

муфта (муфта свободного хода), обеспечивающие вращение блока только в одном направлении.

Заметим, что при формировании треугольного контура нити по схеме рис.1,а мы наблюдаем фактически одиночную волну, которая движется в направлении ее распространения, то есть в направлении, перпендикулярном нити. В это время и происходят те перемещения нити (или присоединенного к волне звена,- в данном случае блока и груза), которые обусловлены разницей размеров контура волны и опорной линии- базы волны (в данном случае линии *AB*). Если волна движется одновременно в перпендикулярном и продольном по отношению к нити направлении (так, как на рис.1 , б), то она также переносит в конец своего пути ту избыточную массу (или длину), которую она накопила в себе в процессе своего формирования. Непрерывно меняющийся (по размерам и форме) в процессе такого перемещения контур волны в этом случае определяет и форму кривой приращения длины, несколько отличной от описанной выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добролюбов А.И. Скольжение, качение, волна. - М: Наука.1991.- 176с.

УДК 539.3

И.А. Миклашевич

РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗОНЫ ВЛИЯНИЯ ТРЕЩИНЫ КАК МЕХАНИЗМ РАССЛОЕНИЯ КОМПОЗИТОВ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие трещины отслоения является одной из ведущих причин разрушения слоистых композитных материалов [1, 2]. В то же время физический механизм образования отслоения исследован недостаточно. В определенной мере это связано с тем, что понятие иерархической природы разрушения, вовлекающей в единый процесс механизмы различных структурных уровней, введено в обиход сравнительно недавно [2, 3]. Более или менее ясны общие макроскопические закономерности развития трещины отслоения. Однако микроскопический диапазон, в котором развитие трещины нельзя считать непрерывным, а необходимо учитывать «квантованную» природу процесса разрыва связей в твердом теле [4, 5], исследован не так детально. Соответственно, мезоскопический диапазон, где можно оставаться на уровне описания механики сплошной среды и линейной теории трещин, но при необходимости учитываются процессы, которые реализуются преимущественно на микроскопическом уровне, исследован также недостаточно детально [2].

Согласно результатам линейной теории упругости напряжения в вершине трещины бесконечны. Естественно, что физически такое состояние реализовываться не может. С точки зрения математики это ведет к поиску уточненных соотношений, не имеющих особенностей в вершине трещины (отход от линейной теории упругости). Экспериментально сингулярности в вершине трещины реализуются как потеря системой устойчивости и бифуркации к новому состоянию. Такой бифуркацией в

композитах, в частности, является наступление расслоения. В большинстве случаев при анализе внутренней устойчивости материала рассматривается квазистационарная нагрузка. Ранее показано, что потеря внутренней устойчивости деформируемого слоистого композиционного материала реализуется по модам, кратным характерным размерам структурных элементов композита, например, толщины слоев материала [6]. При этом полагают, что разрушение инициируется в областях, где локально существует высокий градиент напряжений [6].

В данной работе рассматривается влияние микроскопических процессов, связанных с разрушением, на макроскопический процесс расслоения слоистых композитов (рост трещины вдоль границы раздела).

