

П.И. Ширвель, А.В. Чигарев, И.С. Куликов

ПРОЧНОСТЬ НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ В УСЛОВИЯХ
ПОЛЗУЧЕСТИ И РАДИАЦИОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ

Минск
БНТУ
2014

УДК 539.3+621.039.5

Ширвель, П.И. Прочность неравномерно нагретых цилиндрических тел в условиях ползучести и радиационного облучения / П.И. Ширвель, А.В. Чигарев, И.С. Куликов. – Минск : БНТУ, 2014. – 252 с. – ISBN 978-985-550-661-5.

Изложены вопросы прочности цилиндрических элементов конструкций в условиях неравномерного нагрева и облучения. Представлены механико-математические модели, методы и результаты численного решения конкретных задач определения напряженно-деформированного состояния цилиндрических тел с учетом ползучести материала и высокоэнергетического облучения.

Рассчитана на научных и инженерно-технических работников в области прочности и прогнозирования ресурса экстремально нагруженных конструктивных элементов в машиностроении и энергетике. Будет полезна специалистам при разработке новых типов ядерных реакторов и профессорско-преподавательскому составу в подготовке студентов энергетических и машиностроительных специальностей.

Табл. 5. Ил. 53. Библиогр. 203 назв.

Рекомендовано к изданию научно-техническим советом
Белорусского национального технического университета
(протокол № 10 от 17.10.2014 г.)

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, профессор *Ю.В. Василевич*;
д-р техн. наук, профессор *Г.В. Смирнов*

ISBN 978-985-550-661-5

© Ширвель П.И., Чигарев А.В.,
Куликов И.С., 2014
© Белорусский национальный
технический университет, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ НДС ПРИ НЕРАВНОМЕРНЫХ ТЕРМОСИЛОВЫХ И РАДИАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ	10
1.1 Анализ и систематизация методов исследования НДС цилиндрических тел	10
1.1.1 Аналитические решения	11
1.1.2 Численные и полуаналитические подходы	18
1.2 Развитие теории радиационного НДС и методов расчета с учетом облучения	26
1.3 Постановка задачи	32
1.3.1 Модель среды и определяющие соотношения	32
1.3.2 Термовязкоупругое состояние цилиндрических тел при облучении высокоэнергетическими частицами	43
1.4 Общие замечания по определению НДС неравномерно нагретых цилиндрических тел при радиационных воздействиях	50
ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ НАГРЕВА И ОБЛУЧЕНИЯ	54
2.1 Влияние терморadiационного воздействия на физико-механические свойства твердых тел	55
2.1.1 Теплофизические характеристики материалов при терморadiационном воздействии	56
2.1.2 Изменение упругих свойств в результате нагрева и облучения	61
2.1.3 Кратковременные и длительные механические свойства при интенсивном терморadiационном воздействии	64
2.2 Радиационное распухание	72
2.2.1 Радиационное распухание конструкционных материалов	74
2.2.2 Радиационное распухание делящихся материалов	79
2.3 Радиационная и тепловая ползучесть в элементах конструкций	84
2.4 Краткое обобщение влияния радиационных сред на механические характеристики материалов и поведение конструкций	94
ГЛАВА 3. НЕОБРАТИМОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В УСЛОВИЯХ НЕЙТРОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ	96
3.1 Численно-аналитический метод определения термо-радиационного влияния на прочность цилиндрических тел	96

3.2 Численное решение задачи ползучести в условиях неоднородного термосилового и радиационного воздействия	106
3.2.1 Механико-математическая модель НДС однослойных и многослойных цилиндрических тел в условиях обобщенной плоской деформации	106
3.2.2 Методика и алгоритм численного решения. Особенности реализации вычислительного процесса для обобщенного плоско-деформированного состояния	115
3.3 Моделирование кинетики НДС конструктивных элементов при термосиловом нагружении и нейтронном облучении с учетом тепловой и радиационной ползучести	127
3.3.1 Сплошной и полый тепловыделяющий цилиндр	129
3.3.2 Деформирование длинных цилиндрических тел без внутренних источников тепловыделения	140
3.4 Обсуждение результатов	147
ГЛАВА 4. МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО НДС В УСЛОВИЯХ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО ТЕРМОРАДИАЦИОННОГО НАГРУЖЕНИЯ	150
4.1 Вывод основных соотношений, описывающих неосесимметричное деформирование цилиндрических тел	150
4.2. Метод численного решения. Принципиальная схема организации вычислительного процесса	161
4.3 Особенности реализации механико-математической модели	173
4.3.1 Вычисление необратимых деформаций	173
4.3.2 Моделирование квазистатического плоского деформированного состояния	182
4.4 Некоторые обобщения	191
ГЛАВА 5. РЕШЕНИЕ КОНКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО НДС ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ НАГРЕВЕ И ОБЛУЧЕНИИ	193
5.1 Неравномерно нагретый цилиндр с внутренними источниками тепловыделения	193
5.2 Цилиндр без внутренних источников тепла	206
5.3 Сравнение осесимметричной и неосесимметричной моделей НДС цилиндрических тел и пределы их применимости	218
5.4 Оценка точности численного решения и обоснование достоверности полученных результатов	223
5.5 Заключительные замечания	229
ЛИТЕРАТУРА	232

ПРЕДИСЛОВИЕ

В различных отраслях современной техники широко используются конструктивные элементы, выполненные в виде тел цилиндрической формы. В процессе эксплуатации они могут подвергаться воздействию как силовых, так и немеханических нагрузок (термических, радиационных). Длительное нахождение тел в физических и механических полях приводит к возникновению деформаций тепловой и радиационной ползучести. Необходимость создания механико-математических моделей, методов расчета и определения напряженно-деформированного состояния (НДС) цилиндрических тел в условиях экстремальной эксплуатации требует соответствующих исследований. Вопросы моделирования процессов деформирования твердых тел в условиях термосилового и радиационного нагружений, представляют интерес, как в теоретическом, так и в практическом плане. Разработка и развитие теории расчета НДС цилиндрических тел, находящихся в условиях неоднородного термического и радиационного воздействий, в настоящее время, – актуальная проблема механики твердого тела, решение которой позволит корректно определять НДС, а также продлять ресурс компонентов оборудования и других конструкций в условиях сложных механических, термических и радиационных нагрузок. Результаты исследования нелинейных процессов деформирования, развивающихся во времени и пространстве, имеют также важное значение при создании новых технологических процессов и аппаратов для использования на транспорте, в энергетике, авиации и атомном машиностроении.

ВВЕДЕНИЕ

При решении конкретных задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ), исследователи часто сталкиваются с необходимостью совместного учета различных нелинейных факторов. Вопросам моделирования процессов деформирования тел цилиндрической геометрии, эксплуатирующихся в условиях квазистатических термосиловых и радиационных воздействий, уделено внимание в определенном числе работ, но при этом в них не в полной мере учитывались все особенности поведения материалов в терморadiационных потоках. Несмотря на важность проблемы, в расчетной практике учет физических нелинейностей в конструктивных элементах проводился по упрощенным моделям и методикам. Такие решения в большинстве своем отражают интересы и возможности авторов и не решают поставленную задачу в целом. Так, в некоторых случаях при оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) оправдано использование одномерной осесимметричной модели для расчета цилиндрических тел. Однако, такая упрощенная осесимметричная модель не позволяет получить полную адекватную картину НДС. Нередко наличие сложных условий нагружения, больших градиентов температур и радиационных воздействий приводит к появлению необратимых деформаций терморadiационной ползучести, что требует привлечения двумерной расчетной модели. Воздействие неоднородного в окружном направлении температурного поля в условиях интенсивного облучения высокоэнергетическими частицами влечет не только появление неравномерных объемных окружных деформаций термического расширения, но и к значительным неравномерным необратимым деформациям радиационного распухания в кольцевом направлении. Это неизбежно приводит к появлению дополнительных напряжений в процессе эксплуатации исследуемых цилиндрических элементов конструкций. Таким образом, компоненты тензора деформаций, тензора напряжений и вектора перемещений будут зависеть как от радиальной, так и от окружной координат материальных точек тела. В таком случае, необходимо рассматривать неосесимметричное НДС, под которым подразумевается зависимость характеристик деформирования не только от радиуса, но и от меридионального

угла (т.е. в плоскостях, проходящих через ось вращения, не возникает одинаковое напряженное и деформированное состояние для текущей радиальной координаты). Следует отметить, что учет зависимости НДС тела от неосесимметричных термосиловых нагрузок в условиях облучения высокоэнергетическими частицами и необратимых деформаций терморadiационной ползучести приводит к рассмотрению новых задач в МДГТ.

Задача определения неосесимметричного НДС в цилиндрической области даже в упругой постановке является сложной и ее решение (кроме элементарных), точно удовлетворяющие всем заданным граничным условиям, до сих пор удавалось получать при очень сильных предположениях. Как правило, в литературе рассматриваются различные неосесимметричные задачи, когда компоненты упругого перемещения и напряжения допускают разложения в тригонометрические ряды. Исторически большинство попыток получения таких решений связаны с разложением нагрузки в ряд Фурье, который для цилиндров бесконечной длины приводит к представлению в виде интегралов Фурье. Такой подход, однако, вызывает некоторые вопросы при определенных термосиловых нагружениях, а также не позволяет полностью удовлетворить условиям на торцах. Так, в известных работах удается точно выполнить условия лишь на боковой поверхности, в то время, как условия на торцах удовлетворяются либо приближенно, либо при условии, что перемещения или напряжения постоянные. Существенно расширить круг решаемых неосесимметричных задач позволяет использование методов вычислительной математики. По остроумному замечанию одного из исследователей, по-видимому, единственным методом точного решения таких задач являются численные методы. Заметим, что при наличии распухания и ползучести приведенное утверждение является абсолютным.

Внедрение компьютерных технологий способствовало появлению значительного количества численных решений, основанных на конечно-разностных, конечно-элементных, вариационных и других подходах. В настоящее время эти направления активно развиваются, что стало возможным благодаря быстрому совершенствованию вычислительной техники за

последние десятилетия. Это обусловлено потребностями многих областей фундаментальных и прикладных научных исследований, в том числе и в МДТТ. Вообще говоря, интенсивное развитие компьютерных технологий и разработка численных методов решения задач представляют собой взаимно влияющие процессы, протекающие практически синхронно. В то же время одновременное существование большого количества методов говорит о том, что они не идеальны и работа в этом направлении должна быть продолжена. Анализ и обзор основных гипотез, методов и механико-математических моделей, используемых при изучении неосесимметричного НДС при ползучести и терморadiационных воздействиях, дан в первой главе монографии.

В связи с вышесказанным, для адекватного отражения процессов деформирования конструктивных элементов цилиндрической формы, работающих в сложных экстремальных условиях нагружения, должны быть развиты существующие и созданы новые механико-математические модели, более точно описывающие деформирование материалов с учетом основных эффектов, возникающих при высокоэнергетическом облучении. Кроме того, необходимо разработать алгоритмы и эффективные численные методики, реализующие созданные модели в виде программных средств для численного исследования деформирования при термосиловом воздействии и облучении с учетом терморadiационной ползучести. Такой подход позволит проводить моделирование и одновременно, визуализируя значение любой переменной, анализировать результаты расчета, менять граничные условия и параметры механико-математической модели. Первостепенной задачей такого моделирования является определение однозначных соотношений между моделью и объектом исследования. С одной стороны, такие соотношения должны достаточно точно отражать реальность, а с другой – должны быть доступными для интегрирования. Таким образом, одним из актуальных направлений развития современной механики является получение явных приближенных решений актуальных задач, обеспечивающих простоту их численной реализации с достаточной для практики точностью описывающих исследуемые процессы в

действительности. Решению указанной проблемы и посвящена монография.

Следует также отметить важность решения прикладных задач с точки зрения определения осесимметричного и неосесимметричного НДС для прочностных расчетов элементов активных зон ядерных реакторов и других компонентов оборудования атомных электростанций (АЭС), а также для различных конструктивных элементов энергетического и транспортного машиностроения, аэрокосмической отрасли.

