

ЛИТЕРАТУРА

1. Цеснек Л.С. Механика и микрофизика истирания поверхностей. – М.: Машиностроение, 1979. – 198 с; 2. Винокур С.И. Исследование кинематики и динамики процесса шлифовки при образовании точных оптических поверхностей. Автореф. Дисс. На соиск. Учен. Степени доктора технических наук (05.11.14). Л., 1973. – 25 с; 3. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. – 235 с.

УДК 517:531.112

А.В. Локтионов, А.В. Гусаков

ОЦЕНКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА

*Витебский государственный технологический университет
Витебск, Беларусь*

В процессе перемещения деталей машин и технологической оснастки используются промышленные роботы, которые должны выполнять свои функции абсолютно точно. При этом траектория движения схвата робота и его скорость определяются технологическим процессом [1]. Роботы классифицируют по различным признакам: по системе основных координатных перемещений, числу степеней подвижности, конструктивному исполнению, типу силового привода, характеру выполняемых операций, степени специализации, области применения, грузоподъемности, мобильности и по схеме расположения приводов.

Для расчета перемещений центра схвата робота используются плоская прямоугольная, пространственная прямоугольная, плоская полярная, цилиндрическая, сферическая, ангулярная цилиндрическая и ангулярная сферическая системы координат. От выбора этих систем зависит расчет кинематики роботов.

Исполнительный механизм роботов-манипуляторов рассматривают как систему материальных тел (звеньев), предполагая, что эти тела абсолютно твердые. Каждое такое тело может состоять из совокупности многих деталей, признаком принадлежности которых к одному звену является их относительная неподвижность в процессе движения. Звенья манипулятора образуют кинематические пары, т.е. такие соединения двух соприкасающихся звеньев, которые допускают их относительные перемещения [2].

Существует различные методы расчетов геометрических, кинематических и силовых параметров исполнительных механизмов роботов-манипуляторов. Анализом установлено, что наиболее простые методы расчета следует использовать для роботов, работающих в плоских системах координат. Векторный метод расчета следует применять для роботов-манипуляторов, звенья которых расположены в одной плоскости [2].

Рассмотрим матричный метод расчета. При этом движение твердого тела рассматривается как движение подвижного трехмерного пространства в неподвижном. Геометрические и кинематические параметры робота можно представить в виде параллельного переноса и поворота. Матрица поворота в случае, например, сферического движения твердого тела равна произведению трех матриц поворота на углы Эйлера [4]. В случае поступательного движения абсолютно твердого тела

матрица поворота является единичной. Скорость точек находится в результате дифференцирования текущих координат центра схвата. При этом векторы угловой скорости и мгновенной угловой скорости вводятся как действие кососимметричной матрицы. Преимущества предлагаемого способа заключаются в следующем: все виды движений изучаются с единой точки зрения; вектор угловой скорости вводится не формальным способом, а как соответствие пространства кососимметричных матриц подвижному пространству; легко выполняется переход от движения твердого тела к движению системы с конечным числом степеней свободы.

Чтобы установить необходимые кинематические соотношения исполнительных систем пространственного робота-манипулятора, необходимо описать положение каждого звена манипулятора, как в абсолютной системе координат, так и в системе координат, неизменно связанной с этим звеном. Поэтому необходимо ввести систему координат, связанную со стойкой манипулятора, применяемая в качестве абсолютной – $O_0x_0y_0z_0$ и систему координат, неизменно связанную с i -м подвижным звеном – $O_ix_iz_i$. При этом ось z_i ($i=1,2,\dots,n+1$) совпадает с осью кинематической пары с тем же номером (n – число звеньев манипулятора), ось x_i – определяется как общий перпендикуляр к осям z_{i-1} и z_i , а её направление выбирается так, чтобы система $O_ix_iz_i$ была правой. Начало O_i полученной ортогональной системы координат называется центром i -ой кинематической пары. Система координат $O_nx_ny_nz_n$ связывается со схватом манипулятора так, что ось z_n определяет ориентацию схвата [3].

В качестве обобщенных координат, однозначно определяющих положение пространственного исполнительного механизма робота – манипулятора в произвольный момент времени, необходимы координаты: θ_i – углы поворотов i –го звена относительно $(i-1)$ –го. Причем индекс у координаты θ_i соответствует $(i-1)$ –ой кинематической паре, так как соответствующая угловая скорость $\dot{\theta}_i$ имеет направление оси z_{i-1} . По известному начальному положению механизма и значению обобщенных координат θ_i , определится положение механизма. Последовательно, начиная с n -го звена, выполняется поворот относительно осей $\theta_i z_i$ и аналитически устанавливается связь между введенными ранее системами координат. Для этого вводятся матрицы поворота систем координат. Такой метод расчета является наиболее универсальным для большинства исполнительных механизмов роботов-манипуляторов. Аналитические зависимости для расчета кинематических параметров роботов в абсолютной, неподвижной системе координат громоздки и сложны для ручного счета [3, 4, 9].