2. ПОВЕДЕНИЕ ЗОНЫ ВЛИЯНИЯ

2.1. Постановка задачи

Рассматривается начальная трещина в слоистом композите, распространяющаяся вдоль оси X . Граница раздела слоев композита в свободном состоянии удовлетворяет уравнению $y = 0$. Фронт трещины есть достаточно гладкая, бесконечная в направлении Z кривая. Строго говоря, зона влияния трещины в данном случае представляет неоднородный тонкий клин, зажатый между толстыми упругими (упруго-пластическими) основаниями без проскальзывания на границе [7]. Поскольку клин тонкий, он для простоты заменяется тонкой эквивалентной пластиной. Поскольку пластина бесконечна вдоль оси Z , краевые эффекты в задаче не имеют место, что позволяет рассмотреть двумерную задачу, деформацию балки (стержня) на упругом основании. В этом случае задача сводится к задаче потери устойчивости балки толщины h , и шириной b , зажатой между упругими толстыми основаниями под действием торцевой нагрузки $P(x, t)$ и дополнительного возмущения, перпендикулярного поверхности пластины. Дополнительное возмущение связано с разрывом связей между берегами растущей трещины. В идеальном случае, при построении микроскопической модели, это возмущение должно быть связано с микроскопическими параметрами процесса разрушения. Мы не будем рассматривать природу поперечных возмущений. Принимаем, что частота данного возмущения есть $\Omega = 1/t_{char}$ - частота генерации поперечных колебаний в результате разрыва межатомных (межблочных) связей. При рассмотрении принципиально следует различать две стадии разрушения – стадию разрыва элементарной ячейки разрушения с характерным временем t_{char} и стадию распространения трещины от ячейки к ячейке с характерным временем $t^* \neq t_{char}$ [5]. Поскольку в системе наблюдается расслоение, то нагрузка $P(x, t)$ заведомо превосходит критическую нагрузку Эйлера, а дополнительное возмущение, по определению [8] является ударным. Основное отличие состоит в том, что ударные нагрузки действуют не вдоль оси стержня и система теряет устойчивость не в результате ударного нагружения, а в результате квазистатического нагружения в условиях параметрического нагружения. В этом случае должна наблюдаться перекачка энергии продольного сжатия в энергию поперечных колебаний [8, 9].

Система уравнений, учитывающая сдвиг, инерцию вращения и влияние продольных колебаний на поперечные движения стержней имеет вид [10]:

$$kFG(w_x - \psi)_x + EF[u_x(w_x + w_x^0)]_x + p(x, t) = \rho Fw_{tt}; \quad (1)$$

$$EI\psi_{xx} + kFG(w_x - \psi) = \rho I\psi_{tt}; \quad (2)$$

$$EFu_{xx} = \rho Fu_{tt}, \quad (3)$$

где $u(x,t), w(x,t)$ - продольные и поперечные смещения; $\psi(x,t)$ - угол наклона касательной к кривой изгиба; x, t - продольная координата и время, E, G - модули упругости и сдвига; F, I - площадь и момент инерции поперечного сечения материала; k - коэффициент формы сечения; ρ - плотность материала; $p(x,t)$ - поперечная нагрузка; w^0 - начальный прогиб.

Поперечная нагрузка в системе в каждой данной точке определяется поперечной волной, возбуждаемой на свободном конце стержня. Физическим источником такого возбуждения является периодический разрыв межатомных или межблочных связей. Поскольку частота таких возбуждений Ω весьма велика, несмотря на незначительную амплитуду возбуждения, существуют высокие градиенты напряжений и динамическое рассмотрение представляется оправданным. Так как в реальных системах всегда существует затухание возбуждения вследствие диссипации, то полагаем что в системе координат, движущейся с вершиной трещины, эта нагрузка может быть представлена как

$$p(x,t) \equiv p(x) = A \exp(-\lambda x) \sin(\Omega x) \quad (4)$$

где A есть нормировочная константа а λ есть декремент затухания, связанный с диссипацией энергии при изгибе вязко-упругой пластины.

В такой постановке задачи система рассматривается как одномерная система с медленно изменяющимися размерами, в которой параметрически возбуждаются колебания [9]. В такой системе возможно возникновение резонансных явлений.

2.2. Уравнение изгиба балки

Система (1-3) может быть линеаризована обычным образом [10,11], что приводит к уравнениям прогиба балки на упругом основании в виде [12].

$$TJw_{,xxxx} + cw + Pw_{,xx} + \rho Fw_{,tt} = p(x,t) - Pw_{,xx}, \quad (5)$$

где TJ - жесткость балки, T - приведенный модуль (модуль Кармана),

$J = \frac{bh^3}{12(1-\mu^2)}$ - момент инерции поперечного сечения с учетом стесненной деформации

балки, $c = \frac{E_0}{1-\mu_0^2} \frac{b}{3}$ - коэффициент упругого основания [8], μ - коэффициент

Пуассона материала балки, $E_0 = \frac{E}{1-\mu_i^2}$, $\mu_{i0} = \frac{\mu_i}{\mu_i - 1}$, μ_i - коэффициент Пуассона

основания, индекс $i=1,2$ относится либо к верхней, либо к нижней пластине, ρ - плотность, F - площадь сечения, w_1 - начальная неровность оси. Так как мы рассматриваем вынужденные колебания под действием приложенной поперечной нагрузки, в дальнейшем для простоты принимаем $w_1 = 0$.