ГЛАВА 1

МОДЕЛИРОВАНИЕ НДС ПРИ НЕРАВНОМЕРНЫХ ТЕРМОСИЛОВЫХ И РАДИАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

1.1 Анализ и систематизация методов исследования НДС цилиндрических тел

Прочность протяженных элементов конструкций цилиндрической формы связана с расчетами НДС сплошных, полых и многослойных цилиндров. В настоящее время существует достаточно большое количество работ, посвященных разработке разнообразных подходов к построению расчетных и математических моделей определения НДС цилиндрических тел. Моделирование осесимметричного деформирования тел цилиндрической геометрии является хорошо изученной проблемой. В современной литературе известно много работ, посвященных расчетам таких конструкций не только в упругой и термоупругой постановках, но также с учетом физических и геометрических нелинейностей. Также имеются серьезные обзорные труды А.А. Ильюшина, П.М. Огибалова и М.А. Колтунова, например [1,2], в которых выполнен анализ и сопоставление различных теорий и методик решения таких задач. Среди последних работ следует отметить монографию [3], где дается систематическое изложение методов и результатов унификации расчетов различных задач для цилиндрических тел на базе соотношений теории упругости и теории ползучести, а также предлагаются некоторые приближенные решения. Считая нецелесообразным повторять материал, изложенный в многочисленных литературных источниках, которые имеются практически в любой научной библиотеке, остановимся на определяющих моментах, относящихся непосредственно к тематике исследований, и перечислим основные достижения, связанные с постановками задач, подходами и эффективными методами их решения.

Поскольку задача определения неосесимметричного НДС значительно сложнее осесимметричного случая, то таким вопросам посвящено гораздо меньше работ и, как следствие, получено меньше решений, чем в случае осевой симметрии напряжений и

деформаций. В зависимости от физических и конструктивных особенностей объекта исследований, общих закономерностей взаимодействия с окружающей средой, а также цели и требуемой точности, решение может быть реализовано различными методами. Наиболее распространенные и популярные подходы можно условно разделить на три группы:

- аналитическое определение напряжений и деформаций;
- численное моделирование НДС;
- численно-аналитические (полуаналитические) методы построения решений.

Ниже подробно рассмотрены эти методы и соответствующие им расчетные модели вместе с допущениями, которые закладывались исследователями, как на стадии постановки задач, так и в процессе их решения. Анализ работ проведен в хронологической последовательности в соответствии с основными классами задач о неосесимметричном деформировании цилиндрических тел. Дано также краткое описание основных этапов развития научных представлений по этой проблеме.

1.1.1 Аналитические решения

В упругой постановке задачи о неосесимметричном деформировании цилиндрических тел исторически представляли большое практическое значение, поэтому попытки разработать общие методы их решения предпринимались очень давно. Так, еще в 1870 г. Дж. Максвелл, а в 1898 Ж. Морера дали различные представления компонентов тензора напряжений для данной задачи через функции напряжений. Однако, как было справедливо указано А. Лявом [4], эти функции напряжений были связаны мало удобными дифференциальными соотношениями, ограничивающими их использование для решения конкретных задач. После Максвелла и Морера одним из первых по времени является общее решение Ж. Доугала через три гармонические функции. Позже общее решение через три бигармонические функции было представлено русским ученым Б.Г. Галеркиным [5]. Также следует упомянуть о возможности использования для определения неосесимметричного НДС функций напряжений [6]:

Соляник-Красса, Папковича, Мичела, Прандтля, Максвелла, Дугала, Бельтрами и Эри. Многочисленные задачи неосесимметричного деформирования для упругих тел цилиндрической геометрии могут быть решены также с помощью интегральных преобразований. Так, автор работы [7], используя преобразование Фурье и обобщенные функции, нашел точные аналитические решения для отдельных двумерных плоских задач теории упругости в полярных координатах при неосесимметричных граничных условиях на контурах рассматриваемых областей. В статье [8] рассматривается статическая упругая задача о неосесимметричном деформировании полого цилиндра, на одной поверхности которого заданы нулевые смещения, а на другой – напряжения. Метод решения основан на использовании новых неизвестных функций в виде линейной комбинации искомым смещений, что приводит систему уравнений Ламе к двум совместно решаемым уравнениям. Для поиска общего аналитического решения неосесимметричных упругих задач в [9] применяется метод энергии деформации и вариационные принципы, которые после ставших фундаментальными работ Д. Гильберта в настоящее время являются классическими разделами математической теории упругости. Следует особо отметить, что широкое применение для аналитического решения задач определения частных случаев неосесимметричного НДС получили методы, основанные на применении классического аппарата теории функций комплексного аргумента. Наиболее важные и принципиальные из этих методов связаны с работами таких ученых как Г.В. Колосов, Н.И. Мусхелишвили, И.Н. Векуа, С.Г. Михлин, Д.И. Шерман, В.Д. Купрадзе и других исследователей. Так, в монографии [10] представлены результаты исследований для упругой задачи, полученные через интегралы от обобщенных аналитических функций. Также дано представление перемещений и напряжений неосесимметрично нагруженного цилиндрического тела через аналитические функции комплексного переменного. Некоторые теоретические решения по данному вопросу систематизированы в трудах Г.Н. Савина [11], где подытожено изложение методов решения неосесимметричных задач теории упругости при помощи аппарата аналитических и обобщенных аналитических функций

комплексного переменного. Анализ таких функций, с точки зрения применимости к решению задач о неосесимметричном деформировании цилиндрических тел, посвящено современное исследование [12]. Заметим, что для обширного класса односвязных цилиндрических областей, конформное отображение которых на единичный круг осуществляется рациональными функциями, решение задач определения неосесимметричного НДС можно построить элементарными средствами в замкнутой форме. При таком решении можно использовать классические методы конформных отображений и интегральных уравнений различных типов, получившие дальнейшее развитие в работах В.З. Партона, П.И. Перлина, В.Л. Рвачева, М.Д. Мартыненко, М.А. Журавкова и других ученых-механиков для применения в теоретических и прикладных вопросах МДГТ, например [13]. Целесообразно остановиться на работах [14, 15, 16], посвященных задачам неосесимметричного деформирования с учетом зависимости граничных условий от времени. Так, в [14] дано решение задачи о деформировании толстостенного цилиндра, сжимаемого жидкостью. Аналитическое решение строится разложением искомых величин в ряды по окружной координате с помощью функций Бесселя и Ньюмана. Исследование [15] посвящено неосесимметричному деформированию бесконечного цилиндра с учетом неоднородности материала в окружном направлении и меняющейся со временем механической нагрузки. Решение получено на основе метода Галеркина. Неосесимметричное НДС многослойного цилиндрического тела с учетом импульсной нагрузки рассмотрено в [16], где определяющие зависимости интегрируются с помощью преобразования Лапласа.

Необходимо подчеркнуть, что все вышеперечисленные решения были получены в случаях механического нагружения для упругой среды в предположении отсутствия изменения температуры или равномерности нагрева. Наиболее ранние попытки аналитического решения задачи неосесимметричного деформирования для цилиндрических тел с учетом изменения температур можно найти в статьях Р. Лоренца, Ф. Файлона и А.Н. Динника. Позже для исследования неосесимметричных задач термоупругости Н.И. Мухелишвили, основываясь на дислокационной аналогии для

многосвязного цилиндра, предложил использовать теорию функций комплексного переменного. Н.Н. Лебедев обобщил этот подход и представил исчерпывающее по тому времени изложение этого вопроса в [17], дав решение общей двумерной задачи для круговых областей при температуре, зависящей как от радиуса, так и от угла. Немного позднее Б.Е. Гейтвуд с успехом применял метод, использующий теорию функций комплексного переменного в своих исследованиях [18] для цилиндрических тел. Общий случай неосесимметричного термонапряженного состояния для указанной задачи был также рассмотрен в [19]. Частные решения для неосесимметричной задачи были получены П.Ф. Попковичем и Дж. Гудьером через термоупругий потенциал перемещений, далее этот метод был развит в работах В. Новацкого [20]. Решение аналогичной задачи также дано Э. Меланом и Г. Паркусом в [21] с помощью подхода, совмещающего комбинацию термоупругого потенциала перемещений и функции напряжений. Двумерные задачи стационарной термоупругости рассматривались позже И.А. Прусовым [22]. Эффективные решения граничных задач для изотропных и анизотропных сред строились указанным автором по методу линейного сопряжения через термоупругие комплексные потенциалы. Трехмерную термоупругую задачу далее исследовал Ю.В. Василевич [23]. Им разработаны аналитические методы, позволяющие получать наиболее простые решения для ортотропных тел через ряд квазигармонических функций. В трудах А.Д. Коваленко [24] приведено много примеров аналитического решения задач по определению термических напряжений в телах цилиндрической геометрии для случаев неосесимметричного распределения температурных полей. Общий подход автора аналогичен методу, предложенному Б.А. Боли и Дж. Уэйнером в [25], исследовавшим указанную задачу исходя из ее постановки в напряжениях. Заметим, что, по-видимому, именно на базе решения указанных исследователей, Коваленко удалось построить свои более простые общие решения, основанные на понижении порядка уравнений совместности деформаций в случаях, при которых условия однозначности удовлетворяются автоматически. Следует отметить, что эти решения были получены только для двусвязных цилиндрических свободных тел без внутренних источников

тепловыделения. В работе [26] также излагаются некоторые результаты исследований по неосесимметричным задачам термоупругости для цилиндрических тел. При решении автором используется общий интеграл уравнений Ламе в виде Попковича-Нейбера, а граничные условия задаются в виде рядов Фурье.

К недостаткам почти всех вышеперечисленных теоретических решений неосесимметричных задач термоупругости можно отнести отсутствие общего решения для учета совместного влияния механического и температурного нагружения. Частные же решения, в основном, построены для случая действия только неравномерного нагрева (как правило, представленного в виде аналитических функций), причем наличие в твердом теле внутренних источников тепловыделения не рассматривалось. Как следствие, почти все указанные методы оказываются непригодными к решению задач в физически нелинейной постановке, а также в случаях, когда граничные условия имеют более сложный вид. В тоже время многочисленные современные работы, посвященные данному классу задач, например [27-37], почти все в той или иной степени строятся на базе вышеуказанных подходов. Отметим, что аналитические решения в этих работах получены с учетом как неосесимметричности нагрева, так и механического нагружения, причем в некоторых работах рассмотрено их совместное комплексное влияние [28,30,31,32].

Для аналитического решения упругопластических задач в основном используют соотношения математической теории упругости, предложенные Колосовым-Мухелишвили. Так, точное решение неосесимметричной упругопластической задачи для толстостенного цилиндра нашел Л.А. Галин [38], разработав аналитические методы, основанные на применении теории функций комплексного переменного и краевой задачи Римана-Гильберта. Напряжения в процессе решения выражались им как постоянные или линейные полиномиальные функции координат. Кстати, указанный ученый впервые перешел от одномерных к двумерным упругопластическим задачам для тел различной геометрии, включая и цилиндрическую. Для решения некоторых упругопластических задач, которые сводятся к краевым задачам для функции комплексного переменного с аналитическими коэффициентами,

Г.П. Черепановым был разработан метод функциональных уравнений [39], основанный на обобщенном принципе аналитического продолжения. Заметим, что применение методов точной теории упругости, термоупругости и пластичности для расчета неосесимметричного напряженного состояния цилиндрических тел связано со значительными математическими сложностями и требует проведения исключительно громоздких вычислений. Ввиду этого, помимо точных аналитических методов, в расчетной практике находят применение приближенные аналитические приемы (иногда их называют «точными» численными методами), позволяющие, в принципе, при достаточной затрате труда получать практически точное решение полной нелинейной системы определяющих уравнений для неосесимметричной задачи. Так, Д.Д. Ивлев с успехом использовал метод малого параметра (метод возмущений) для определения перемещений в двумерных упругопластических задачах теории идеальной пластичности для плоского деформированного состояния [40]. Линеаризация и решение задач теории идеальной пластичности для цилиндрических тел проводились в предположении, что исходное решение зависит от некоторого малого параметра и ищется в виде рядов по степеням этого параметра. Последний прием сводит решение исходной неосесимметричной задачи к вспомогательным задачам осесимметричного деформирования. Этот же подход применяли в своих работах П.Е. Товстик [41] и Г.И. Михасев [42] для решения физически нелинейных задач применительно к тонкостенным телам двусвязной цилиндрической геометрии. Следует отметить, что метод возмущений имеет хорошую сходимость и высокую точность. Однако большая трудоемкость приводит к тому, что обычно на практике ограничиваются лишь первыми приближениями. Также необходимо упомянуть о возможности применения к решению частных случаев физически нелинейных задач таких хорошо известных приближенных аналитических методов, как метод асимптотического интегрирования, метод предельного равновесия, метод переменных параметров упругости и метод упругих решений Ильюшина. Так, в монографии [43] рассматривается неосесимметричное упругопластическое НДС

изотропного цилиндрического тела под действием термосиловой нагрузки. Задача решается методом упругих решений. Используя вариационное уравнение Кастильяно, автор сводит решение задачи на каждом приближении к бесконечной системе алгебраических уравнений.

