

УДК [539.371+539.82](0.76.5)

Метод наименьших квадратов в экспериментальном исследовании закона Гука

Богачев М.Н.

Белорусский национальный технический университет

Закон Гука при небольших деформациях справедлив для многих материалов, он может выражаться в двух эквивалентных соотношениях: $F = kx$ и $\sigma = E\varepsilon$, где обозначения являются общепринятыми.

Во время исследования закона Гука возникает ряд ошибок вследствие неточности отсчета по индикатору смещений груза при нагрузке, погрешности измерительной аппаратуры и т.д. Все эти погрешности влияют на графическую зависимость $F = F(x)$ или $\sigma = \sigma(\varepsilon)$. Поэтому график имеет вид кривой, а не прямой. В связи со сказанным при обработке экспериментальных данных необходимо использовать метод наименьших квадратов, при котором сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от теоретической линии минимальна. Тогда надо минимизировать следующие выражения:

$$U_1 = \sum_{i=1}^n (F_i - kx_i)^2 = \min, \quad U_2 = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - E\varepsilon_i)^2 = \min.$$

Поэтому имеем $\frac{\partial U_1}{\partial k} = 0$, $\frac{\partial U_2}{\partial E} = 0$, откуда получаем

$$k = \frac{n \sum_{i=1}^n F_i x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad E = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}.$$

Далее для закона Гука в форме $F = kx$ вследствие сдвига нуля-пункта индикатора смещений минимизировалось выражение $\sum_{i=1}^n (b + kx_i - F_i)^2$,

где $b = \langle F \rangle - k \langle x \rangle$. Аналогично минимизировалось выражение

$$\sum_{i=1}^n (d + E\varepsilon_i - \sigma_i)^2 \text{ для закона } \sigma = E\varepsilon, \text{ где } d = \langle \sigma \rangle - E \langle \varepsilon \rangle$$

Научный руководитель – канд ф.-м. наук, доцент Баранов А.А.