динамических систем со случайной структурой, а использование при этом методов теории топологии позволяет учесть специфические свойства сложных мультиструктурных систем при их анализе и синтезе [9].

Заключение

Таким образом, множества элементов сложной образовательной мультиструктурной системы, их параметров, численных значений, свойств и в конечном итоге – структур системы являются топологическими пространствами, между которыми могут существовать свойства гомеоморфизма, что при решении задач управления образовательными системами позволяет применять математический аппарат теории топологии.

Формирование информационных систем невозможно без исследования потоков в разрезе определенных показателей. Например, решить задачу оснащения определенного рабочего места вычислительной техникой невозможно без знания объемов информации, проходящее через это рабочее место, а также без определения необходимой скорости её обработки.

Оперативно и качественно управлять информационным потоком образовательной системы можно посредством организации информационной системы, выполняющей следующие операции [7]:

– переадресация информационного потока;

– ограничивая скорость передачи до соответствующей скорости приема;

– уменьшая или увеличивая объем информации на отдельных участках прохождения информации;

– ограничивая объем потока до величины пропускной способности отдельного узла или участка пути.

Сетевые модели систем организации и проведения учебного процесса позволяют осуществлять исследование и оптимизацию управления информационными, материальными и финансовыми потоками на уровне отдельного учебного заведения, а могут способствовать организации предоставления образовательных услуг процессов на уровне государства или союза государств.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Яковлева Н.А.** Сетевое обучение в современной педагогике. Современная педагогика. – 2016. – № 12 [Электронный ресурс]. Режим доступа: URL: https://pedagogika. snauka.ru/2016/12/6544 (дата обращения: 26.02.2023)

2. **Попова И.Н.** Сетевое взаимодействие как ресурс развития общего и дополнительного образования // Интернет-журнал «Мир науки», 2016. – Том 4. – № 6 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://mir-nauki.com/PDF/47PDMN616.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ

3. **Татт У.** Теория графов: Пер. с англ. // М.: МИР, 1988. – 424 с.

4. **Aleksandrov P.S.** Introduction to set theory and general topology. – M.: Nauka, 1977. – 368 p.

5. **Таха, Хемди А.** Введение в исследование операций: 7-е издание.; Пер. с англ.-М.:Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

6. **Виро О.Я.** Элементарная топология / О.Я. Виро [и др.]. // М.: МЦНМО, 2010. – 352 с.

7. **Избачков Ю.С.** Информационные системы / Ю.С. Избачков, В.Н. Петров // СПб.: Питер, 2005. – 656 с.

8. **Келли, Дж.Л.** Общая топология / Дж.Л. Келли // М.: Наука, 1999. – 384 с.

9. **Лобатый, А.А.** Топология мультиструктурных технических систем / А.А. Лобатый. – Минск: Военная академия Республики Беларусь, 2000. – 162 с.

10. **Казаков И.Е.** Анализ систем случайной структуры / И.Е. Казаков, В.М. Артемьев, В.А. Бухалев // М.: Физматлит, 1993. – 272 с. (Теоретические основы технической кибернетики).

REFERENCES

1. **Yakovleva N.A.** Network learning in modern pedagogy // Modern Pedagogy, 2016, no. 12 [Electronic resource]. URL: https://pedagogika.snauka.ru/2016/12/6544 (date of access: 26.02.2023)

2. **Popova I.N.** Networking as a resource for the development of general and additional education // World of Science Internet Journal, 2016, vol. 4, no. [Electronic resource]. URL: http://mir-nauki.com/PDF/47PDMN616.pdf (free access). Title from the screen. Yaz. Russian, English

3. **Tutt W.** Graph Theory: Per. from English. – M.: MIR, 1988, 424 p.

4. **Aleksandrov P.S.** Introduction to set theory and general topology. – M.: Nauka, 1977, 368 p.

5. **Taha, Hemdi A.** Introduction to operations research, 7th edition.; Per. from English. – M.: Williams Publishing House, 2005, 912 p.

6. **O.Ya. Viro, O.A. Ivanov, N.Yu. Netsvetaev, V.M. Kharlamov.** Elementary Topology. – M.: MTsNMO, 2010, 352 p.

7. **Izbachkov Yu.S., Petrov V.N.** Information Systems. – St. Petersburg: Peter, 2005, 656 p.

8. **Kelly, J.L.** General topology. – M.: Nauka, 1999, 384 p.

9. **Lobaty, A.A.** Topology of multistructural technical systems. – Minsk: Military Academy of the Republic of Belarus, 2000, 162 p.

10. **Kazakov I.E., Artemiev V.M., Bukhalev V.A.** Analysis of systems of random structure. – M.: Fizmatlit, 1993, 272 p.