

УДК 519.852

## Использование симплекс-метода для решения экономической задачи линейного программирования

**Бобрович А. О.**, студент,

**Черняк В. И.**, студент

*Белорусский национальный технический университет,*

*Минск, Республика Беларусь*

*Научный руководитель: ст. преподаватель Бадак Б. А.*

Аннотация.

Рассматривается один из способов применения систем линейных уравнений для решения задач линейного программирования. Показана эффективность применения симплекс-метода для решения прикладной экономической задачи и возможности реализации алгоритма решения на языке программирования.

Использование систем линейных уравнений для решения задач линейного программирования является комплексной темой математического программирования. Для решения прикладных задач существует два метода: графический и симплекс-метод.

**Задача.** Завод создает кровати двух размеров – **W** и **Y**. Аналитические эксперты считают, что в месяц на рынке может быть продано 863 кровати. Для каждой кровати типа **W** требуется  $3 \text{ м}^2$  материала, а для кровати типа **Y** –  $5 \text{ м}^2$  материала. Завод может получить до  $1896 \text{ м}^2$  материала в месяц. Для изготовления одной кровати типа **W** требуется 6 мин машинного времени, а для изготовления одной кровати типа **Y** – 23 мин; машину можно использовать 239 час в месяц. Если прибыль от продажи кроватей типа **W** составляет 8 ден. ед., а от кроватей типа **Y** – 19 ден. ед., то сколько кроватей каждого типа следует выпускать в месяц с тем, чтобы прибыль от их была максимальной?

**Решение.** Данную задачу опишем следующей математической моделью:  $F(x) = 8x_1 + 19x_2 \rightarrow \max$  при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 863; \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 1896; \\ 6x_1 + 23x_2 \leq 14\,340; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Для приведения задачи к каноническому виду, введем три базисные переменные  $x_3, x_4, x_5$ . Получим задачу:

$$\begin{cases} F(x) = 8x_1 + 19x_2 \rightarrow \max; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 863; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_4 = 1896; \\ 6x_1 + 23x_2 + x_5 = 14\,340. \end{cases} \quad (2)$$

В качестве опорного плана возьмем набор  $X = (0, 0, 863, 1896, 14\,340)$ . Для него  $F(X) = 0$ . Составим симплекс-таблицу, записав задачу в матричной форме. Исходный план покажем в таблице 1.

Таблица 1 – Исходный план

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	План	Базис	Оценка
1	1	1	0	0	863	$x_3$	863
3	5	0	1	0	1896	$x_4$	379,2
6	23	0	0	1	14 340	$x_5$	623,5
-8	-19	0	0	0	0	$F(X)$	

Данный план является неоптимальным, так как в последней строке, которая называется индексной, есть отрицательные значения. Для нахождения оптимального плана и решения задачи всю последнюю строку нам необходимо сделать положительной.

Воспользуемся правилом прямоугольника. Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ. Новые элементы будем считать по формуле:

$$\text{НЭ} = \text{СЭ} - \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{РЭ}}, \quad (3)$$

где СТЭ – элемент старого плана; РЭ – разрешающий элемент (в нашем случае это 5); А и В – элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.

С помощью формулы (3) произведем расчет каждого элемента и, запишем результаты в таблицу 2.

Таблица 2 – Симлекс-таблица

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	План	Базис
$\frac{2}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{2419}{5}$	$x_3$
$\frac{3}{5}$	1	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{1896}{5}$	$x_4$
$\frac{39}{5}$	0	0	$-\frac{23}{5}$	1	$\frac{28\ 092}{5}$	$x_5$
$\frac{17}{5}$	0	0	$\frac{19}{5}$	0	$\frac{36\ 024}{5}$	$F(X_2)$

В данной итерации индексная строка уже не имеет отрицательных значений, следовательно, найден оптимальный план. Соответственно  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 379,2$ ;  $L(X) = 8 \cdot 0 + 19 \cdot 379,2 \approx 7204$  ден. ед.

Таким образом, рассмотрено использование симплекс-метода для решения экономической задачи линейного программирования. Стоит отметить, что для автоматизации расчетов задач данным методом можно применять различные языки программирования, в качестве примера возьмем Python как язык, одной из сферой которого является анализ больших данных. Помимо этого, можно использовать специализированные математические пакеты такие как Wolfram Mathematica или MathCAD.