

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.172.3

ПОИСК КРАТЧАЙШЕГО МАРШРУТА ДЛЯ ГОРОДОВ МИНСКОЙ ОБЛАСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТАБЛИЦЫ EXCEL

Махнач М. В.

Научный руководитель – Юринок В. И., к.т.н., доцент

В докладе описан алгоритм нахождения кратчайшего маршрута из одного города Минской области в другой. Алгоритм позволяет находить кратчайший маршрут при заданных существующих дорогах и расстояниях, а также вычисляет расстояние между начальным и конечным пунктами маршрута. В качестве основного инструмента в работе использовалось приложение Microsoft Excel.

Неполный взвешенный ориентированный граф, в котором вершины сопоставляются городам, а рёбра – дорогам между ними, является математической моделью данной задачи. Для её решения необходимо составить матрицу смежности, отображающую направление и длину дорог, и матрицу-решение, которая будет показывать найденный маршрут. Для удобства обе матрицы представлены в таблицах Excel.

Для примера рассмотрим матрицу смежности между четырьмя городами, предполагая, что других дорог между ними нет.

	Борисов	Жодино	Слуцк	Молодечно
Борисов	0	20	0	0
Жодино	0	0	0	117
Слуцк	181	0	0	0
Молодечно	0	0	188	0

По строкам расположены пункты отправления, а по столбцам – пункты прибытия. Число 20 в строке «Борисов» и столбце «Жодино» означает, что из Борисова в Жодино есть дорога длиной в 20 км. Но число 0 в строке «Жодино» и в столбце «Борисов» говорит о том, что дороги из Жодино в Борисов нет, то есть все дороги являются односторонними.

Предположим, из пункта «Борисов» необходимо добраться до пункта «Молодечно». Рассмотрим матрицу-решение для данного случая.

	Борисов	Жодино	Слуцк	Молодечно
Борисов	0	1	0	0
Жодино	0	0	0	1
Слуцк	0	0	0	0
Молодечно	0	0	0	0

Значение 1 в ячейке с координатами (Борисов; Жодино) указывает на то, что дорога из Борисова в Жодино является частью искомого минимального

маршрута, а значение 0 говорит, что дорога осталась в стороне от найденного маршрута. То есть, к общему расстоянию надо прибавить значение, находящееся в соответствующей ячейке в матрице смежности, если в ячейке матрицы-решения стоит 1. В итоге минимальный маршрут для данного случая будет следующим: Борисов – Жодино – Молодечно, а расстояние равно 137 км. В приложении Excel есть функция «поиск решения». Воспользовавшись ею, можно получить решение поставленной задачи. Чтобы компьютер понял и решил задачу правильно, поиску решения необходимо задать следующие ограничения:

1) Ячейки матрицы-решения – бинарные. Они будут принимать лишь два значения: 0 и 1.

2) Значения в ячейках матрицы-решения меньше либо равны соответствующим значениям в матрице смежности. Это значит, что если в матрице смежности стоит 0 в какой-либо ячейке, то нельзя будет поставить 1 в матрицу-решение и воспользоваться несуществующей дорогой.

3) Очевидно, что въезжать в один и тот же город или выезжать из него несколько раз нерационально при поиске кратчайшего пути, поэтому устанавливается такое ограничение: сумма элементов по столбам или по строкам в матрице-решении не должна превышать 1.

4) Если на n -ном шаге компьютер предлагает въехать в город N , то на $(n+1)$ -ом шаге надо из него выехать. Иными словами, сколько раз въехали, столько и выехали. Ограничение: суммы элементов по строкам равны суммам элементов по соответствующим столбцам, кроме конечного и начального пункта.

5) Начальный пункт – это тот, из которого обязательно надо выехать, но не надо въезжать, а конечный – это тот, в который надо въехать, но из которого не надо выезжать. То есть, сумма элементов по первой строке и по последнему столбцу равна 1.

Финальная функция равна сумме произведений соответствующих ячеек матрицы смежности и матрицы-решения. В Excel это записывается с помощью следующей формулы: =СУММПРОИЗВ(С20:Р33;С3:Р16), где ячейки С3:Р16 – матрица смежности, а С20:Р33 – матрица-решение. Целевая функция оптимизируется до минимума, метод решения выбирается симплекс-методом.

Данный метод проверился для графов, приведённых на рис. 1.

