

РАСЧЕТ НА ЭВМ ДВУХМЕРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ОТЛИВКИ И КОКИЛЯ

Рассмотрим процессы затвердевания и охлаждения отливки конечных размеров, формирующейся в кокиле. Вследствие симметрии отливки и кокиля по осям x и y расчет температурных полей проводим для первой координатной четверти (рис. 1). В процессе затвердевания и охлаждения отливки между кокилем и отливкой образуется газовый зазор, переменный во времени. Величина зазора вводится в расчетную схему переменной, определяемой температурными деформациями кокиля и усадкой отливки. В процессе формирования отливки в поперечном сечении кокиля возникает градиент температуры.

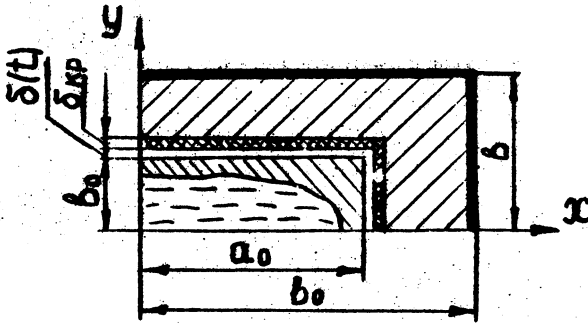


Рис. 1

Представим каждую из сторон кокиля как балку с незакрепленными концами. Введем систему координат так, что ось x направим вдоль балки, ось z по высоте, а ось y поперек балки в направлении действия градиента температур. В точках достаточно удаленных от концов возникают напряжения, имеющие проекции на оси x и z , вычисляемые по формулам

$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\beta E}{1-\nu} [T(y) - T_0] + \frac{1}{2c(1-\nu)} \int_{-c}^c \beta E [T(y) - T_0] dy + \frac{3y}{2c^3(1-\nu)} \int_{-c}^c \beta E [T(y) - T_0] y dy, \quad (1)$$

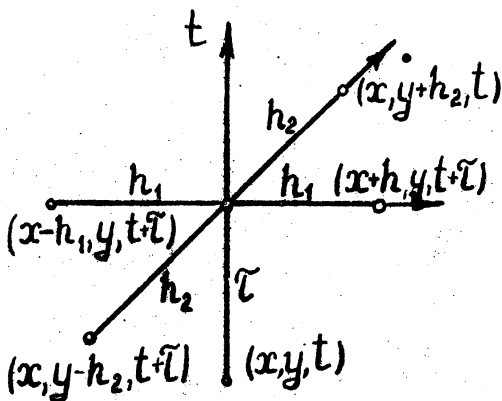


Рис. 2.

где $2c$ - толщина пластины (балки); β - коэффициент термического расширения; ν - коэффициент Пуассона; E - модуль упругости; T_0 - начальная температура кокля; $T(y)$ - поле температур в кокле; σ_x , σ_z - напряжения по осям x и z

В уравнении (1) первый член дает напряжения сжатия по слоям материала кокля; второй член - интегральный - характеризует равномерно распределенные растягивающие напряжения в балке, возникающие за счет неравномерности поля температур в поперечном сечении; третий член определяет напряжения изгиба, возникающие в поперечном сечении за счет несимметричности поля температур.

Постоянный момент, вызывающий прогиб балки от продольных напряжений определяется по формуле

$$M = b \int_{-c}^c \sigma_x y dy, \quad (2)$$

где b - высота балки в направлении оси z .

Максимальный прогиб в сечении $L/2$, где L - длина балки, определится

$$\delta_{\max} = \frac{ML^2}{8EI} \quad (3)$$

где I - момент инерции поперечного сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения.

Прогиб в остальных сечениях балки от центра к периферии можно считать распределенным по параболическому закону.