Реальная зона влияния трещины расслоения включает области, расположенные как в одном, так и в другом материале и балка является двухслойной. Однако, исходя из физических соображений, можно полагать, что поток энергии локализован в основном в одном слое, что позволяет принять модель однородной балки. Поскольку мы рассматриваем балку, зажатую между двумя упругими основаниями, с учетом (4) уравнение (5) должно быть модифицировано:

$$TJw_{,xxxx} + (c_1 + c_2) \exp(-\lambda x - Vt) \sin(\Omega x - Vt) w + Pw_{,xx} + (\rho_1 F_1 + \rho_2 F_2) w_{,tt} = 0, \quad (6)$$

где c_1, c_2 есть коэффициенты постели верхнего, нижнего упругих оснований соответственно, ρ_1, F_1, ρ_2, F_2 - плотности, площади сечения одного, второго материала V - скорость распространения (роста) трещины. В квазистатическом случае $V=0$.

Вообще говоря, при выводе (6) принималось допущение о малости прогибов [8]. В случае больших градиентов деформаций балки мы должны рассматривать аналогично [13] нелинейные члены в разложении прогиба. Однако, в первом приближении достаточно ограничиться анализом уравнения (6).

2.3. Анализ решения

Решение уравнения (6) будем искать в виде

$$w(x,t) = a(x) \exp(-i(kx - \varphi t)), \quad (7)$$

где $a(x)$ - амплитуда, в общем случае комплексная, k - волновое число, φ - частота. Подставляя (7) в уравнение (6) и отделяя действительные и мнимые части, приходим к системе

$$\begin{cases} TJ \frac{d^3}{dx^3} c(x) - \left(\frac{1}{2} P - T J k^2 \right) \frac{d}{dx} c(x) = 0 \\ TJ \frac{d^4}{dx^4} b(x) + PP \frac{d^2}{dx^2} b(x) + b(x) [TT + \exp((-\lambda + \Omega - 2Vt)x)] = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

где $c(x)$, $b(x)$ - комплексная и действительная части амплитуды, $PP = P - 6T J k^2$, $TT = -Pk^2 + T J k^4 - (\rho_1 F_1 + \rho_2 F_2) \varphi^2$. Строго говоря, мы нуждаемся в дополнительном условии, определяющем дисперсионные соотношения, но в первом приближении можно рассматривать среду без дисперсии [9]. Решение первого уравнения системы (8) имеет вид

$$c(x) = C_1 + C_2 \exp\left(\frac{\sqrt{-P + 2T J k^2} x}{\sqrt{2T J}}\right) + C_3 \exp\left(-\frac{\sqrt{-P + 2T J k^2} x}{\sqrt{2T J}}\right), \quad (9)$$

где C_1, C_2, C_3 - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Общее поведение решения (9) зависит от знака подкоренного выражения $-P + 2T J k^2$ и может иметь как характер периодических колебаний, так и экспоненциальное нарастание.

Решение второго уравнения системы (8) при помощи пакета Maple может быть найдено в виде

$$b(x) = C_4 \cdot {}_0F_3(0; \{1\}; -z) \exp\left(\frac{Sx}{\sqrt{2T J}}\right) + C_5 \cdot {}_0F_3(0; \{2\}; -z) \exp\left(-\frac{Rx}{\sqrt{2T J}}\right) + \quad (10)$$

$$C_6 \cdot {}_0F_3(0; \{3\}; -z) \exp\left(\frac{Sx}{\sqrt{2T J}}\right) + C_7 \cdot {}_0F_3(0; \{4\}; -z) \exp\left(-\frac{Rx}{\sqrt{2T J}}\right)$$

$$z = \frac{\exp(-(\lambda - \Omega + 2Vt)x)}{T J (\lambda - \Omega + 2Vt)^4},$$

C_4, C_5, C_6, C_7 - постоянные интегрирования, определяемые из начальных и граничных условий, $S^2 = -PP + \sqrt{P^2 - 4T J \cdot TT}$, $R^2 = -PP - \sqrt{PP^2 - 4T J \cdot TT}$, а выражения ${}_0F_3(0; \{i\}; -z)$ есть обобщенные гипергеометрические функции порядка (0,3) [14]. Параметры функции представляются как