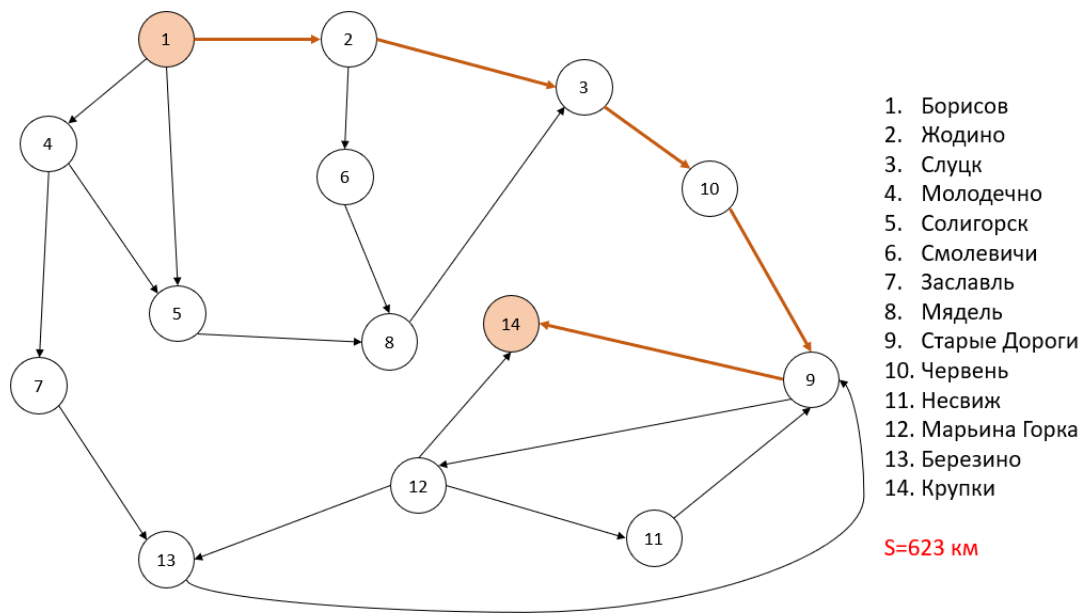


Рис.1 – Математическая модель решения задачи

На рис.1 в виде графа представлена математическая модель задачи.

Номер n/n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
	Борисов	Жодино	Слуцк	Молодечно	Солигорск	Смолевичи	Заславль	Мядель	Старые Дороги	Червень	Несвиж	Марына Горка	Березино	Крупки	
1	Борисов	0	20	0	152	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	Жодино	0	0	154	0	0	22	0	0	0	0	0	0	0	
3	Слуцк	0	0	0	0	0	0	0	0	123	0	0	0	0	
4	Молодечно	0	0	0	0	219	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	Солигорск	0	0	0	0	0	0	246	0	0	0	0	0	0	
6	Смолевичи	0	0	0	0	0	0	136	0	0	0	0	0	0	
7	Заславль	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	137	0	
8	Мядель	0	0	232	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	Старые Дороги	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	227	
10	Червень	0	0	0	0	0	0	0	99	0	0	0	0	0	
11	Несвиж	0	0	0	0	0	0	0	123	0	0	0	0	0	
12	Марына Горка	0	0	0	0	0	0	0	0	0	121	0	0	159	
13	Березино	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
14	Крупки	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Номер n/n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Минимальное расстояние
	Борисов	Жодино	Слуцк	Молодечно	Солигорск	Смолевичи	Заславль	Мядель	Старые Дороги	Червень	Несвиж	Марына Горка	Березино	Крупки	623
1	Борисов	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	Жодино	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	Слуцк	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
4	Молодечно	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	Солигорск	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	Смолевичи	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	Заславль	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	Мядель	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	Старые Дороги	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	Червень	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
11	Несвиж	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	Марына Горка	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	Березино	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	Крупки	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	

Рис. 2 – Матрица смежности и матрица-решение поставленной задачи

На рис. 2 представлены матрицы смежности и матрицы-решения. На матрицах смежности указаны длины существующих дорог (если дороги не существует, указан 0), а на матрицах-решениях – предлагаемый программой маршрут, являющийся кратчайшим.

Таким образом, рассмотренный подход к построению кратчайшего маршрута между городами может быть полезен при методических исследованиях, предполагая, что какие-то дороги (маршруты) будут закрыты через определённый промежуток времени. Отметим, что предложенный

алгоритм позволяет решить данную задачу, шире использовать возможности приложения Excel.

УДК 62-91

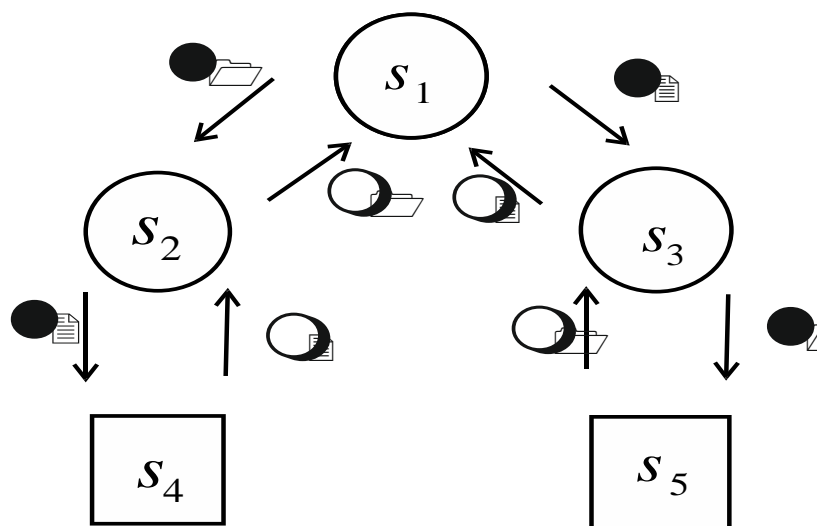
НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

Сташевский А.А.

Научные руководители – канд. физ.-мат. н., доцент
Рудый А.Н., канд. физ.-мат. н., доцент Лебедева Г.И.

Рассмотрена последовательно-параллельная логическая модель надежности восстанавливаемых систем. Предположим, что потоки отказов и восстановлений системы – простейшие. Такие системы удобно описывать с помощью метода Колмогорова, составляя и решая системы дифференциальных уравнений.

Будем предполагать, что система обслуживается одной бригадой с обратным приоритетом обслуживания, и что система продублирована резервным элементом. Пусть λ_1, λ_2 – интенсивности потока отказов элементов, μ_1, μ_2 – интенсивности потока восстановлений. В начальный момент оба элемента (основной и дублирующий) в рабочем состоянии. Тогда граф состояний системы:



S_1 – оба элемента работают, система работает;

S_2 – первый элемент отказал и ремонтируется, второй элемент