Поле температур в отливке и в кокиле описывается дифференциальными уравнениями нестационарной теплопроводности

$$c_1(T_1)\rho_1(T_1) \frac{\partial T_1(x,y,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right] + \quad (4)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial y} \right]$$

$$c_2(T_2)\rho_2(T_2) \frac{\partial T_2(x,y,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \right] + \quad (5)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial y} \right],$$

где $c_1, \rho_1, \lambda_1, T_1; c_2, \rho_2, \lambda_2, T_2$ - теплофизические характеристики и температура отливки и кокиля.

Уравнение (4) решается в прямоугольной области ($0 \leq x \leq a_0, 0 \leq y \leq b_0$), а уравнение (5) в сложной области в виде угла, получаемой при вычитании из области ($0 \leq x \leq a_0, 0 \leq y \leq b_0$) области, занятой отливкой.

Сформулируем граничные и контактные условия. Контактные условия ставятся на общей границе кокиля и отливки, исходя из условий сопряжения.

Рассматривая теплоотдачу от отливки к кокилу через двухслойную стенку (газовая прослойка, краска), граничные условия можно записать в виде

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \quad (6)$$

$$= \frac{[T_1(y,t) - T_2(y,t)] \left[\frac{\lambda_b}{\delta(y,t)} + \alpha_\lambda(y,t) \right] \frac{\lambda_{кр}}{\delta_{кр}}}{\lambda_{кр}/\delta_{кр} + \lambda_b/\delta(y,t) + \alpha_\lambda(y,t)}$$

при

$$x = a_0, \quad 0 \leq y \leq b_0,$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} =$$

$$= \frac{[T_1(x,t) - T_2(x,t)] \left[\frac{\lambda_b}{\delta(x,t)} + \alpha_\lambda(x,t) \frac{\lambda_{кр}}{\delta_{кр}} \right]}{\lambda_{кр}/\delta_{кр} + \lambda_b/\delta(x,t) + \alpha_\lambda(x,t)}$$

при $y = b_0$; $0 \leq x \leq a$, где $\lambda_{кр}$, λ_b - теплопроводность краски и воздуха; $\delta(x,t)$ - зазор в контакте $y = b_0$ в момент времени t ; $\delta(y,t)$ - зазор в контакте $x = a$ в момент времени t .

На осях симметрии краевые условия имеют вид:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0 \quad \text{при } y = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial y} = \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0 \quad \text{при } x = 0. \quad (9)$$

Предполагая, что теплообмен с наружной поверхности кокиля осуществляется по закону Ньютона, будем иметь (граничные условия третьего рода):

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \alpha(T_2 - T_\infty) \quad \text{при } x = a, \quad (10)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha(T_2 - T_\infty) \quad \text{при } y = b, \quad (11)$$

где T_∞ - температура наружной среды; α - коэффициент теплоотдачи с наружной поверхности кокиля.

Начальные условия для уравнений (4), (5) запишутся

$$T_1(x, y, 0) = T_{10}$$

$$T_2(x, y, 0) = T_{20},$$

(12)

где T_{10} - температура заливки; T_{20} - начальная температура ра равномерно прогретого кокиля.

В период фазового перехода уравнение (4) распадается на два, описывающие процесс теплопроводности в жидкой и твердой фазах с добавлением условий на границе раздела фаз (задача Стефана)

$$\lambda_1 \text{grad } T_1 \Big|_{\xi=0}^{T_1=T_\Phi} - \lambda'_1 \text{grad } T_1 \Big|_{\xi=0} = r \rho \frac{d\xi}{dt}. \quad (13)$$

Неявные конечно-разностные уравнения для выражений (4) - (12), записанных в безразмерном виде, на узлах фиктивной сетки по шеститочечной схеме (рис. 2) в момент времени $t = (l+1)\tau$ имеют вид:

$$\begin{aligned} a^2 c'_{i,j} \rho'_{i,j} \frac{u_{i,j}^{l+1} - u_{i,j}^l}{\tau} &= \frac{1}{h_1} (\lambda'_{i+\frac{1}{2},j} \frac{u_{i+1,j}^{l+1} - u_{i,j}^{l+1}}{h_1} - \\ &- \lambda'_{i-\frac{1}{2},j} \frac{u_{i,j}^{l+1} - u_{i-1,j}^{l+1}}{h_1}) + \frac{1}{h_2} (\lambda'_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{u_{i,j+1}^{l+1} - u_{i,j}^{l+1}}{h_2} - \\ &- \lambda'_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{u_{i,j}^{l+1} - u_{i,j-1}^{l+1}}{h_2}); \end{aligned} \quad (14)$$