Отметим, что для полых цилиндрических тел в инженерной практике широкое распространение нашло применение различных видов теорий оболочек, например, С.П. Тимошенко, А.Л. Гольденвейзера, П.Е. Товстика, В. Флюгге, Э. Рейсснера, П. Нагди, которые представляют собой варианты упрощенной точной теории. Так, П.М. Огибалов в монографии [44] для определения неосесимметричного НДС длинных тел двусвязной цилиндрической геометрии предлагает использовать теорию неосесимметричных оболочек. В таком случае большой интерес представляет сравнение решений исходных задач с предложенными решениями автора. В исследовании [45] строится решение задачи неосесимметричного деформирования неоднородного цилиндра малой толщины по методике А.Л. Гольденвейзера для приближенной теории изгиба оболочек. Следует отметить, что помимо простоты определения НДС, которое фактически сводится к использованию конечных расчетных формул, существуют несколько недостатков такого подхода, главные из которых – ограниченность их применимости толщиной стенок полых цилиндрических тел и изначальное использование упрощенных технических теорий. Вопросы неосесимметричного деформирования цилиндрических оболочек хорошо развиты и отражены в многочисленных монографиях и справочниках, например [46].

Несмотря на достаточную эффективность всех вышеперечисленных точных и приближенных аналитических методов, им присущи определенные недостатки и ограничения, связанные, как правило, с существенными математическими трудностями интегрирования определяющих систем нелинейных уравнений в частных производных. Следует также отметить, что немногие из перечисленных выше теоретических решений доведены до численных значений. Таким образом, ценность такого рода аналитических решений для конкретных практических задач невелика. Как показывает анализ литературы, основными методами,

применяемыми в настоящее время при решении краевых задач МДТТ по определению неосесимметричного напряженного и деформированного состояния, являются численные. Обзор литературы по указанным методам приводится ниже.

1.1.2 Численные и полуаналитические подходы

В предыдущем подразделе был дан анализ некоторых частных случаев точных аналитических решений исследуемого класса задач, которые получены в основном для простейших случаев нагружения. В условиях сложного нагружения такие задачи являются достаточно трудными для получения теоретических результатов, а в большинстве случаев вообще не имеют аналитического решения. При этом степень и уровень сложности краевых задач существенно возрастает при учете необратимых деформаций. Для решения задач о неосесимметричном деформировании в условиях сложного нагружения, как правило, используются численные методы. Большинство современных численных методов (по данным индекса цитируемости систем научного поиска Web of Science, Scopus, SciVerse Science Direct, EBSCO Service; издательств Elsevier, Springer, A.S.M.E., Trans Tech Public. Inc.) в основном базируются или на конечно-разностной аппроксимации определяющих уравнений (МКР), или на сведении краевой задачи к интегральным уравнениям с последующим численно-аналитическим решением последних (МГИУ, МГЭ), или на получение системы разрешающих уравнений на основе функционала энергии деформации (МКЭ, ВРМ). Ниже рассмотрены методы, на которые ссылаются большинство исследователей, в контексте решения рассматриваемого класса задач, подробнее.

Основные теоретические положения МКЭ можно найти в монографии Р. Галлагера [47]. Там же описана общая вычислительная процедура метода применительно к исследованию деформированного состояния цилиндрических тел. Как правило, их аппроксимация осуществляется с помощью кольцевых элементов треугольного поперечного сечения [48]. Поле перемещений в пределах каждого треугольника предполагается линейным, а физические уравнения берутся в приращениях без конкретизации выражения для приращения необратимых деформаций [49]. В

упомянутых выше работах предложен вариант расчета неосесимметричного деформирования конструкций в случае действия нагрузки ветряного типа или сил инерции. Показано, что в случае неосесимметричного нагружения, внешнее воздействие можно представить в виде ряда Фурье по окружной координате, тем самым сводя общее решение задачи к решению ряда осесимметричных задач. Работы [50–58] посвящены исследованию процессов деформирования при термоупругости, пластичности и ползучести при неосесимметричном термосиловом нагружении. Так, в работе [50] для определения напряжений и деформаций многослойного цилиндрического тела применяются кольцевые конечные элементы треугольного поперечного сечения, по которым перемещения аппроксимируются линейной функцией координат. Дальнейшее развитие эти исследования получили в [51], где рассматривается нелинейное пластическое состояние, обсуждаются достоинства и недостатки конечно-элементных моделей, но в качестве примеров рассмотрена осесимметричная задача. Для исследования НДС цилиндрических тел под действием произвольных локальных нагрузок в работе [52] на основе соотношений моментной схемы конечных элементов была получена общая математическая модель, основанная на матрице жесткости с улучшенными свойствами. В [53] описан пакет прикладных программ, реализующих такую методику, и приведен пример расчета для сплошного цилиндра. В монографии [54] подытожены численные исследования по определению НДС цилиндрических тел, приводятся результаты теоретических исследований как по осесимметричному, так и по неосесимметричному деформированию. В [55] решение физически нелинейной упругопластической задачи осуществляется с помощью МКЭ на основе вариационного уравнения Лагранжа, линеаризованного по методу переменных параметров упругости. Также здесь приведены основные уравнения и дана постановка задач термопластичности с учетом деформации ползучести для сплошных и полых цилиндрических тел под действием неосесимметричных механических и температурных воздействий. В последующих исследованиях эту методику предлагалось применять к решению задач термовязкопластичности [56]. В качестве примеров численной

реализации, показавших, по мнению авторов, достаточную эффективность данного подхода, исследовано НДС цилиндров, находящихся под действием осесимметричных нагрузок и неравномерного нагрева, можно указать работу [57]. В тоже время по вопросу неосесимметричного НДС численные схемы и примеры не приводятся. Автор исследования [58] разработал алгоритм и создал пакет программ для решения квазистатических задач неосесимметричного деформирования упругих и упругопластических цилиндрических тел под действием внутреннего неосесимметричного давления. Исследования [59,60] посвящены специальным приемам улучшения алгоритма расчета физически нелинейных задач в рамках МКЭ. Точность решения задач пластичности и ползучести предлагается повышать с помощью применения гибридных схем (рассматривается случай восьми узлового гибридного конечного элемента в виде шестигранника с плоскими поверхностями).

В данный момент продолжается дальнейшее развитие исследований по неосесимметричному деформированию, в которых преимущественно рассматривается НДС двусвязных и многосвязных цилиндрических тел под действием физических полей различной природы (механической, температурной, электромагнитной). В тоже время, в последних опубликованных исследованиях, как правило, обсуждаются только частные случаи физически нелинейных задач, имеющих непосредственное отношение к технологии производства [61,62] или к улучшению свойств материалов [63–65]. Для достижения своих целей исследователями обычно используется виртуальное моделирование с помощью универсального численного подхода. Так, расчеты частных технических задач пластичности [66,67], ползучести [68,69], вязкопластичности [70] и термовязкопластичности [71] при неосесимметричном термосиловом и механическом нагружении реализованы в основном на высокопроизводительных компьютерах методами конечно-элементного анализа. Авторы вышеперечисленных работ, в зависимости от конкретной поставленной практической задачи, создавали свои специальные расчетные программы, учитывающие действие некоторых случаев неосесимметричной нагрузки. Исходя из этого, применить такие

решения для случая произвольного нагружения не представляется возможным. Популярность же и широкое применение исследователями МКЭ можно объяснить универсальностью заложенных общих положений механики и доступностью готовых библиотек моделей деформирования, высокой степенью формализации и относительной простотой реализации его алгоритмов на современных компьютерах. В тоже время следует подчеркнуть, что преимущества данного метода в сравнении с другими вычислительными подходами в настоящее время несколько преувеличены. Наряду с неоспоримыми достоинствами МКЭ объективно существуют нюансы, которые сказываются на качестве результатов для нелинейных задач. Так, теоретические аспекты МКЭ и вопросы оценки достоверности получаемых численных решений обсуждаются в работах [72,73], посвященных моделированию физически нелинейных задач, главным образом задач ползучести, а современный детальный анализ указанной проблемы сделан в зарубежных обзорных статьях [74,75].

Помимо конечно-элементного анализа неосесимметричного НДС в литературе существуют ссылки и на другие численные методы. В первую очередь это различные модификации МКР и МКЭ. В частности, их сочетание привело к развитию ВРМ. В исследовании [76] приведен вывод дискретных разрешающих уравнений пространственной задачи для неосесимметрично нагруженных цилиндрических тел ВРМ. Для вывода разрешающих соотношений исходили из выражения упругого потенциала при произвольной нагрузке, которая раскладывалась в тригонометрический ряд по окружной координате. Численные решения были получены автором для упругой среды. Диссертация [77] посвящена разработке универсальных численных методов решения нелинейных задач на основе вариационной постановки. С помощью разработанных методов проведено исследование НДС цилиндрических тел при осесимметричном и неосесимметричном деформировании. Также следует отметить о возможности применения к определению неосесимметричного НДС разработанного в работе [78] численного метода решения двумерных задач со смешанными граничными условиями. Данный подход заключался в аппроксимации функционала Лагранжа конечно-разностным методом и его прямой

минимизации итерационным способом. Описанный метод более подробно освещен в исследовании [79], где автор, используя вариационное уравнение Кастильяно, сводит решение задачи на каждом приближении к бесконечной системе алгебраических уравнений относительно свободных параметров. В качестве координатных функций используются косинусы-биномы М.М. Филоненко-Бородича. В исследовании [80] обсуждается неосесимметричное термоупругое напряженное состояние длинного цилиндра с внутренней полостью, смещенной относительно оси вращения. Решение построено в биполярной системе координат с помощью явных и неявных конечноразностных схем для уравнений параболического типа. И.А. Мотовиловец в [81] рассматривал задачу о приближенном определении термонапряженного состояния бесконечно длинного полого цилиндра, находящегося в условиях квазистационарного неосесимметричного нагрева. НДС предлагалось находить с помощью метода последовательных нагружений. Решение систем определяющих уравнений строилось дискретной ортогонализацией по Годунову, причем нагрузка раскладывалась в тригонометрические ряды по окружной координате. Аналогичный подход для решения неосесимметричных задач также используется в работе [82]. Методика расчета основывается на сочетании применения тригонометрических рядов по окружной координате, явных численных схем и МКР. При этом коэффициенты тригонометрических рядов на каждом этапе нагружения и в каждом приближении находятся методом численного интегрирования. Исследование [83] посвящено нелинейной задаче определения неосесимметричного напряженного состояния тонкостенных цилиндрических тел. Анализ термоупругопластического НДС основан на линеаризации физических соотношений методом переменных параметров упругости. Для численного решения разрешающей системы уравнений применен метод Рунге-Кутты с дискретной ортогонализацией и нормализацией частных решений. Отмечается, что конечноразностные формулы, обеспечивающие высокий порядок точности крайне неудобны для практической реализации. Работа [84] посвящена вопросам применения МГЭ и МКЭ для решения задачи термоползучести применительно к телам

цилиндрической геометрии, подвергаемым термосиловым воздействиям. Автором реализована вычислительная процедура для улучшенной аппроксимации остаточных деформаций внутри элементов, которая обеспечивает сходимость при больших величинах временного шага.