Рассмотрим расчёт кинематических параметров двухзвенного механизма матричным методом и применим изложенную методику к роботу-манипулятору с тремя степенями подвижности. Аналитические исследования по расчету кинематических параметров точки М матричным методом выполнены для случая, когда она совпадает с началом координат $X_5 Y_5 Z_5$. В общем случае, который здесь не рассматривается, координаты $X_5, Y_5, Z_5 \neq 0$. Установлено, что матричным методом расчета можно получить формулы для скорости и ускорения центра схвата не только в неподвижной системе координат, но и в подвижной системе, связанной с центром схвата, которые значительно проще, чем зависимости в неподвижной системе координат.

В работах [5, 6] скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} в сферической системе координат определяются как частный случай их расчёта в ортогональных криволинейных координатах. Для расчёта скорости определяются частные производные от декартовых координат x, y, z точки по соответствующим криволинейным q_1, q_2, q_3 и находятся коэффициенты Ляме H_1, H_2, H_3 . Модуль скорости v точки определяется из выражения $v^2 = \dot{q}_1^2 H_1^2 + \dot{q}_2^2 H_2^2 + \dot{q}_3^2 H_3^2$. Для расчёта ускорения также используются коэффициенты

Ляме, определяются соответственно частные производные от квадрата скорости по обобщённым криволинейным скоростям $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3$ и координатам q_1, q_2, q_3 и полные производные по времени от полученных соответствующих разностей частных производных по \dot{q} и q . Такая методика расчёта кинематических параметров достаточно трудоёмка. Искомые \vec{v} и \vec{a} определяются только в проекциях на подвижные сферические оси координат R, φ, Θ , связанные с движущейся точкой М.

В работах [7, 8] скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} получены с использованием векторного анализа. Матричное исчисление использовано в работе [7] для преобразования от прямоугольных и цилиндрических к сферическим системам координат. Матричный метод изложен также в работе [9] при расчёте кинематических параметров механизма в цилиндрических координатах.

В качестве примера рассмотрим схему робота-манипулятора в виде: вертикальная колонна, несущая руку робота-манипулятора, может поворачиваться на угол φ . Рука со схватом состоит из двух звеньев, каждый из которых может поворачиваться на свой угол, первое звено на угол θ_1 , второе – на угол θ_2 . Необходимо найти скорость и ускорение центра схвата при заданных $\varphi(t), \theta_1(t), \theta_2(t)$. Кинематическая и расчётная схема робота-манипулятора с тремя степенями подвижности изображена на рис. 1.

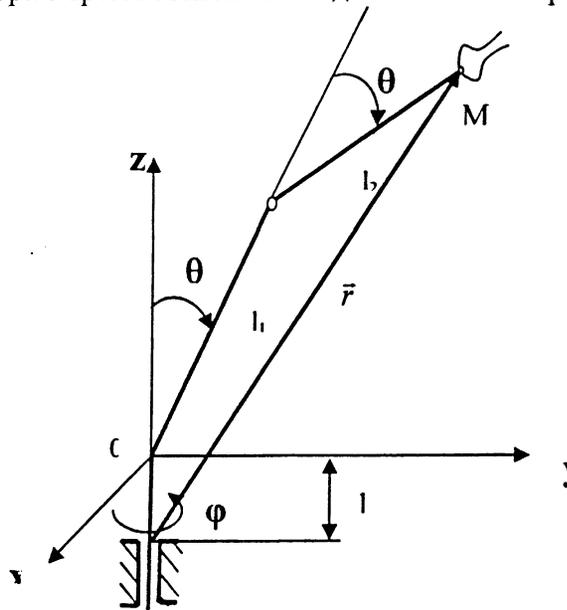


Рис. 1. Кинематическая схема робота-манипулятора с тремя степенями подвижности

Определим кинематические параметры такого механизма по рис. 1 векторным методом.