$$\{1\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{T J \lambda - T J \Omega + 2T J V t - \sqrt{2T J S}}{T J (\lambda - \Omega + 2Vt)}, \\ \frac{2T J (\lambda - \Omega + 2Vt) - \sqrt{2T J (S + R)}}{2T J (\lambda - \Omega + 2Vt)}, \frac{2T J (\lambda - \Omega + 2Vt) - \sqrt{2T J (S - R)}}{2T J (\lambda - \Omega + 2Vt)} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \{2\} &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{TJ\lambda - TJ\Omega + 2TJVt - \sqrt{2TJR}}{TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)}, \\ &\frac{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt) + \sqrt{2TJ(S+R)}}{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)}, \frac{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt) - \sqrt{2TJ(R-S)}}{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)} \end{aligned} \right\} \\ \{3\} &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{TJ\lambda - TJ\Omega + 2TJVt - \sqrt{2TJR}}{TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)}, \\ &\frac{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt) - \sqrt{2TJ(S+R)}}{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)}, \frac{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt) - \sqrt{2TJ(R-S)}}{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)} \end{aligned} \right\} \\ \{4\} &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{TJ\lambda - TJ\Omega + 2TJVt - \sqrt{2TJS}}{TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)}, \\ &\frac{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt) + \sqrt{2TJ(S+R)}}{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)}, \frac{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt) - \sqrt{2TJ(R-S)}}{2TJ(\lambda - \Omega + 2Vt)} \end{aligned} \right\}, \end{aligned}$$

Дополнительные условия на параметры $\{i\}$ следуют из необходимости существования физических решений (например, принципа излучения Мандельштама) и свойств обобщенных гипергеометрических функций [14]. Поскольку $0 < \beta < 3$, то функция ${}_0F_3(0; \{i\}; -z)$ сходится при всех z и есть целая. Таким образом, решение (10) есть сумма экспонент с некоторыми коэффициентами. Поведение решения зависит от функций S , R и принципиально возможно как периодическое поведение, так и экспоненциальный рост.

Полученные поведение решения качественно совпадают с поведением стержня при динамическом выпучивании [10], где показано наличие экспоненциального роста, на который накладывается быстрая синусоидальная компонента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Парцевский В.В. Расслоение в полимерных композитах. Обзор// Изв. АН. МГТ. – 2003.- № 5. – 62- 94;
2. Гузь А.Н. Об одной двухуровневой модели мезомеханики разрушения композитов с трещинами при сжатии// Прикладная механика – т. 39.- 2003.- №3. – С. 27 – 44;
3. И.А. Миклашевич Микромеханика разрушения в обобщенных пространствах. – Минск, Логвинов, 2003, 208с;
4. В.В. Новожилов. К основам теории равновесных трещин в упругих телах// Прикладная математика и механика.- т. 33.- 1969. - №5.- С. 797-812;
5. Стоянов В.П. Самоорганизация микроразрушений и локализация трещин в хрупких телах при произвольном трехмерном нагружении// Физическая мезомеханика. –2000. – т.3. – №5. – с. 65-76;
6. Soutis C., Guz I.A. Predicting fracture of layered composites caused by internal instability// Composites. Part A: applied sciences and manufacturing. – 2001. – v. 32,– p. 1243-1253;
7. Лобода В.В Швелёва А.Е. Определение зоны предразрушения у края трещины между двумя упругими ортотропными телами// Прикладная механика – 2003.- т.39. -№5.- с.76-82;
8. Вольмир А.С.. Нелинейная динамика пластинок и оболочек, М.: Наука, 432с. (1972);
9. Весницкий А.И. Волны в системах с движущимися границам и нагрузками, М.: Физматлит, 320с. (2001);
10. В.М. Корнев. Анализ процесса выпучивания стержней при ударе// Прикладная механика и техническая физика. – 1980.- №5.- с. 180- 184;
11. Корнев В.М., Яковлев И.В. Модель волнообразования при сварке взрывом// Физика горения и взрыва. – 1984. – Т. 20. – №2. – с. 87- 90;
12. В.З. Власов, Н.Н Леонтьев. Балки, плиты, оболочки на упругом основании, М.: Физматгиз, С.491, (1960);
- 13.