Стремясь получить более простые и эффективные решения, которые обладают широкой универсальностью и удовлетворительной для практических целей точностью, многие исследователи активно использовали смешанные численно-аналитические подходы. Это стало возможным благодаря существующему запасу аналитических математических средств, большинство из которых, к сожалению, слабо учитывает требуемый уровень компьютерной реализации. В некоторых случаях численно-аналитические подходы все же позволяют получить решение в аналитической форме, которое способствует повышению качества исследования рассматриваемого класса задач. Так, работа [85] посвящена разработке эффективных полуаналитических методов решения некоторых задач термоупругости и термопластичности. Методика, предложенная автором, основана на применении термоупругого потенциала перемещений и численного интегрирования определяющих соотношений. Среди тестовых примеров, рассмотрено НДС толстостенной трубы при неравномерном нагреве и внутреннем давлении, причем температура задавалась линейной функцией радиуса. Автор работы [86] разработал вычислительный подход определения термоупругопластического НДС тел вращения при неосесимметричном нагреве и нагружении, который заключался в использовании классических вариационных принципов, преобразования Фурье и МКЭ. В [87] обсуждается исследование неосесимметричного деформирования упругих тел цилиндрической формы с помощью теории рядов Фурье, цилиндрических функций и интегрального преобразования Лапласа. На основе предложенного метода автором решен ряд краевых задач для цилиндра, а также получены результаты для оценки параметров неосесимметричного НДС. В работах В.Г. Савченко [88,89] предложен полуаналитический метод решения неосесимметричной задачи термопластичности и термоползучести. Решение было представлено

через две аналитические комплексные функции и искалось методом последовательных приближений. При выводе комплексных представлений основных уравнений использовался метод Стивенсона. Некоторые современные обобщения и дополнения предложенного метода приведены в последней статье указанного автора [90]. Численно-аналитические подходы к определению НДС многослойных цилиндрических тел, находящихся под действием неосесимметричных тепловых и силовых нагрузок, обсуждаются в работах [91,92]. Авторами приводятся результаты численного решения, основанного на использовании интегральных преобразованиях Лапласа и МКР. Анализ остаточных напряжений, возникающих в толстостенных цилиндрах, посвящено исследование [93]. В работе [94] неосесимметричное НДС предлагается определять полуаналитическим методом, сочетающим применение функции напряжений Эри и МКЭ. В исследованиях [53,95] для анализа пластического поведения цилиндрических конструкций применяется полуаналитический МКЭ: сочетание конечно-элементной дискретизации в плоскости кольцевого сечения и представление перемещений и внешних воздействий отрезками рядов Фурье в окружном направлении. Показано, что экономичность вычислительного процесса хуже в сравнении с ВРМ и МКР. Вместе с тем, отмечается, что полуаналитический МКЭ позволяет сократить объем вычислений на несколько порядков по сравнению с традиционным. Созданию эффективной методики, позволяющей значительно сократить вычислительные затраты при учете деформаций ползучести, посвящена работа [96]. В исследовании предложен подход к определению НДС цилиндрических тел при неравномерном нагреве по окружной координате и механическом нагружении. При этом нелинейные уравнения состояния линеаризуются модифицированным методом дополнительных деформаций, а решение строится путем разложения искомых функций в тригонометрические ряды по окружной координате с помощью МКЭ. Приведены примеры расчетов для простейших случаев неосесимметричного деформирования. Вопрос о развитии деформаций ползучести в цилиндрических телах также частично обсуждался в [55,57,84,86,97,98,99,100]. Заметим, что, в основном,

рассматривались частные случаи, когда компоненты перемещения и напряжения допускают разложения в тригонометрические или полиномиальные ряды. Двумерная задача линейной ползучести для цилиндрических тел рассматривалась в [3], где общие квазистатические решения строились с помощью операторов вязкоупругости для случая контактного взаимодействия. Также необходимо упомянуть о возможности численно-аналитического решения задачи ползучести, основанного на решении соответствующей задачи теории упругости путем замены в последней упругих констант операторами (например, интегральными операторы Работнова). В целом нужно отметить, что небольшое число работ, посвященных построению решений основных уравнений при неосесимметричном воздействии температурой в условиях ползучести – свидетельство большой сложности построения решений.

Таким образом, на основании изложенного выше материала следует, что в настоящее время разработаны эффективные методики и решаются задачи определения линейного напряженного состояния. В упругой постановке решение задачи о неосесимметричном деформировании цилиндрических тел представлено в работах [1–16,22,23,41–45,50–52,54,91,94]. Для неосесимметрично нагруженных тел решена задача термоупругости [17–26] и НДС определяется с учетом температурных деформаций [27–37,78–80,85,87,92]. Также построены решения для неосесимметричной задачи при упругопластическом [38–40,43,51–53,58,59,65,67,70,76,77,83,93] и термопластическом деформировании [55–57,61,71,86,90,95]. Гораздо менее изученным является вопрос о развитии деформаций ползучести при неосесимметричном нагружении [3,55,57,84,86,96–98]. Установлено, что в научной литературе отсутствуют работы, посвященные определению неосесимметричного НДС цилиндрических тел в условиях неравномерного нагрева и облучения. Также отсутствуют работы, посвященные анализу тел, находящихся под воздействием нелинейных температурных и радиационных полей с учетом ползучести. Адекватное моделирование таких нелинейных процессов требует привлечения теории радиационного НДС, связывающей термическое

расширение, радиационное распухание, а также температурную и радиационную ползучесть.

1.2 Развитие теории радиационного НДС и методов расчета с учетом облучения

В данном разделе анализируются работы по прочностному расчету тел с учетом радиационной нагрузки, а также определению радиационного напряженно-деформированного состояния при наличии различных видов необратимых процессов. Ниже приведены основные гипотезы и методы, используемые при определении и изучении НДС. Следует отметить, что существующий материал о методах расчета при радиационных воздействиях не обходится без конкретизации для цилиндрических тел. Наиболее важными рассматриваемыми практическими приложениями является НДС компонентов оборудования активной зоны реактора и массивных элементов защитных конструкций ядерных установок, которые, как правило, имеют цилиндрическую форму (что обусловлено конфигурацией реактора) и находятся под воздействием неоднородных температурных и радиационных полей.

По времени одни из первых работ, посвященных вопросу НДС твердых тел, облучаемых потоком высокоэнергетических частиц, принадлежат А.А. Ильюшину, П.М. Огибалову, В.С. Ленскому и Ю.И. Ремневу. Эти авторы исследовали вопросы о напряжениях в металлических конструкциях за счет объемных изменений, вызванных нейтронным облучением. Связь между напряжениями и малыми деформациями рассматривалась на основании гипотезы Ф. Неймана, а неупругость описывалась по теории малых упругопластических деформаций. Проблема специального расчета тонкостенных цилиндрических тел, подверженных нейтронному облучению, обсуждалась в монографиях [2,44]. Следует также отметить прикладную работу [101], в которой рассматривалось объемное расширение, возникающее в металле за счет накопления при облучении дефектов Френкеля и тепловых эффектов, обусловленных нейтронным облучением. В рамках указанного исследования был решен ряд одномерных

упругопластических задач, а в качестве примера представлен численный осесимметричный расчет для длинной трубы, равномерно облучаемой изнутри нейтронами вдоль оси. Позже в статье [102] в терминах функционального анализа были поставлены первая и вторая краевые задачи о равновесии тела, находящегося в условиях неравномерного нагрева и облучения. Далее теоретические аспекты процесса деформирования материалов в условиях облучения обсуждались в [103], где сделана попытка обобщить уравнения терморadiационной пластичности на основе ассоциированного закона течения. Следует отметить, что результаты вышеназванных работ несколько перекликаются с основными достижениями того времени, опубликованными за рубежом: ранее в статье [104], посвященной НДС полых цилиндрических тел в условиях неравномерного нагрева и облучения, а несколькими годами позже – в фундаментальной работе американского ученого Д.Р. Оландера [105]. Одновременно с западными исследователями в известной монографии Ю.И. Лихачева [106] были представлены общие соотношения теории течения для облучаемых материалов, построенные на основе моделей, предложенных в работах И.А. Биргера для необлученных материалов, а также сделаны ключевые обобщения определяющих уравнений теории пластичности и ползучести с учетом облучения нейтронным потоком. Следует отметить, что в работах Ю.И. Лихачева, скорее всего, наиболее четко и доступно для понимания изложена теория расчетного определения НДС и работоспособности элементов активной зоны ядерного реактора. Им подробно рассмотрены методы расчетов на прочность цилиндрических элементов конструкций различного исполнения и предназначения, получены приближенные решения для полярно симметричных задач определения НДС, без учета изменения характеристик вдоль кольцевой координаты. Также Ю.И. Лихачевым предложен метод определения НДС в случае неравномерного распределения температуры по периметру тонкостенных цилиндрических тел с оценкой их устойчивости. Решение, которое строилось численно, в напряжениях, показало значительное влияние окружающей неравномерности температуры на работоспособность оболочки твэла.

Построению и развитию расчетных моделей, описывающих процессы необратимого деформирования (распухания и ползучести) при терморadiационных воздействиях, в различное время были также посвящены исследования В.Н. Киселевского, Б.З. Марголина, В.Я. Пупко, В.Б. Малыгина, Г.С. Писаренко, А.А. Тутнова и других ученых. В основном, авторы этих работ предлагают использовать для облучаемого тела ключевые положения, предложенные Ю.И. Лихачевым, или теоретические результаты, установленные на необлученных материалах Л.М. Качановым, Ю.Н. Работновым, Н.Н. Малининым, К. Давенпортом и А. Надаи. Не имея возможности остановиться на всех работах подробно, рассмотрим, на наш взгляд, наиболее важные и определяющие из них. Так, разнообразные теоретические и экспериментальные методы оценки прочности конструкций и компонентов оборудования ЯЭУ были рассмотрены А.А. Тутновым [107,108]. Автором дана общая постановка задачи и предложена методика численного исследования НДС элементов активной зоны реактора с учетом физической нелинейности и зависимости термомеханических характеристик материалов от температуры и облучения. Приведены решения осесимметричных задач определения напряжений и деформаций в конструкциях, работающих в неравномерных по радиусу и высоте полях температур и ионизирующих излучений. Показано, что применение теории ползучести типа течения дает приемлемую точность результатов и позволяет более корректно рассчитывать НДС. Решение физически нелинейных задач проводилось разработанным самокорректирующимся численно-экспериментальным методом [108]. Вопросам НДС твердых тел в условиях облучения посвящены монографии [109,110]. В них получены основные соотношения МДТТ с учетом неупругих деформаций в условиях облучения для численного решения конечно-разностным, вариационным и конечно-элементным методами [109]. Предложено решение задачи ползучести неравномерно нагретой многослойной сферы в условиях нейтронного облучения и задачи изгиба неравномерно нагретых стержней и пластин учетом радиационного формоизменения [110]. Также решен ряд конкретных прикладных задач об определении НДС твэлов цилиндрической и сферической геометрии

газоохлаждаемых реакторов на быстрых нейтронах и устойчивости оболочек твэлов, находящихся под высоким внешним давлением. Среди не исследованных в [109,110] вопросов следует отметить НДС цилиндрических тел, одновременно неравномерно нагретых по радиусу и по периметру в условиях ползучести и облучения нейтронным потоком. Необходимость разработки аналитических подходов наряду с существующими численными методами расчета обсуждается в цикле работ Ю.А. Захарко с соавторами [111,112]. В этих исследованиях получены аналитические решения вязкоупругих уравнений, описывающих механическое взаимодействие топлива и оболочки цилиндрического твэла. С помощью разработанного метода на основе обращения преобразований Лапласа с использованием теории интегралов типа Коши, рассматривалось решение линейных уравнений вязкоупругости применительно к осесимметричной задаче для длинных цилиндров. В [112] представлено описание расчетной программы и приведен тестовый расчет твэлов реактора ВВЭР-440, основанный на методе Монте-Карло. Определенное методическое значение имеют работы Л.В. Забудько. Например, в монографии [113] автором изложена расчетная методика определения работоспособности тепловыделяющих сборок быстрого реактора при воздействии напряжений, вызываемых давлением и терморadiационными потоками. Наряду с перечисленными выше основными теоретическими и методическими работами, следует отметить и чисто прикладные расчетные исследования [114–116], результаты которых получены в предположении осесимметричного деформирования.

В современных работах продолжается обсуждение прикладных вопросов моделирования поведения конструкций, эксплуатирующихся в условиях интенсивных терморadiационных воздействий. Так, исследователями [117] представлены расчетные модели и разработанные на их основе компьютерные коды для моделирования распухания и НДС делящегося и конструкционного материала при высокотемпературном облучении. Автором работы [118] получены полуаналитические соотношения для вычисления конечных приращений необратимых деформаций. На их основе, с использованием метода начальных напряжений, МКЭ и МГЭ,

разработана вычислительная программа решения нелинейных задач в осесимметричной постановке. Исследованию проблемы численного моделирования упруговязкопластического поведения различных конструктивных элементов при терморadiационном воздействии посвящена диссертация [119]. Автором с помощью МКЭ решен ряд задач исследования НДС узлов и элементов конструкций различного профиля, изготовленных из конструкционных графитов. Представлены результаты виртуального моделирования.

