

на языке программирования C++, в которой реализованы поиск в глубину и бинарное возведение матрицы в степень.

Практическая ценность исследований заключается в возможности применения математической модели в реальных задачах, где требуется многократное движение по выбранным точкам.

УДК 12.345.67

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОГРАММ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Мордвинцев К.С.

Научный руководитель – Рудый А.Н., канд.физ.-мат.н., доцент

В работе проводится анализ различных алгоритмов аппроксимации данных на примере конечного потребления природного газа как топливно-энергетического ресурса.

При измерении каких-либо величин иногда возникает проблема в определении функции, по которой они распределены, а также их коэффициенты. Так же с помощью аппроксимации данных появляется возможность спрогнозировать дальнейшее поведение измеряемой величины. В качестве исходных данных рассмотрим конечное потребление природного газа (включая попутный). Данные приведены в Таблице 1.

Таблица 1 – Конечное потребление природного газа.

Год	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Объём, м <sup>3</sup>	4257	3845	3992	4033	4060	3914	3738

Для аппроксимации воспользуемся несколькими методами в среде Mathcad. Изначально предположим, что данная зависимость является квадратной.

### Метод обратной матрицы.

При вычислении производных от суммы квадратов отклонений искомой функции относительно начальных данных получается система уравнений. Для решения данной системы используется метод обратной матрицы:

$n := 6$  - количество обрабатываемых данных     $k := 0..n$   
 $m := 3$  - высшая степень полинома     $i := 0..m$  - номер столбца в системе уравнений  
 $j := 0..m$  - номер строки в системе уравнений

$$A_{k,j} := \sum_k (x_k)^{i+j} \quad B_j := \sum_k [(x_k)^j f_k] \quad C := A^{-1}B$$

$$Poly(x) := \sum_i (C_i x^i) \quad \text{- искомая функция}$$

$$C = \begin{pmatrix} 9504.405 \\ -2547.194 \\ 378.94 \\ -18.222 \end{pmatrix} \quad Q := \sqrt{\frac{\sum_k (f_k - Poly(x_k))^2}{\sqrt{n+1}}} = 64.464 \quad \text{- среднее квадратичное отклонение}$$

$$R := \text{corr}(f, Poly(x))^2 = 0.826 \quad \text{- коэффициент детерминации}$$

### Функция Minimize.

Данная функция меняет значения аргументов, начиная от заданных значений, так, чтобы значение функции, а в данном случае это сумма квадратов отклонений, была минимальная при заданной функции. Данная функция производит расчеты по алгоритму решения KNITRO.

Так же используется градиентный метод поиска, который заключается в том, что для начальных данных находятся все локальные значения, а после выбирается наименьший из них и считается все в данной точке.

$$\text{fun}(x, a, b, c, d) := a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 \quad \Sigma(a, b, c, d) := \sum_{i=\text{ORIGIN}}^{\text{last}(x)} (f_i - \text{fun}(x_i, a, b, c, d))^2$$

$a := 0 \quad b := 0 \quad c := 0 \quad d := 0$  - начальные приближения

$$(a, b, c, d) := \text{Minimize}(\Sigma, a, b, c, d) \quad a = 8813.479 \quad b = -2225.148 \quad c = 331.583 \quad d = -16.006$$

$$Q := \sqrt{\frac{\sum_k (f_k - \text{fun}(x_k, a, b, c, d))^2}{\sqrt{n+1}}} = 65.694 \quad R := \text{corr}(f, \text{fun}(x, a, b, c, d))^2 = 0.822$$

### Функция linfit.

С помощью данной функции реализуется линейная регрессия общего вида.

$$F(x) := \text{stack}(1, x, x^2, x^3) \quad S := \text{linfit}(x, f, F) = \begin{pmatrix} 9504.405 \\ -2547.194 \\ 378.94 \\ -18.222 \end{pmatrix}$$

$$LF(x) := S \cdot F(x)$$

$$Q := \sqrt{\frac{\sum_k (f_k - LF(x_k))^2}{\sqrt{n+1}}} = 64.464 \quad R := \text{corr}(f, LF(x))^2 = 0.826$$

Графики полученных аппроксимаций с начальными точками представлен на рисунке 1.