Миклашевич И.А. Расслоение композита вдоль границы раздела как потеря устойчивости напряженного слоя// Механика композитных материалов. – 2004. – Т. 40. – №4. – с. 441-450; 14. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции, М.: Наука, 528с. (1990)

УДК 629.113

Ан.М Захарик, Ал.М. Захарик, П.П. Капуста, Д.В. Вихренко, Ю.М. Захарик
**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ КАРТЕРА ВЕДУЩЕГО МОСТА
 БОЛЬШЕГРУЗНОГО АВТОМОБИЛЯ**

*РУП Минский автомобильный завод,
 Белорусский национальный технический университет
 Минск, Беларусь*

Исследование прочностных свойств картера ведущего моста является обязательным этапом на пути создания надежной, долговечной конструкции ведущего моста.

В результате проведения предварительных расчетов по модели картера ведущего моста большегрузного автомобиля сжимающие напряжения (см. рис. 1. а) и растягивающие напряжения (см. рис. 1, б) в зоне рессор от затяжки стремянок превысили их допустимые значения (для стали 40Л $[\sigma_{0,2}] = 300$ МПа).

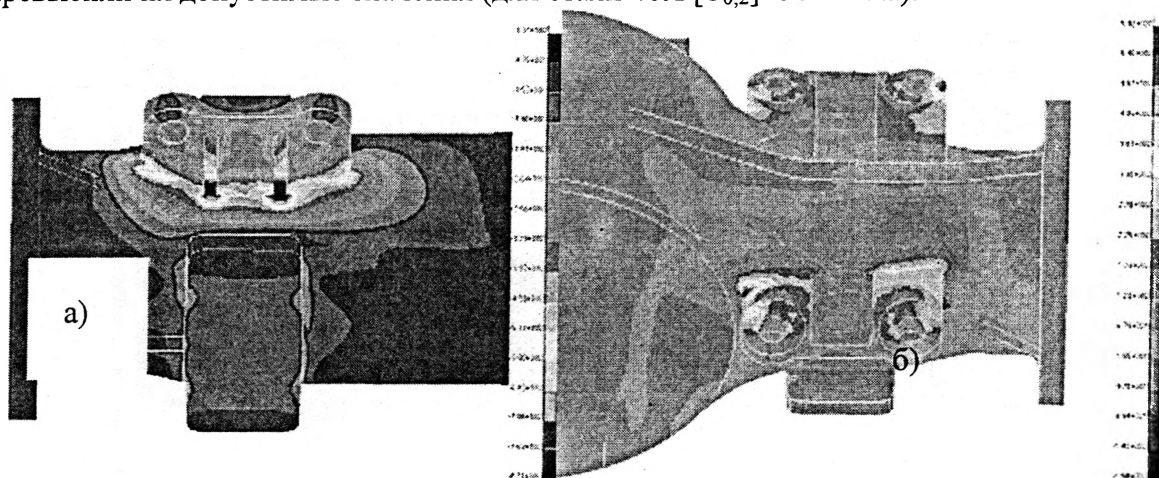


Рис. 1. Максимальные сжимающие (а) и растягивающие (б) напряжения в зоне рессорных накладок при затяжке стремянок

Как показывают результаты стендовых и дорожных испытаний разрушение происходит в зонах высоких растягивающих напряжений.

В картере ведущего моста можно выделить следующие зоны высоких растягивающих напряжений, кроме приведенных на рис. 1: зоны перехода балки во фланцы, зоны крепления крышки к картеру и зона перехода картера в банджо.

Результаты расчетов приведены в таблице, а их графическое изображение - на рис. 2.

Как видно, в картере имеются области, в которых напряжения превышают предельные напряжения в режимах торможения и наезда на препятствие. Места максимальных напряжений при нагружении вертикальной силой видны на рис. 2. Максимальные растягивающие напряжения в картере, МПа