Проекции вектора \vec{r} механизма на координатные оси определяются из выражений:

$$\begin{aligned} x &= [l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2)] \cos \varphi, \\ y &= [l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2)] \sin \varphi, \\ z &= l + l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Тогда проекции вектора скорости на оси имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -[l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi + [l_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2)] \cos \varphi, \\ \dot{y} &= [l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi + [l_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2)] \sin \varphi, \\ \dot{z} &= -l_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Величина абсолютной скорости определится по формуле $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$. С учетом (2) получим

$$v = \left[l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))^2 \dot{\varphi}^2 \right]^{1/2}$$

Дифференцируя выражения (2), определим проекции ускорения схвата на неподвижные оси XYZ, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -[l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] (\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi) \\ &\quad - 2[l_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2)] \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \\ &\quad + [l_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - l_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2)] \cos \varphi \\ \ddot{y} &= [l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] (\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi) \\ &\quad + 2[l_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2)] \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \\ &\quad + [l_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \cos \theta_1 - l_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2)] \sin \varphi \\ \ddot{z} &= -l_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 - l_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot \cos \theta_1 - l_2 \cdot (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_2 \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (3)$$

С учетом (3) абсолютное ускорение определится по формуле $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$, которое здесь не приводится.

Векторный метод расчета кинематических параметров исполнительных механизмов следует использовать для роботов, звенья которых расположены в одной плоскости. Такой метод расчета достаточно сложен и неприменим для пространственных схем размещения звеньев роботов-манипуляторов.

Целесообразно, с использованием компьютерных технологий разработать методику расчета кинематических параметров различных по конструктивному исполнению пространственных исполнительных механизмов роботов-манипуляторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1989. – 392 с; 2. Фролов К.В., Воробьев Е.И. Механика промышленных роботов, часть 1: Кинематика и динамика. – М.: Высш. шк., 1988 – 304 с; 3. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные роботы. Динамика и алгоритмы. – М.: Наука, 1978. – 400 с; 4. А.В. Локтионов Расчет кинематических параметров в сферических координатах матричным методом. Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-методических статей/–Мн. УП «Технопринт», 2004. –115-118 с; 5. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, том I. – М.:Наука, 1970. – 240 с; 6. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики, ч. I. – М.:Наука, 1972, с. 468; 7. Халфман Р.Л. Динамика. – М.: Наука, 1972. – с. 568; 8. Добронравов В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М.:Наука, 1986. – с. 448; 9. Локтионов А.В. К вопросу расчета

кинематических параметров в цилиндрических координатах. Теоретическая и прикладная механика: Сб. науч. Трудов. Под ред. И.П. Филонова. – Мн.:УП «технопринт», 2002. – 252 с; 10. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – М.:Наука, 1986. – с. 448; 11. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах : Учеб. пособие для вузов. Т.1. Статика и кинематика. – М.: Наука, 1990. – с. 672.

УДК 624.075

В.М. Овсянко

УДАР ВЯЗКОУПРУГОГО ТЕЛА О ЖЕСТКОЕ ОСНОВАНИЕ

*журнал "Будаўніцтва. Стrojітjльство. Construction."
г. Минск, Беларусь*

1. В механике деформируемого твёрдого тела имеется ряд объектов, при расчёте которых необходимо учитывать не только упругие свойства материала, но и его вязкость. Существует много реологических моделей, определяющих свойства тех или иных материалов. Наиболее простыми из них являются модели Фойгта и Максвелла. В данной работе рассматривается ударное взаимодействие вязкоупругого тела, характеризуемого одной из указанных моделей, с жёстким основанием с использованием нового направления в моделировании объектов строительной механики и прикладной теории упругости, разработанного автором [1-3].

При анализе несущих строительных конструкций, в том числе и ряда объектов, построенных в Белоруссии и рассчитанных автором на основе его разработок, в своё время использовались специализированные электромоделирующие установки. Их работа осуществляется на основе аналогии между уравнениями, характеризующими объект моделирования, и уравнениями электрического тока, определяющими, в частности, схемы-аналоги конечных элементов, на которые расчленяется исследуемая конструкция [4]. В работе [5] расчёт сложной конструктивно нелинейной системы предлагается производить в два этапа: с помощью электронных моделей находится единственная рабочая расчётная схема сооружения, соответствующая заданной нагрузке, а для более точного определения внутренних усилий и деформаций в системе применяется электронная цифровая вычислительная машина, выполняющая расчёт по найденной на первом этапе рабочей расчётной схеме с использованием программы для расчёта стержневой или континуальной системы.

В настоящее время созданы многочисленные пакеты программ для расчёта электронных цепей, которые позволяют анализировать сложные электронные схемы, в том числе и содержащие различные нелинейные элементы. Широкие возможности этих пакетов привели автора к новому нестандартному направлению в моделировании деформируемых объектов. Его сущность состоит в следующем: для исследуемого объекта моделирования синтезируется электронная схема-аналог, анализируемая далее не на специализированной электромоделирующей установке, а с помощью пакета программ для расчёта электронных цепей. Подобный подход позволил произвести расчёт ряда сложных нелинейных систем [1-3], анализ которых на специализированной установке выполнить трудно ввиду сложности реализации различных нелинейных зависимостей.