УДК 531.781.2

О.М.Дьяконов

РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ УДАРНОГО ВЫДАВЛИВАНИЯ ПОЛОСТЕЙ ПРИБЛИЖЕННЫМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Задача состоит в том, чтобы для заданных граничных и начальных условий по форме, массе и скорости встречи бойка 1 (рис. 1) с преградой 2 установить закон его движения при внедрении. Кинематически возможные границы пластической области получены линейной аппроксимацией известного непрерывного поля линий скольжения, построенного для случая статической закрытой прошивки плоским пуансоном [1]. Как показывают экспериментальные исследования, форма выделенных зон 1, 2, 3 по мере увеличения глубины внедрения почти не изменяется. Это обстоятельство позволяет рассматривать пластическое течение металла как псевдостационарное, а решение задачи проводить в квазистатической постановке.

Процесс условно разбиваем на две стадии: стадию разгона и стадию торможения. В конце первой стадии боек и зона 1 приобретают какую-то скорость v_0^*. При этом скорость бойка за очень короткий промежуток времени резко падает, а присоединенная масса переходит из состояния покоя в состояние движения. Точка 1 логической диаграммы усилия характеризуется максимальными значениями ускорений бойка и зоны I, различными по величине и направлению. Будем считать, что этап выравнивания этих ускорений (точки 1—2) протекает мгновенно и без изменения скорости v_0^*. Стадия торможения (точки 2—3) характеризуется равенством скоростей и ускорений бойка и зоны I.

Мгновенная мощность внутренних сил равна сумме квазистатической и динамической мощностей

$$W = W_{ст} + W_{дин}, \tag{1}$$

где $W_{ст} = \Sigma k l_{rs} b v_{rs} + \Sigma 2\mu k l_{rs} b v_{rs} = abvk\left[F_1(\alpha,\beta,\lambda,\mu) + 8\mu(1+\lambda)\frac{\lambda}{a}h\right];$ (2)

$$W_{дин} = \Sigma (q_{дин})_{rs} l_{rs} b v_{rs} + \Sigma m_i \bar{\omega}_{rs} v_{rs} = abv\left\{\rho v^2 F_2(\alpha,\beta,\lambda) + \right.$$
$$\left. + \bar{\omega}\rho a\left[F_3(\alpha,\beta,\lambda) + (1+\lambda)\frac{\lambda}{a}h\right]\right\}. \tag{3}$$

Принятые в этих уравнениях обозначения соответствуют символике работы [2]. Квазистатическая мощность включает мощность на линиях разрыва, определяемую статической постоянной пластичности (k), которую можно брать с некоторой динамической поправкой, и мощность сил трения, дейст-