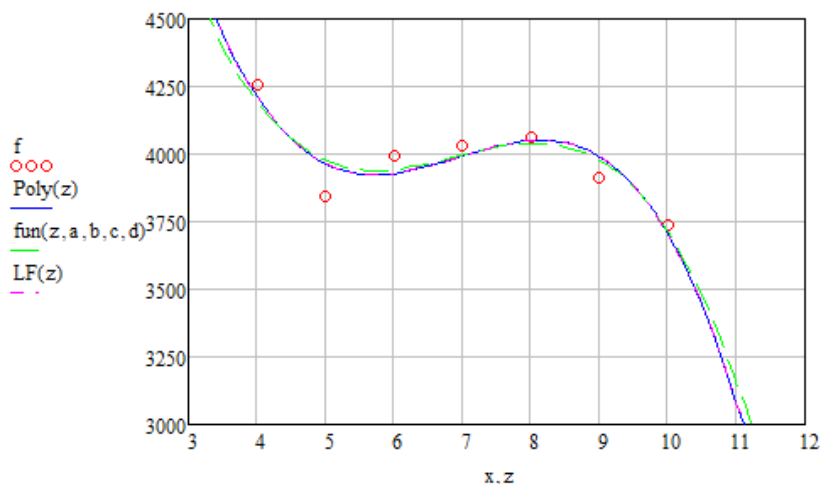


Рис. 1. Начальные данные и функции, полученные после аппроксимации

Из рисунка 1 видно, что в методе обратной матрицы и функции `linfit` значения коэффициентов совпадают, а у функции `minimize` отличны, но очень близки к ним.

### Прогнозирование.

Исходя из полученных аппроксимаций можно спрогнозировать дальнейшее потребление природного газа. Видно, что в данный момент идет снижение потребления. Это связано с тем, что в некоторых местах можно сократить потребление газа за счет местных видов топлива. Так же была запущена БелАЭС.

### Удобность в применении.

При использовании метода **обратной матрицы** можно получить только полиномиальную функцию. Так же запись данного метода слегка громоздка.

При применении функции **Minimize** уже можно задавать различные функции, например добавить логарифм или экспоненту. Но в случае увеличения количества коэффициентов требуется их добавить во все формулы в расчете.

В функции **linfit** так же присутствует возможность задания любой функции. И в отличие от **Minimize** не требует лишних затрат на изменение алгоритма решения.

Таким образом, для аппроксимации данных и дальнейшего прогнозирования удобнее всего использовать функцию **linfit**.

При прогнозировании дальнейшего использования природного газа было получено, что его объемы будут уменьшаться.

### Литература

1. Макаров Е.Г. Mathcad: Учебный курс (+CD). – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.: ил.
2. Энергетический баланс Республики Беларусь: статистический сборник [Электронный ресурс] / Под ред. И.В. Медведевой – 2019. – Режим доступа: [https://www.belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/publications/izdania/public\\_compilation/index\\_39984/](https://www.belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/publications/izdania/public_compilation/index_39984/) (20.04.2023).
3. Энергетический баланс Республики Беларусь: статистический сборник [Электронный ресурс] / Под ред. И.В. Медведевой – 2019. – Режим доступа: [https://www.belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/publications/izdania/public\\_compilation/index\\_7863/](https://www.belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/publications/izdania/public_compilation/index_7863/) (20.04.2023).

УДК 12.345.67

## ЭРГОДИЧЕСКИЕ МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Латышенко К.Е.

Научные руководители – Рудый А.Н., к.ф.-м.н., доцент,  
Бань Л.В., старший преподаватель

Рассмотрим случайный процесс с дискретными состояниями. И пусть переход из состояния в состояние происходит под воздействием простейшего потока событий- Марковский случайный процесс. Подобные процессы возникают при решении многих технических и экономических задач.

Нами исследовалась работа заправочной станции с двумя каналами обслуживания, при этом число машин в очереди, если каналы заняты- не больше трех. Пусть  $\lambda$  – интенсивность приезда машин на станцию и  $\mu$  – интенсивность заправки машины. Данная система имеет 6 состояний:

$S_1$  – 2 канала обслуживания свободно.

$S_2$  – 1 канал обслуживания занят.

$S_3$  – 2 канала обслуживания занято, очередь не образовалась.

$S_4$  – 2 канала обслуживания занято, 1 машина в очереди.

$S_5$  – 2 канала обслуживания занято, 2 машины в очереди.

$S_6$  – 2 канала обслуживания занято, 3 машины в очереди.

Построим граф рассматриваемой системы:

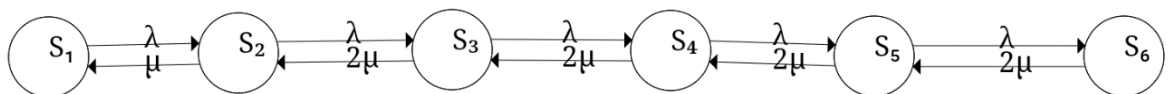


Рис.1. Граф системы