Также следует остановиться на работах [120–126], появившихся за последние годы. Так, определению НДС и анализу устойчивости тонкостенных тел цилиндрической геометрии в условиях нейтронного облучения посвящена статья [120]. В исследованиях [121–127] предлагается обобщенный метод виртуального моделирования с использованием современных компьютерных технологий для решения одномерных и двумерных осесимметричных нелинейных задач. Как правило, расчетная модель для рассматриваемых задач строится с учетом радиационной и тепловой ползучести, термического расширения и радиационного набухания, но примеры численных решений представлены только для термомеханического нагружения. Следует отметить, что в большинстве случаев результаты моделирования представлены в виде интегральной зависимости от степени выгорания топливного делящегося материала. Последнее обстоятельство существенно ограничивает применимость и анализ таких результатов с точки зрения МДТТ. Вопросы создания компьютерных кодов для расчета радиационного НДС подробно обсуждаются в статьях [121,122,124,125,127]. Необходимо подчеркнуть, что в большинстве своем виртуальное моделирование сводится к созданию специальных пользовательских подпрограмм по учету радиационных эффектов в универсальных расчетных комплексах (например, ANSYS, ABAQUS) или к использованию так называемых программ промышленного назначения, которые предназначены для расчета узкого класса задач. В свою очередь среди программ промышленного назначения большую часть составляют так называемые «закрытые» коды – специализированные пакеты виртуального моделирования, доступ к

которым ограничен (например, ALCYONE, BISON, CAST3M, LIFE, TRANSURANUS). Использование таких кодов сопряжено с определенными трудностями, так как они адаптированы под конкретные свойства среды, а к их библиотекам нет прямого доступа. Кроме того, в «закрытых» кодах используются, как правило, осесимметричные модели, основанные на эмпирической корреляции и значительной экстраполяции данных, причем без возможности проведения априорных оценок. В этой связи, очевидно, что для правильного понимания и исследования сущности процесса необратимого деформирования в условиях экстремального терморadiационного нагружения нет необходимости изучать все современные программные комплексы и коды. Важнее уяснить физические принципы, положенные в их основу. Следует также заметить, что использование специализированных кодов затруднительно еще с точки зрения возможности изменения основных подпрограмм и процедур, которые, по-видимому, нужно обязательно согласовывать с разработчиками. Таким образом, даже в случаях частичного понимания текстов программ, возможность адаптации и уточнения математических моделей сомнительна, так как нарушаются положения об авторских правах. Использование же при выполнении численных экспериментов, само собой, невозможно без согласования и финансового урегулирования с компанией-разработчиком. Что касается широко распространенных в настоящее время универсальных программных комплексов, то далеко не все из них используют комплексный подход к учету деформаций, а также в полной мере обладают необходимыми подпрограммами. В этот набор, помимо возможности точно решать многомерные задачи, должны входить модели физической нелинейности, включая радиационное распухание и радиационную ползучесть. В связи с этим, к сожалению, как универсальные, так и промышленные программные комплексы не могут быть эффективно использованы для изучения неосесимметричного НДС в условиях ползучести и облучения.

Таким образом, существует значительное количество работ, посвященных разработке разнообразных численных и аналитических подходов к построению решений задач определения

НДС в условиях облучения. Следует отметить, что почти все из них получены для осесимметричного напряженного состояния и основаны на определенных упрощениях. Такие упрощенные, наглядные постановки, являясь необходимым начальным этапом исследования, в дальнейшем не оставляют места для развития общих методик решения более сложных, например, неосесимметричных задач, учитывающих комплексное квазистатическое терморadiационное воздействие. Поэтому необходимо выполнить дополнительные исследования касательно теории неосесимметричного НДС и выявить влияние на конечное решение допущений, которые имеют место в осесимметричном случае при выводе разрешающих соотношений. Данный анализ исследований, посвященных расчету НДС конструкций в условиях облучения, не может считаться исчерпывающим, однако, учитывая важность в настоящее время указанной области и ее все более широкое распространение становится ясно, что рассматриваемый класс задач представляет важный теоретический и практический интерес.

1.3 Постановка задачи

1.3.1 Модель среды и определяющие соотношения

В настоящее время теория напряженного и деформированного состояния тел, эксплуатируемых в условиях интенсивных терморadiационных воздействий еще далека от своего завершения. В связи с этим, при рассмотрении вопросов, связанных с экстремальными условиями нагружения, задача, как правило, вначале ставится в полном объеме, а затем упрощается путем принятия ряда допущений, которые исходят из физической сущности и имеющихся экспериментальных данных. В конечном итоге найденное решение всегда можно уточнить в результате последующего анализа упрощающих допущений. Заметим, что в большинстве случаев такой подход дает результаты, точность которых удовлетворительна для практических целей [27–37, 59–71, 91–94, 106–127].

Рассмотрим вопрос о комплексном влиянии облучения потоком высокоэнергетических частиц, неоднородного нагрева и

механического воздействия на напряжения и малые деформации в материале вязкоупругой среды в случае протекания необратимых процессов. При построении определяющих уравнений соотношения между напряжениями и деформациями применяются к бесконечно малому элементу среды, а его взаимодействие с окружающими элементами описывается с помощью общих законов теоретической механики на основе совместного решения групп уравнений. Макроскопическое состояние сплошной среды в каждый момент времени определим процессом деформирования. Математически деформации любой среды описываются симметричными тензорами второго ранга ε_{ij} ($i, j=1, 2, 3$), компоненты которого выражаются через вектор перемещений u_i ее материальных частиц. В случае малой деформации симметричный тензор ε_{ij} определяется формулами Коши

$$\varepsilon_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (1.1)$$

где запятая перед индексом i обозначает частную производную по координате x_i . Заметим, что в таком приближении ($\varepsilon_{ij} \ll 1$) уже несущественно, относятся ли координаты к исходному (недеформированному) или деформированному состоянию.

Рассмотрим в сплошной среде некоторый произвольный объем V , ограниченный поверхностью Σ . Для любого V закон сохранения количества движения запишется

$$\frac{d}{dt} \iiint_V U dM = \iiint_V \rho \dot{U} dV = \iint_{\Sigma} \sigma n d\Sigma + \iiint_V \rho F dV. \quad (1.2)$$

Здесь U и F – тензорные поля одинакового ранга: скорости перемещений и объемных сил, соответственно; σ – силы, заданные на границе Σ (тензорное поле на единицу большего ранга); n – единичная нормаль к поверхности Σ ; точка над символом обозначает материальную производную по времени. Считаем, что функции σ непрерывны и дифференцируемы в объеме V . Для областей с гладкой границей имеем

$$\iiint_V (\rho \dot{U} - \operatorname{div} \sigma - \rho F) dV = 0 \quad (1.3)$$

В силу произвольности области V из (1.3) получим дифференциальное соотношение

$$\rho \dot{U} = \operatorname{div} \sigma + \rho F. \quad (1.4)$$

Присвоив функции U значение вектора \dot{U}_i , σ – тензора напряжения σ_{ij} ($i, j=1, 2, 3$; причем $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$), а F – внутренних объемных сил, отнесенных к единице массы F_i (в том числе и даламберовой силы инерции, действующей на каждую частицу V) получим:

$$\sigma_{ij,j} + \bar{\rho} F_i = \bar{\rho} \dot{U}_i. \quad (1.5)$$

Последнее равенство представляет собой основное условие равновесия (или движения при $U \neq 0$) для любого произвольного объема V (без учета изменений в геометрии, вызванных деформацией); $\bar{\rho}$ – значение плотности среды для рассматриваемого вида нагружения. Объемные силы обычно выражаются известными функциями от координат или считается, что они отсутствуют, полагая $F_i = 0$.

Заметим, что в правых частях (1.5) в общем виде присутствует динамический член, соответственно равный произведению плотности тела на проекцию ускорения его материальных точек. Для квазистатических задач [3], в которых рассматриваются процессы достаточно медленных изменений состояний, когда среда проходит от одной равновесной конфигурации к соседней, этот член равен нулю. В таких задачах протекающий во времени процесс моделируется рядом его статических состояний, при этом время может входить в определяющие соотношения в виде параметра [99]. Отметим, что для определения σ_{ij} даже в статическом приближении трех уравнений системы (1.5) недостаточно и необходимо ввести дополнительные соотношения, согласованные с содержанием задач, используя характерные свойства среды при протекании определенных физических процессов.

Рассмотрим уравнения состояния, связывающие напряжения и деформации в предположении аддитивности деформаций различного происхождения. Считаем, что при небольших давлениях (порядка одного предела упругости) оно не оказывает существенного влияния на сдвиговые свойства материала, и объемная деформация изменяется упруго [98–100]. Это предположение имеет место не только в случаях равномерного всестороннего давления, когда форма тела изменяется подобно

самой себе, не испытывая сдвигов, но и при произвольных напряжениях и деформациях в условиях неравномерного нагрева и радиационного облучения [106,109]. То обстоятельство, что объемная деформация упруга, позволяет свести задачу нахождения связи между напряжениями и деформациями к вспомогательной задаче о связи девиаторов деформаций и напряжений. Компоненты девиатора полных деформаций можно представить в виде суммы упругой и неупругой составляющих

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^n, \quad (1.6)$$

где упругие компоненты девиатора деформаций подчиняются закону Гука ($e_{ij}^e = s_{ij}/2G$), а неупругие компоненты, с учетом сделанных замечаний относительно изменения объема, будут определяться исключительно ползучестью. Как известно, девиатор деформаций ползучести в условиях несжимаемости материала равен тензору [100]. Тогда связь тензора полных деформаций с тензором напряжений для изотропного тела в условиях ползучести и облучения примет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{kk} &= \frac{\sigma_{kk}}{3K} + \varepsilon_{kk}^{th} + \varepsilon_{kk}^s; \quad \varepsilon_{ij} = s_{ij}/2G + \varepsilon_{ij}^c, \quad i \neq j; \\ \varepsilon_{ij} &= \sigma_{ij}/2G - \delta_{ij}3\mu\sigma/E + \delta_{ij}[\varepsilon_{ij}^{th} + \varepsilon_{ij}^s] + \varepsilon_{ij}^c; \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}, \\ s_{ij} &= \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma, \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon, \quad K = E/3(1-2\mu), \quad G = E/2(1+\mu); \quad (1.7) \\ \varepsilon &= \varepsilon_{kk}/3; \quad \sigma = \sigma_{kk}/3; \quad \varepsilon_{kk}^c = 0; \quad \delta_{ij} = 1, i = j; \quad \delta_{ij} = 0, i \neq j; \\ i, j, k &= 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Само собой разумеется, что (1.7) при отсутствии нагрева и облучения должны переходить (и переходят) в соотношения теории упругости и термоупругости [99,143,160], что служит контролем правильности составления уравнений состояния.

Из общих соотношений свойств среды (1.7) можно получить их обратные зависимости. Тогда определяющие соотношения, связывающие напряжения и полные деформации, в предположении изотропности материала и принципа аддитивности:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij} &= 2G(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^c) + \delta_{ij}[v\varepsilon_{kk} - 3K(\varepsilon_{ij}^{th} + \varepsilon_{ij}^s)]; \\
\sigma_{kk} &= 3K(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{th} - \varepsilon_{kk}^s); \quad \sigma_{ij} = 2G(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^c), \quad i \neq j; \\
v &= K - 2/3G; \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}; \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}; \quad i, j, k = 1, 2, 3.
\end{aligned} \tag{1.8}$$

Здесь приняты следующие обозначения: σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ε_{ij} – тензор полных деформаций, которые складываются из упругих и неупругих компонент с учетом дисторсии для ползучести; ε_{ij}^{th} , ε_{ij}^s , ε_{ij}^c – компоненты тензоров неупругих деформаций термического расширения, радиационного распухания (свеллинг) и ползучести соответственно; S_{ij} – девиатор напряжений; e_{ij} – девиатор деформаций; K – объемный модуль упругости; v , G – постоянные Ламе; δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij}=1$ при $i=j$ и $\delta_{ij}=0$ при $i \neq j$); E , μ – значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона (характерные для конкретного диапазона действующих температур и облучения). Заметим, что в общем случае физико-механические и теплофизические свойства рассматриваемой модельной среды зависят от температуры и облучения потоком частиц с большой энергией как от параметров, т.е. являются функциями (а не функционалами) этих величин. Учитывая, что эта зависимость слабая и практически не сказывается (качественно и количественно) на результатах расчетов НДС [144,145,149,155], можно с достаточной уверенностью использовать их усредненные значения для конкретных диапазонов температур и потоков высокоэнергетического излучения. К примеру, принимая во внимание тот факт, что облучение обычно мало влияет на значения упругих постоянных, модуль Юнга и коэффициент Пуассона можно считать зависящими только от температуры (причем зависимости $E(T)$ и $\mu(T)$ полагаются известными линейными функциями [160]). Тогда, используя методы усреднения, интегральные значения указанных характеристик определяются по соотношениям

$$E = \langle E \rangle = \frac{1}{(T - T_0)} \int_{T_0}^T E(T) dT, \quad \mu = \langle \mu \rangle = \frac{1}{(T - T_0)} \int_{T_0}^T \mu(T) dT. \tag{1.9}$$

Аналогично все константы, входящие в выражения для термического расширения, ползучести и радиационного распухания будем использовать как средние по области, в пределах которой интегрируются определяющие уравнения в соответствии с экспериментальными данными, имеющимися в научной и нормативной литературе.