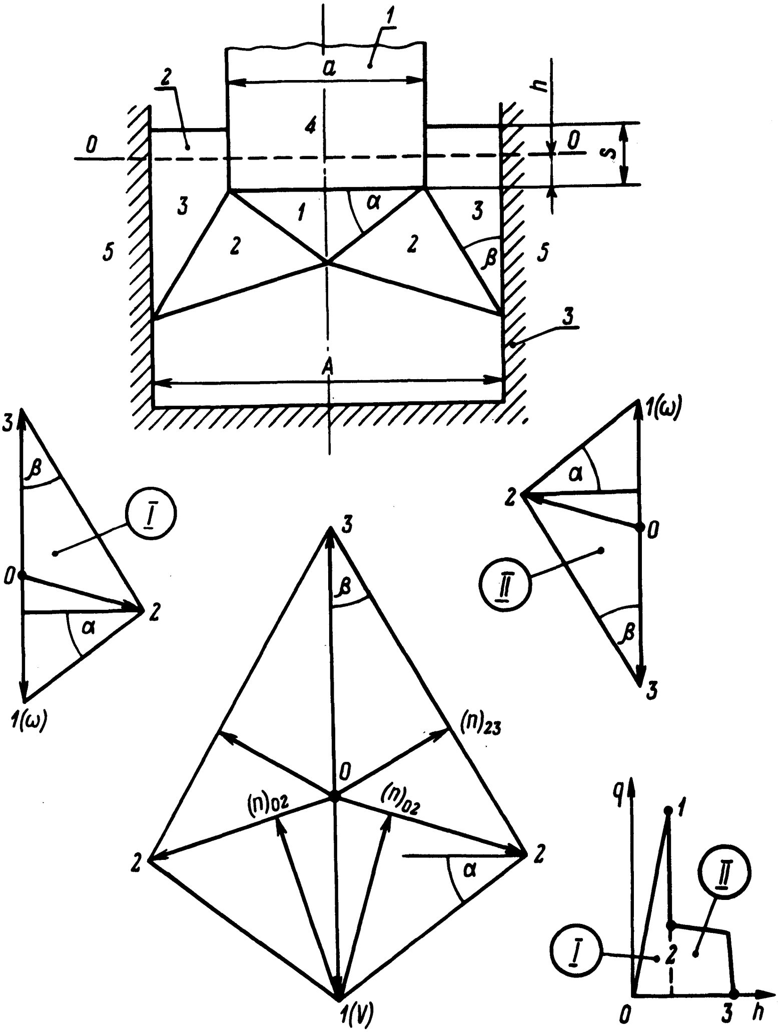

Рис. 1. Схема нагружения и кинематически возможное поле скоростей и ускорений. Логическая диаграмма усилия:
I — стадия разгона; II — стадия торможения.

вующих на поверхностях трения и задаваемых в форме закона Прандтля. Динамическая мощность состоит из мощности динамических воздействий на линиях разрыва и мощности инерционных сил присоединенной массы. Мощность динамических воздействий определяем по выражениям для стационарных процессов [2], пользуясь мгновенным годографом скоростей, так как его векторные величины за элемент времени dt получают бесконечно малые приращения по величине.

В соответствии с принятой постановкой решения определяем значения параметров поля, минимизирующих верхнюю оценку удельного усилия:

$$q_{ст} = \frac{W_{ст}}{abv} = k[F_1(\alpha, \beta, \lambda, \mu) + 8\mu(1+\lambda)\frac{\lambda}{a}h];$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial q_{ст}}{\partial \alpha} = 0; \\ \dfrac{\partial q_{ст}}{\partial \beta} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos^2(\alpha - \beta) = \dfrac{2\cos^2\alpha(1+\lambda)^2}{\lambda(1+2\lambda)}; \\ \cos^2(\alpha - \beta) = \dfrac{2\sin^2\beta(1+\lambda)^2}{\lambda + \mu\lambda + 2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \operatorname{arc\,tg}\sqrt{\dfrac{8(1+\lambda)[2(1+\lambda)+\mu\lambda] + \mu^2\lambda^2}{8\lambda(1+\lambda)(1+\lambda+\mu\lambda) - \mu^2\lambda^2}}; \\ \beta = \operatorname{arc\,tg}\sqrt{\dfrac{8(1+\lambda)(1+\lambda+\mu\lambda) - \mu^2\lambda}{8\lambda(1+\lambda)[2(1+\lambda)-\mu] + \mu^2\lambda}}. \end{cases} \qquad (4)$$

На стадии торможения зону I можно рассматривать как продолжение бойка, поэтому ее ускорение $\omega = -\frac{qab}{m}$. Используя полученные выражения, из равенства мощностей внешних и внутренних сил находим величину удельного усилия

$$q = \frac{m\left\{k[F_1(\lambda\mu) + 8\mu(1+\lambda)\frac{\lambda}{a}h] + \rho v^2 F_2(\lambda\mu)\right\}}{m + \rho a^2 b F_3(\lambda\mu) + \rho ab\lambda(1+\lambda)h}. \qquad (5)$$

Учитывая, что высокоскоростное деформирование отличается слабым влиянием контактных условий на параметры процесса, при малых обжатиях можно принять условие: $\mu = 0$. Уравнение (5) при этом упрощается

$$q = \frac{m[kF_1(\lambda) + \rho v^2 F_2(\lambda)]}{m + \rho a^2 b F_3(\lambda) + \rho ab\lambda(1+\lambda)h}, \qquad (6)$$

где $F_1(\lambda) = \frac{4(1+\lambda)}{\sqrt{2\lambda}}$; $F_2(\lambda) = \frac{(1+\lambda)^2 + \lambda^2}{2}$; $F_3(\lambda) = \frac{3(1+\lambda)}{4\sqrt{2\lambda}}$.

Подставив уравнение движения бойка $q = -\frac{mv}{ab}\frac{dv}{dh}$ в уравнение (6), получаем нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$v\frac{dv}{dh} + \frac{v^2\rho abF_2(\lambda)}{m+\rho a^2bF_3(\lambda)+\rho ab\lambda(1+\lambda)h} = -\frac{2kabF_1(\lambda)}{m+\rho a^2bF_3(\lambda)+\rho ab\lambda(1+\lambda)h},$$

общий интеграл которого с учетом начальных условий для стадии торможения (при $h = \Delta h$, $v = v_0^*$) находится из выражения

$$v^2 = [(v_0^*)+\frac{k}{\rho}C_1]\left(\frac{l_{пр}+\Delta h}{l_{пр}+h}\right)^{C_2} - \frac{k}{\rho}C_1, \tag{7}$$