($i_1 = 0, 1, 2, \dots, M_1 - 1$; $j = 0, 1, 2, \dots, M_2 - 1$; $l = 0, 1, 2, \dots$)

$$\begin{aligned} a^2 c''_{i,j} \rho''_{i,j} \frac{v_{i,j}^{l+1} - v_{i,j}^l}{\tau} &= \frac{1}{h_1} (\lambda''_{i+\frac{1}{2},j} \frac{v_{i+1,j}^{l+1} - v_{i,j}^{l+1}}{h_1} - \\ &- \lambda''_{i-\frac{1}{2},j} \frac{v_{i,j}^{l+1} - v_{i-1,j}^{l+1}}{h_1}) + \frac{1}{h_2} (\lambda''_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{v_{i,j+1}^{l+1} - v_{i,j}^{l+1}}{h_2} - \\ &- \lambda''_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{v_{i,j}^{l+1} - v_{i,j-1}^{l+1}}{h_2}); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\left. \begin{array}{l} i=0,1,2,\dots,N_1-1 \\ j=M_2, M_2+1, \dots, N_2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} i=M_2, M_2+1, \dots, N_1-1 \\ j=0,1,2,\dots, M_2-1 \end{array} \right\} l=0,1,2$$

$$\begin{aligned} -\lambda'_{M_1-\frac{1}{2},j} \frac{u_{M_1,j}^{l+1} - u_{M_1,j-1}^{l+1}}{h_1} &= -\lambda''_{M_1-\frac{1}{2},j} \frac{v_{M_1,j}^{l+1} - v_{M_1-1,j}^{l+1}}{h_1} = \\ &= K \left(\frac{u_{M_1,j}^{l+1} + u_{M_1,j-1}^{l+1}}{2} - \frac{v_{M_1,j}^{l+1} + v_{M_1-1,j}^{l+1}}{2} \right) \quad (16) \end{aligned}$$

$$(j = -1, 0, 1, \dots, M_2 - 1)$$

$$\begin{aligned} -\lambda'_{i,M_2-\frac{1}{2}} \frac{u_{i,M_2}^{l+1} + u_{i,M_2-1}^{l+1}}{h_2} &= -\lambda''_{i,M_2-\frac{1}{2}} \frac{v_{i,M_2}^{l+1} - v_{i,M_2-1}^{l+1}}{h_2} = \\ &= K \left(\frac{u_{i,M_2}^{l+1} + u_{i,M_2-1}^{l+1}}{2} - \frac{v_{i,M_2}^{l+1} + v_{i,M_2-1}^{l+1}}{2} \right) \quad (17) \end{aligned}$$

$$(i = -1, 0, 1, \dots, M_1 - 1).$$

Выражения (14)–(17) были реализованы для составления АЛГОЛ-программы по разработанному алгоритму при расчете на ЭВМ М-22 двумерного температурного поля отливки (250x250x42 мм, сплав АЛ4) и стального кокиля (250x250x30 мм) для момента затвердевания теплового центра отливки.

А.М. Галушко, С.Н. Лекаш,
М. Шварценбергер

ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ НА КРИСТАЛЛИЗАЦИЮ АЛЮМИНИЯ

В работе исследовалось влияние большого числа тугоплавких и легкоплавких элементов (Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Y, Zn, Nb, Mo, Hf, W, B, Na, Bi, S, Pb, Sn, Sb, Cu, Mg, Zn) на размер зерна алюминия марки А9995 и величину его переохлаждения. Плавка образцов производилась в атмосфере арго-