Для дальнейшего решения конкретных теоретических и прикладных задач от общих определяющих соотношений необходимо сделать переход к частным уравнениям состояния, конкретизирующим свойства среды при протекании рассматриваемых физических процессов. Так, система уравнений модели среды (1.7) должна быть дополнена выражениями для объемных изотропных деформаций термического расширения

$$\varepsilon_{ij}^{th} = \delta_{ij} \bar{\alpha} \Delta T(x_i), \quad (1.10)$$

где $\bar{\alpha}$ – усредненный коэффициент линейного термического расширения; $\Delta T(x_i) = T(x_i) - T_0$ – абсолютная температура, где T_0 – начальная температура, соответствующая исходному ненапряженному состоянию; $T(x_i)$ – текущая температура, закон изменения которой определяется из решения уравнения теплопроводности либо измеряемый экспериментально. Заметим, что никаких ограничений на температурное поле не налагается, кроме того, что оно должно удовлетворять основному уравнению теплопроводности (закону Фурье) вид которого в данном квазистационарном случае будет определяться общим соотношением

$$\lambda \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) + \operatorname{grad} T \cdot \operatorname{grad} \lambda = -Q. \quad (1.11)$$

Здесь $Q = Q_0 f(x_i)$ – удельная мощность внутренних источников тепловыделения; Q_0 – максимальное значение внутреннего тепловыделения; $f(x_i)$ – некоторая функция распределения неравномерности тепловыделения, которая, например, для гауссова характера распределения имеет вид $f(x_i) = \exp(-g^2 x_i^2)$, где g^2 – некоторый параметр ($g^2 = 0$ соответствует равномерной интенсивности распределения источников тепла). Используя средние значения теплофизических величин для действующих температур и потока облучения частиц с высокой энергией,

считаем, что среда однородная с равномерно распределенными по объему внутренними источниками тепловыделения

$$\bar{\lambda}\Delta T = -\bar{Q}, \quad (1.12)$$

здесь $\bar{\lambda}$, \bar{Q} – усредненные значения теплопроводности и тепловыделения среды в конкретном диапазоне температур и уровне облучения; Δ – оператор Лапласа, конкретный вид которого зависит от используемой системы координат. Заметим, что выбор последней имеет принципиальное значение: от нее будет зависеть вид получаемых функциональных зависимостей и число переменных в процессе решения.

Дополним систему определяющих уравнений модели среды (1.7) выражениями для необратимых деформаций радиационного формоизменения, исходя из предварительного анализа этих явлений, согласованного с механикой. Как известно [105–110, 144–151], облучение твердых тел сопровождается многочисленными эффектами, в результате которых в теле возникает заметная объемная деформация. Предполагается, что обусловленное действием интенсивного высокоэнергетического излучения изменение какой-либо механической характеристики однозначно определяется некоторой величиной радиационных повреждений H , которую можно вычислить для заданных условий облучения при данной температуре

$$H = \int_0^t \eta dt, \quad (1.13)$$

где η – скорость накопления величины H ; t – время облучения. Можно считать доказанным [105, 106], что эффективность радиационных повреждений определяется интенсивностью радиационного воздействия. В большинстве экспериментальных и теоретических работ, изменение свойств облученного материала характеризуется интегральным потоком или флюенсом высокоэнергетических частиц $\Phi(t)$

$$\Phi(t) = \int_0^t \int_{E_0}^{\infty} I(\bar{E}, t) d\bar{E} dt. \quad (1.14)$$

Здесь $I(\bar{E}, t)$ – функция распределения энергии элементарных частиц (или ионизирующих излучений) со средней энергией $\langle \bar{E} \rangle$, превышающей некоторую пороговую энергию \bar{E}_0 , равную, например, 0.1 МэВ [106-108]

$$\langle \bar{E} \rangle = \int_0^{\infty} I(\bar{E}) d\bar{E} \left(\int_0^{\infty} \bar{E} d\bar{E} \right)^{-1}. \quad (1.15)$$

Тогда, H пропорционально Φ и флюенс частиц определяется выражением

$$\Phi(t) = \int_0^t \varphi dt, \quad (1.16)$$

где $\varphi(t)$ – плотность потока высокоэнергетических частиц, частица/(м²с). Предполагаем, что полное объемное расширение равно сумме объемных расширений, возникающих при радиационных эффектах, считая, что в результате облучения свойства тела могут меняться, но изотропия не нарушается. В связи с этим, деформации радиационного формоизменения конструкционных материалов в общем случае можно представить через распухание S как функцию температуры и флюенса

$$3\varepsilon_{ij}^S = \delta_{ij} F_S[T(x_i), \Phi]. \quad (1.17)$$

Последняя функциональная зависимость ограничена пороговым значением флюенса Φ_0 (так называемый «инкубационный» период) и средней энергией облучения $\langle \bar{E} \rangle$:

$$F_S = \begin{cases} 0, \text{ при } \bar{E} < \bar{E}_0, \Phi < \Phi_0, \bar{E} > \bar{E}_0; \\ F_S(T, \Phi), \text{ при } \Phi \geq \Phi_0, \bar{E} > \bar{E}_0. \end{cases} \quad (1.18)$$

В общем случае распухания топливных (делящихся) материалов накопленные необратимые радиационные деформации равны

$$\varepsilon_n^S = \varepsilon_{n-1}^S + d\varepsilon^S, \quad d\varepsilon^S = \dot{S} dt, \quad \frac{dS}{dt} = f_S(T, \Phi, S, t, \sigma), \quad (1.19)$$

здесь $f_S(T, \Phi, S, t, \sigma)$ – эмпирическая функция распухания делящегося материала; точка над символом означает материальную производную по времени.

Для описания процессов ползучести используем соотношения теории течения, обобщенные на общий случай радиационного облучения Ю.И. Лихачевым. С учетом введения параметров, описывающих влияние облучения на процесс ползучести и поврежденности материала рассматриваемой среды, имеем

$$\frac{d\varepsilon_u^c}{dt} = F_c(\sigma_u, T, t, H^c, \eta^c, \xi, \omega), \quad (1.20)$$

где t – время, H^c – накопленные радиационные повреждения, вызывающие изменения ползучести облучаемого материала, η^c – скорость накопления радиационных повреждений, причем

$$H^c(t) = \int_0^t \eta^c dt; \quad \xi - \text{параметр, характеризующий облучение; } \omega -$$

параметр поврежденности, характеризующий третью стадию ползучести, причем $\omega|_{t=0} = 0$, а в момент разрушения $\omega = \omega_{\max}$.

Считается, что в процессе деформирования $0 \leq \omega \leq 1$, хотя на практике $\omega \in [0.7 \dots 1]$. Отметим, что параметр ω в предложенной постановке задачи имеет формальный характер. Он представляет собой скалярную характеристику среды в микрообъеме конечных размеров, интегрально отражающую степень нарушения сплошности материала. В общем виде этот параметр подчиняется следующей зависимости [98]

$$\frac{d\omega}{dt} = f_\omega(\sigma_{ekv}, T, q^j, \xi, \omega), \quad (1.21)$$

где q^j – структурные параметры; σ_{ekv} – некоторым образом вычисляемое эквивалентное напряжение, для определенности, примем, пропорциональное корню квадратному от второго инварианта девиатора напряжений. Из (1.20) получаем уравнения несвязной теории ползучести и поврежденности, полагая что

$$\frac{dF_c}{d\omega} = 0. \quad (1.22)$$

При этом процесс ползучести определяется температурно-радиационными условиями и временем пребывания в этих условиях. В зависимости от температуры облучения при

интенсивном потоке функция F_c в (1.20) может иметь следующий вид [106]

$$F_c = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u\varphi}^c, & \text{при } T < T_\varphi, \\ \dot{\varepsilon}_{uT}^c, & \text{при } T \geq T_\varphi. \end{cases} \quad (1.23)$$

Здесь $T_\varphi \approx 0.5T_m$ – некоторая пороговая температура, ниже которой ползучесть в основном определяется радиационной составляющей $\dot{\varepsilon}_{u\varphi}^c$, а выше – тепловой составляющей ползучести $\dot{\varepsilon}_{uT}^c$; T_m – абсолютная температура плавления. Можно также использовать другую форму записи для терморadiационной ползучести [110]

$$F_c = \dot{\varepsilon}_{u\varphi}^c + \dot{\varepsilon}_{uT}^c, \quad (1.24)$$

которая дает близкий результат с предыдущей зависимостью. Заметим, что в общем случае F_c определяется конкретной моделью ползучести для рассматриваемого материала в данных условиях термомеханического и радиационного нагружения.

Вышеописанные деформации терморadiационной ползучести подчиняются общим соотношениям, предполагающих пропорциональность компонент девиаторов напряжений и скоростей деформаций [98]. Рассматривая ползучесть как некоторый вид квазивязкого течения, допускаем, что в каждый момент времени скорость ползучести при данном структурном состоянии однозначно определяется действующим напряжением, флюенсом нейтронов $\Phi(t)$ и температурным полем $T(x)$. Тогда для вычисления деформаций ползучести необходимо рассмотреть процесс нагружения, используя в качестве параметра время t : так, если значения деформаций ползучести в начальный момент времени t равны $\varepsilon_{ij}^c(t)$, (при $i=j$) и $\gamma_{ij}^c(t) = 2\varepsilon_{ij}^c(t)$ (при $i \neq j$). Тогда значения в текущий момент времени $t+\Delta t$ задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii}^c(t+\Delta t) &= \varepsilon_{ii}^c(t) + F_c[\sigma_{ii}(t) - \sigma(t)]\Delta t, \\ \gamma_{ij}^c(t+\Delta t) &= \gamma_{ij}^c(t) + F_c\sigma_{ij}(t)\Delta t, \end{aligned} \quad (1.25)$$

где $\varepsilon_{ij}^C(t), \gamma_{ij}^C(t)$ – деформации ползучести в главных и касательных направлениях; σ – шаровая компонента тензора напряжений; F_C – закон ползучести; Δt – приращение времени; $i, j=1,2,3$ и суммирование по повторяющемуся индексу не производится. Выражения (1.25) для численного определения значений конечных деформаций ползучести удобно представить в виде следующего блока формул:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij(n)}^C &= \varepsilon_{ij(n-1)}^C + \Delta_n \varepsilon_{ij}^C; \quad \Delta_n \varepsilon_{ij}^C = \dot{\varepsilon}_{ij(n-1)}^C \Delta t; \\ \dot{\varepsilon}_{ij(n-1)}^C &= Y \left(\sigma_{ij(n-1)} - \delta_{ij} \sigma_{(n-1)} \right) \\ Y &= \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_U^C}{\sigma_{U(n-1)}}; \quad \sigma_U = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}; \quad \dot{\varepsilon}_U^C = F_C(\sigma_U, t, T, \Phi). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Здесь $n=L/\Delta t$, где L – общее время протекания процесса деформирования; Y – коэффициент пропорциональности компонент девиаторов напряжений и скоростей деформации ползучести (скалярная функция, зависящая от параметров, которые связаны с НДС, температурой, облучением и временем); $\dot{\varepsilon}_U^C$ – интенсивность скоростей деформаций ползучести; σ_U – интенсивность напряжений; $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$ – компоненты девиатора напряжений; δ_{ij} – символ Кронекера; $i, j=1,2,3$.