где $C_1 = \frac{F_1(\lambda)}{F_2(\lambda)} = \frac{4\sqrt{2\lambda}(1+\lambda)}{\lambda[(1+\lambda)^2+\lambda^2]}$; $C_2 = \frac{2F_2(\lambda)}{\lambda(1+\lambda)} = \frac{1+\lambda}{\lambda} + \frac{\lambda}{1+\lambda}$;

$$l_{пр} = \frac{\bar{m}}{\rho}\frac{1}{\lambda(1+\lambda)} + \frac{3a}{4\lambda\sqrt{2\lambda}}; \quad \bar{m} = \frac{m}{ab}.$$

Конечное значение пути деформирования, пройденного бойком, определяется из условия $h = h_к$, $v = 0$:

$$h_к = (l_{пр}+\Delta h) = {}^{C_2}\sqrt{\frac{\rho(v_0^*)^2}{kC_1}+1} - l_{пр}. \tag{8}$$

По найденному значению скорости деформирования из уравнения (6) получаем аналогичное выражение для удельного усилия

$$q = \frac{1}{2}\bar{m}C_2[(v_0^*)^2 + \frac{k}{\rho}C_1]\left(\frac{l_{пр}+\Delta h}{l_{пр}+h}\right)^{C_2}(l_{пр}+h)^{-1}. \tag{9}$$

Мгновенная мощность внутренних сил на стадии разгона определяется с учетом положительного направления ускорения присоединенной массы

$$W = abv\left\{kF_1(\lambda)+\rho v^2F_2(\lambda)+\omega\rho a[F_3(\lambda)+(1+\lambda)\frac{\lambda}{a}h]\right\}. \tag{10}$$

Известно, что в начальной стадии соударения усилие растет по закону, близкому к линейному. При кратковременном импульсе действие этого усилия не зависит от детального характера его изменения [3], поэтому можно допустить, что ускорение зоны I растет от нуля до максимума по линейному закону. Тогда на основании теоремы Ролля о среднем подставим среднеинтегральные величины кинематических параметров зоны I в уравнение (10). Найдем среднюю мощность внутренних сил

$$(W_{cp})_{\Delta t} = ab\,\frac{v_o^*}{3}\left\{kF_1(\lambda) + \rho\left(\frac{v_o^*}{3}\right)^2 F_2(\lambda) + \frac{v_o^*}{\Delta t}\rho a\,[F_3(\lambda) + (1+\lambda)\,\frac{\lambda}{a}\,\frac{v_o^*\Delta t}{12}\,]\right\}.$$

Из уравнения диссипации энергии бойка

$$\frac{1}{2}m\,[v_o^2 - (v_o^*)^2] = (W_{cp})_{\Delta t}\Delta t$$

получаем кубичное уравнение, из которого можно найти скорость v_o^* :

$$(v_o^*)^3 + (v_o^*)^2 C_3 + v_o^* C_4 + C_5 = 0, \qquad (11)$$

где

$$C_3 = \frac{54}{\Delta t}\,\frac{1}{\lambda(2C_2+3)}\,\left[\frac{\bar{m}}{\rho(1+\lambda)} + \frac{a}{2\sqrt{2\lambda}}\right];\quad C_4 = \frac{k}{\rho}\,\frac{144C_1}{16+3\lambda C_1\sqrt{2\lambda}};$$

$$C_5 = -\,\frac{54}{\Delta t}\,\frac{\bar{m}v_o^2}{\rho}\,\frac{1}{\lambda(1+\lambda)(2C_2+3)}.$$

Длительность стадии разгона (Δt), связанная с формированием очага пластической деформации, должна определяться экспериментально. Путь деформирования на этой стадии найдем, используя среднеинтегральную величину скорости бойка

$$\Delta h = (v_{cp})_\delta\,\Delta t = \frac{2v_o + v_o^*}{3}\,\Delta t. \qquad (12)$$

Работа деформации и пиковая нагрузка определяются из уравнения диссипации энергии бойка

$$A_I = \frac{1}{2}m\,[v_o^2 - (v_o^*)^2] = \frac{1}{2}q_{max}ab\Delta h; \qquad (13)$$

$$q_{max} = \frac{3\bar{m}}{\Delta t}\cdot\frac{v_o^2 - (v_o^*)^2}{2v_o + v_o^*}. \qquad (14)$$

Литература

1. Мхоян Л.М. Исследование процесса закрытой прошивки при различных условиях трения. — В сб.: Расчеты пластического деформирования металлов. М., 1975. 2. Томленов А.Д. Теория пластического деформирования металлов. — М., 1972. 3. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. — М., 1967.