Перечисленные выше определяющие зависимости можно привести к системе трех уравнений для нахождения трех неизвестных компонент вектора перемещений u_i . Для этого, разрешая уравнения состояния относительно напряжений и подставляя эти выражения и соотношения Коши (1.1) в уравнение баланса (1.5), получим систему определяющих соотношений в перемещениях, с помощью которых можно задать математическую модель сплошной среды – полную замкнутую систему третьего порядка, позволяющую описать равновесие объекта исследований. Таким образом, определяющими зависимостями для модельной среды являются соотношения (1.5)-(1.9), (1.11) и (1.17), (1.25), (1.26). Они устанавливают однозначную связь между напряжениями, деформациями и перемещениями материальных частиц облучаемого тела при квазистатическом термомеханическом

нагружении. Причем при решении в перемещениях количество разрешающих уравнений равно числу неизвестных.

1.3.2 Термовязкоупругое состояние цилиндрических тел при облучении высокоэнергетическими частицами

Очевидно, что для описания рассматриваемого класса объектов удобно использовать цилиндрическую систему координат $0, r, \theta, z$. Ось z которой совпадает с осью вращения тела, а оси r, θ лежат в плоскости перпендикулярной оси z . В таком случае для всех определяющих соотношений модельной среды координаты материальных точек x_i ($i=1,2,3$) будут равны $x_1 = r \cos \theta, x_2 = r \sin \theta, x_3 = z$. Пусть упруговязкий материал, свойства которого описываются модельными зависимостями, приведенными выше, заполняет цилиндрический объем V в пространственной области D , ограниченной односвязной или двусвязной поверхностью Σ . Физическая постановка задачи определения НДС формулируется следующим образом: задано начально-однородное изотропное тело цилиндрической геометрии (сплошной или полый цилиндр), т.е. известны его конфигурация (форма, размеры) и термомеханические свойства. Тело, занимает полупространство $z \geq 0$. Заряженные частицы с одинаковой интенсивностью и средней энергией превышающей некоторую пороговую ($\bar{E} > \bar{E}_0$) падают в пространстве. Поток высокоэнергетических частиц ϕ [частица/см²ч] происходит по нормали к поверхности цилиндрического тела (например, внешней), причем суммарный поток известен, например, как функция координат ($z = \text{const}$). Таким образом, тело, находящееся в естественном ненапряженном состоянии при начальной температуре T_0 , подвергается равномерному механическому нагружению $P(t)$ при воздействии физически нелинейных полей: неоднородного высокотемпературного поля $T(r, \theta)$ и радиационного поля облучения потоком частиц суммарным флюенсом $\Phi(t)$.

На каждый элемент поверхности цилиндрического тела dS действует поверхностная сила $f dS$, где f поверхностная сила, приходящаяся на единицу площади. На части поверхности Σ_σ (которая, в частности, может совпадать и со всей поверхностью Σ) заданы внешние усилия в виде вектора $P_n(r, \theta, z)$, представляющие

собой давление (внешнее или внутреннее). Приравнивая напряжения на границе слоя поверхностным усилиям, получим граничные условия в проекциях на оси координат

$$\sigma_{ij}n_j = P_i(r, \theta, z), \quad (1.27)$$

где n_j – направляющие косинусы внешней единичной нормали к поверхности Σ_σ в рассматриваемой точке; P_i – проекция вектора поверхностных усилий; $i, j = r, \theta, z$. На остальной части Σ_u граничной поверхности Σ (причем $\Sigma = \Sigma_u + \Sigma_\sigma$) в общем виде заданы перемещения в предположении, что часть граничной поверхности закреплена

$$u_i = u_{0i}(r, \theta, z) \quad (1.28)$$

Как известно, если длина цилиндрического тела L значительно больше его диаметра $2R$ ($L/2R \gg 1$), то его можно уподобить неограниченному цилиндру. Рассмотрим массивное цилиндрическое тело, осевое сечение которого в общем случае образует ограниченную связную область Σ с кусочно-гладкой границей. Для любого осевого сечения тела характерно неосесимметричное распределение температуры $T(r, \theta)$, напряжений $\sigma_{ij}(r, \theta)$ и деформаций $\varepsilon_{ij}(r, \theta)$, ($i, j = r, \theta, z$). Предполагаем, что цилиндрическое тело находится в условиях обобщенной плоской деформации ($\varepsilon_{zz} = \text{const}$), а распределение температуры является стационарным. Подчеркнем, что стационарным в том смысле, что все осредненные параметры и константы (свойства материалов, температура, скорость потока высокоэнергетических частиц и т.п.) не изменяются со временем. Также считаем, что процесс деформирования не оказывает существенного влияния на температурное поле тела, т.е. рассматриваем несвязанную задачу, которую будем решать в квазистатической постановке, считая, что нагрев, механическое нагружение и облучение протекают настолько медленно, что в каждый отдельный момент времени тело находится в равновесном состоянии.

Общая постановка задачи определения неосесимметричного НДС следует из определяющих уравнений квазистатического терморadiационного деформирования упруговязкой среды, сформулированных в 1.3.1, если отбросить все соотношения и выражения, связанные с координатой z . Учитывая вышеизложенное, НДС однородного длинного цилиндрического

тела будет описываться в полярной системе координат: полярная ось совпадает с осью Ox , отсчет угла ведется в направлении вращения от оси Ox к оси Oy . Уравнения квазистатического равновесия при неосесимметричном деформировании получим, исключая из (1.5) касательные напряжения σ_{rz} и σ_{zr} , инерционные члены, а также производные $\partial\sigma_{rz}/\partial z$, $\partial\sigma_{rz}/\partial r$, $\partial\sigma_{\theta z}/\partial\theta$, $\partial\sigma_{zz}/\partial z$ и $\partial\sigma_{\theta z}/\partial z$. В отсутствии объемных сил, полагая $F_r=0$, эти равенства примут вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial\theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0; \\ \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} = 0, \end{cases} \quad (1.29)$$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$, $0 \leq r \leq R$ (для длинного односвязного цилиндрического тела).

Далее по сформулированным в разделе 1.3.1 уравнениям свойств среды (1.7) и (1.8) записываются соответствующие физические уравнения, приняв, что индекс 1 соответствует радиальному направлению r , 2 – окружному θ , 3 – осевому z .

Относительно характера нагрева и облучения делаются следующие предположения. Считаем, что абсолютное значение и характер распределения поля температуры определяются мощностью внутреннего тепловыделения, теплофизическими свойствами материала и условиями теплосъема с поверхности цилиндрического тела; а распределение деформаций радиационного распухания – временем, температурным полем и интегральным потоком высокоэнергетических частиц, например, нейтронов. Воздействие других заряженных частиц по существу аналогично воздействию нейтронов, за исключением глубины проникновения и поражающей способности. Распределение флюенса нейтронов по сечению описывается заданными соотношениями, определяемыми на основе экспериментальных данных. Предполагается, что температурное поле в теле измеряется экспериментально при помощи теплового моделирования либо определяется на основе решения задачи теплообмена с окружающей средой, и, как вариант, может быть задано следующей наиболее общей аналитической функцией

$$T = \frac{\bar{Q}}{4\lambda} (R^2 - r^2) + a_0 + b_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} \left[(a_m r^m + b_m r^{-m}) \cos(m\theta) + (c_m r^m + d_m r^{-m}) \sin(m\theta) \right] \quad (1.30)$$

где r – текущий радиус; θ – окружная координата; $a_0, b_0, a_m, b_m, c_m, d_m$ – коэффициенты, определяемые из условий на границе цилиндрической области (причем $b_0=0$ при $r=0$). Заметим, что никаких специальных ограничений на температурное поле в задаче не накладывается, и оно может иметь любой вид, конечно же, удовлетворяющий закону Фурье. Также распределение температуры может быть задано и численно (например, по результатам моделирования). Таким образом, в предположении, что температурное поле и распухание являются известными функциями, изотропное термическое расширение и радиационные деформации вычисляются отдельно по (1.10), (1.17) или (1.19) и для задачи будут внешними заданными величинами.

Геометрическая взаимосвязь между компонентами тензора ε_{ij} и вектора u_i цилиндра определяется общими уравнениями (1.1). Оговоримся сразу, что все деформации и перемещения будем считать малыми. В этом приближении уже не существенно, относятся ли координаты к деформированному или к недеформированному состоянию (заметим, что изменения в геометрии, вызванные деформацией, также не учитывались и при составлении уравнений равновесия). Кинематические соотношения для неосесимметричного деформирования имеют вид

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}; \quad \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta r} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r} \right); \quad (1.31)$$

$$\gamma_{r\theta} = \gamma_{\theta r} = 2\varepsilon_{r\theta}; \quad \varepsilon_{zz} = C,$$

где C – некоторая постоянная осевой деформации.

Краевые условия деформирования, которые могут быть заданные на части поверхности Σ_u в перемещениях, а на части поверхности Σ_σ в напряжениях имеют вид

$$u_i = u_{0i}(r, \theta); \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} \cos(n, r) + \sigma_{r\theta} \cos(n, \theta) &= P_r(t), \\ \sigma_{\theta r} \cos(n, r) + \sigma_{\theta\theta} \cos(n, \theta) &= P_\theta(t). \end{aligned} \quad (1.33)$$

Здесь $\cos(n, r)$, $\cos(n, \theta)$ – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности Σ в рассматриваемой точке; $P_r(t)$, $P_\theta(t)$ – проекции равномерной силовой нагрузки, приложенной к поверхности Σ_σ ; n – единичный вектор внешней нормали к границе Σ , $u_{0i}(r, \theta)$ – заданные компоненты смещений на части границы Σ_i ; $\Sigma_\sigma + \Sigma_i = \Sigma$; $t \in [0; M]$, $0 < M < \infty$ рассматриваемый интервал времени, $P_r(0) = P_r$, $P_\theta(0) = P_\theta$; функции изменения равномерного механического нагружения $P_r(t)$, $P_\theta(t)$ считаются известными.

По приведенным выше выражениям в дальнейшем необходимо определить распределение перемещений, напряжений и деформаций во всех точках по периметру сечения длинного цилиндрического тела с течением времени t (t – выполняет роль параметра, определяющего кинетику изменения НДС). Уравнения совместности деформаций здесь не приводятся, поскольку дальнейшее решение задач будет осуществляться в перемещениях. Отметим, что при рассмотрении задач неосесимметричного НДС в перемещениях (u, ϑ) получается разрешающая система из 2 нелинейных дифференциальных уравнений, в отличие от системы из 3 дифференциальных уравнений при решении в напряжениях. Также подчеркнем, что если на поверхности тела заданы усилия, то решать задачу можно и в напряжениях, но если заданы перемещения, то сформулировать условия в напряжениях в общем виде невозможно. Такие условия будут содержать интегралы от напряжений и их производных. В частных случаях, специальные преобразования дают возможность сформулировать равенства, но, не всегда такие преобразования удается довести до конечного результата даже для упругой среды [99]. Можно утверждать, что решаемые в перемещениях задачи иногда могут быть решены также и в напряжениях, но большинство из них могут быть решены только в перемещениях. Далее это будет показано на примере задач, в которых геометрия и характеристики НДС зависят от нескольких координат при рассмотрении результатов, связанных, главным образом, с эффективными подходами и современными методами их численного решения.

Таким образом, математически общая задача определения неосесимметричного НДС формулируется следующим образом:

необходимо найти 10 функций (компоненты вектора перемещений, тензора напряжений и тензора деформаций), причем таких, чтобы они в области D удовлетворяли дифференциальным уравнениям равновесия (1.29), а также физическим и геометрическим соотношениям, а на всех точках граничной поверхности Σ – граничным условиям (1.32) и (1.33). Разрешая уравнения состояния относительно напряжений и подставляя эти выражения в (1.29) получим систему нелинейных дифференциальных уравнений. Переходя по соотношениям Коши от деформаций к перемещениям, после преобразований будем иметь разрешающую систему в частных производных с переменными коэффициентами. Количество уравнений системы равно числу неизвестных. Такая замкнутая нелинейная система в перемещениях позволит описать НДС длинных цилиндрических тел при неосесимметричном деформировании.

Основные допущения, принятые для решения поставленной задачи следующие:

1) Рассматривается несвязанная задача механики, т.е. деформирование элементарного объема не приводит к выделению или поглощению тепла в нем (изменению температурных полей), но учитывается связность задачи напряженного состояния и ползучести.

2) Процесс нагружения (нагрев, облучение, механическое воздействие) происходит достаточно медленно, чтобы динамическими явлениями и инерционными эффектами можно было пренебречь.

3) Характер нагружения и нагрева, условий закрепления, а также размеры тела должны быть такими, чтобы в каждой его точке реализовывалось в общем виде обобщенное плоско-деформированное состояние.

4) Деформации и перемещения тела малы. Геометрия напряженного состояния мало отличается от геометрии исходного состояния, и граничные условия задаются на поверхности недеформированного тела.

5) Деформации как радиационной, так и термической ползучести не приводят к изменению объема тела (характерна дисторсия)

б) Считается, что напряжения не достигают предела текучести материала во время действия нагрузок (нагрев, облучение, механическое воздействие). Но радиационное упрочнение материала происходить может.

В случае определения НДС за пределами упругости также предполагаем, что:

- деформируемое тело изотропно;
- для каждого материала между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций существует определенная функциональная связь, не зависящая от вида НДС, т.е. принимается гипотеза о существовании единой кривой деформирования (с учетом несжимаемости материала эта связь за пределами упругости определяется диаграммой растяжения);
- законы ползучести, установленные на основе простейших испытаний в условиях радиационного облучения, как правило, одноосных, можно распространить на сложное напряженно-деформированное состояние;
- модельное тело в процессе нагружения не выпучивается и потеря устойчивости не происходит (влияние вызванных деформацией изменений в геометрии на устойчивость тонкостенных цилиндрических тел в условиях ползучести и облучения рассмотрены в работах Ю.И. Лихачева, М.П. Леончука, а также в [109,110]).

Принятые допущения позволяют приступить к разработке соответствующей механико-математической модели для решения поставленной задачи, которая заключается в определении НДС длинных цилиндрических тел, неравномерно нагретых в радиальном и окружном направлении, с учетом влияния облучения и физически нелинейных эффектов материала. Данную краевую задачу будем решать численно в перемещениях для каждого момента времени, для которого известны законы распределения силовой нагрузки, температуры, радиационного набухания и ползучести. Количество разрешающих уравнений задачи равно числу неизвестных.

1.4 Общие замечания по определению НДС неравномерно нагретых цилиндрических тел при радиационных воздействиях

Таким образом, проделанный аналитический обзор литературы показывает, что за последнее время опубликовано значительное количество работ, посвященных проблеме определения неосесимметричного НДС тел цилиндрической геометрии [1–100]. Это говорит, в первую очередь, об актуальности данной задачи, отсутствии общих методов ее решения и нерешенности в отдельных частных случаях. Все имеющиеся решения по данному вопросу можно условно разделить на аналитическое определение НДС и численное моделирование. Причем получение решений построением в явном виде функциональных зависимостей возможно лишь для узкого класса рассматриваемых двумерных краевых задач. Их сложности существенно возрастает при попытке учета физических нелинейностей. В целом, только для простейших задач определения неосесимметричного НДС удастся построить решения в замкнутом виде. Такие аналитические решения, в лучшем случае, можно использовать только для проверки правильности численного решения полной комплексной задачи при занулении в ней соответствующих нелинейных факторов. Разумеется, они важны, так как их можно использовать как эталон для сравнения со сложными решениями, полученными по приближенным численным методикам (тестирование модели). Такое сравнение с аналитическими решениями для более простых частных случаев также позволяет дать оценку принятой расчетной схемы, используемого метода, алгоритма и полученного решения, в первую очередь его точности. Задачи определения НДС при воздействии потока заряженных частиц высокой энергии решаются, как правило, численно в осесимметричной постановке [101–127]. При условии удовлетворительной точности полученного приближенного решения, использование численных методов во многих случаях приносит результаты адекватно отражающие качественную и количественную картину поведения системы с учетом терморadiационных эффектов.

Большинство неосесимметричных задач решено для упругих сред. В физически нелинейной постановке представлены лишь частные решения, имеющие во многих случаях только

теоретическое значение, а результаты числового расчета приведены исключительно для осесимметричного деформирования. Некоторые исследователи вообще не использовали своих выводов для получения численных результатов (в виду трудности вычисления сложных интегралов). Во всех современных работах авторы в зависимости от конкретной поставленной задачи создавали свои специальные расчетные коды, использовать которые для случая произвольного нагружения крайне сложно. Так, например, в случаях использования МКЭ, во многих доступных для понимания конечно-элементных решениях не сказано, каковы эти элементы, какова аппроксимация, не проведено анализа применимости рассматриваемых в задаче уравнений нелинейного состояния. В случае использования прямого вариационного подхода не указывается способ построения координатных функций, удовлетворяющих граничным условиям, не разъясняется принцип составления системы Ритца (Бубнова-Галеркина), не говоря уже про используемый эффективный способ нахождения ее коэффициентов и свободных членов для двух независимых переменных. Следует подчеркнуть, что большинство существующих численных и численно-аналитических подходов решения задач неосесимметричного деформирования построены на известном приеме понижения размерности, основанном на представлении решения в виде тригонометрических рядов по окружной координате. Формальная запись соответствующих выражений не представляет труда, но вычисление интегралов крайне затруднительно. Очевидно, что такое разложение наиболее эффективно, если неосесимметричное воздействие можно аппроксимировать небольшим числом членов ряда, что позволяет значительно снизить трудоемкость решаемой задачи. Вопрос состоит в том, насколько хорошо удастся аппроксимировать заданную нагрузку, температурное поле и нелинейные деформации несколькими членами тригонометрических рядов? По той же причине существует практическое ограничение применения двухмерных конечных элементов в сочетании с тригонометрическими рядами для решения неосесимметричных задач термовязкопластичности. Как следствие, из проанализированных решений невозможно делать какие-либо

выводы и обобщения для поставленных в настоящей работе задач. Применение же универсальных численных методов наряду с неоспоримыми достоинствами в данном случае имеет и ряд существенных недостатков для рассматриваемого класса задач.

Из вышеизложенного следует, что разработка и развитие теории и методов расчета НДС цилиндрических тел, находящихся в условиях неравномерного термического и радиационного нагружений, является в настоящее время актуальной проблемой МДТТ, решение которой позволит корректно определить НДС компонентов оборудования и других конструкций в условиях сложных воздействий. Новые научные результаты по проблеме исследования квазистатических процессов деформирования, в том числе и в комплексных терморadiационных условиях нагружениях в вязких средах, развивающихся во времени и пространстве, имеют важное значение при создании новых технологических процессов и аппаратов для использования на транспорте, в энергетике, авиации и атомной промышленности.

Как следует из анализа работ, выполненных ранее другими исследователями в данном направлении, в научной литературе отсутствуют работы, посвященные определению неосесимметричного радиационного НДС толстостенных и сплошных цилиндрических тел. В предположении тонкостенной цилиндрической оболочки в [106,109,110,170] рассматривались данные задачи. Также отсутствуют работы, посвященные комплексному анализу с учетом ползучести для тел, находящихся под воздействием неосесимметричных температурных и радиационных полей, а все известные достаточно законченные решения задач с учетом совместного влияния ползучести, радиационного распухания и термического расширения, основаны на упрощенных осесимметричных механико-математических моделях, которые в должной мере не отражают реальную картину деформирования. Учитывая, что случай неосесимметричного радиационного НДС значительно отличается от осесимметричного, очевидно, что данный вопрос в настоящее время требует дополнительного исследования. Также необходимо выполнить дополнительные исследования для развития теории неосесимметричного НДС по выявлению степени влияния на

конечное решение допущений, которые имеют место при выводе разрешающих соотношений осесимметричности. Механико-математическая модель и решение некоторых новых задач, относящихся к данной проблеме, будет рассматриваться в последующих главах.

ГЛАВА 2

ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ НАГРЕВА И ОБЛУЧЕНИЯ

Многочисленные данные опытов [128-140,144-147,149-156 и др.] показывают, что под действием радиоактивных облучений наблюдается существенное изменение как теплофизических и упругих свойств, так и кратковременных и длительных механических характеристик материалов. Причем эти изменения в большинстве своем стойкие и сохраняются в течение длительного времени. Следует заметить, что на последствия радиоактивного воздействия также значительно влияет и температура облучения. В связи с этим рассматривать процесс деформирования в условиях облучения необходимо совместно с действием неоднородного температурного поля, что будет достаточно приближено к физической реальности протекающих процессов. Также наиболее характерными явлениями, протекающими в конструкционных и делящихся материалах при высокоэнергетическом облучении, являются распухание (РР) и радиационная ползучесть (РП).

Таким образом, существует четыре основные особенности физического и механического поведения твердых тел в условиях терморadiационного воздействия: изменение теплофизических характеристик и упругих постоянных, модификация кратковременных и длительных механических свойств материалов, РР и РП. Учитывая, что эти явления представляют определенный научный и практический интерес, необходимо проанализировать достигнутые результаты, чтобы в полной мере использовать накопленный опыт. В настоящей главе представлен анализ моделей деформирования материалов в условиях облучения, причем основное внимание уделено обобщению и систематизации данных по деформированию и изменению их свойств, что должно помочь в дальнейшем правильно ориентироваться в направлении построения эффективных расчетных методов.

2.1 Влияние терморadiационного воздействия на физико-механические свойства твердых тел

В данном разделе рассматриваются первые две из перечисленных выше особенностей физико-механического поведения материалов при облучении совместно с термическим воздействием. Модели радиационного распухания и радиационной ползучести будут рассмотрены отдельно в последующих разделах. Подчеркнем, что, хотя, анализ внутренних терморadiационных процессов, существенно определяющих поведение материала, больше составляет предмет физики твердого тела, их четкое понимание крайне необходимо и в МДТТ. По мнению Ю.Н. Работнова, именно физические соображения подсказывают выбор наиболее адекватной механической модели, а также позволяют судить о применимости определяющих уравнений. Так, в случае, когда физический механизм деформирования меняется (например, вследствие изменения вида нагружения), стоит ожидать, что и определяющие уравнения модели перестанут быть справедливыми. Поэтому, не вдаваясь в излишние подробности, рассмотрим основные процессы, связанные с действиями высокоэнергетических облучений на свойства материала.

Механизму воздействия проникающих облучений на сплошные тела посвящены многочисленные работы физиков-теоретиков, например [161,162]. Для объяснения влияния радиоактивного облучения на структуру материала проводится большое число различных механических испытаний с помощью широко распространенных пассивных и активных испытательных машин. Перед испытанием образцы обычно облучают радиоактивным потоком с известным энергетическим спектром в течение фиксированного промежутка времени. Влияние же больших доз (при длительном времени облучения) может быть определено, например, с помощью образцов, изготовленных из конструкционных элементов активной зоны ядерного реактора. Если оставить в стороне проблемы, связанные с безопасностью работ, то можно сказать, что такие испытания в настоящее время являются достаточно хорошо отработанными, но в то же время чрезвычайно дорогими. Здесь следует подчеркнуть, что хотя данные об особенностях деформирования материалов при

облучении имеются в большом количестве, анализ их с точки зрения указанных выше четырех направлений, к сожалению, мало освещается в литературе (можно лишь упомянуть монографии Ю.И. Лихачева, А.А. Тутнова, Л.М. Забудько, Д.Р. Оландера).

Принято считать, что при прохождении излучения высокой энергии через сплошную среду в ней проходят следующие процессы: образование смещенных электронов или ионизация, которая, впрочем, быстро нейтрализуется электронами проводимости; возникновение атомов, смещенных со своих мест в кристаллической решетке вследствие упругих столкновений; возбуждение атомов без смещений; появление локальных областей с повышенной температурой; образование реакций деления, при которых выделяется энергия и образуются новые химические элементы. Исследователями [101,105,106,144-147,149-154,155,156,163-168 и др.] установлено, что материалы, которые подвергаются облучению, меняют свои свойства и структуру. По мере увеличения дозы облучения такие изменения уже становятся необратимыми. Заметим, что радиационное нарушение структуры облучаемого материала связано, в первую очередь, с возникновением и развитием радиационных дефектов, физическая природа которых мало чем отличается от обычных дефектов структуры, ответственных за стабильность материала. При длительном воздействии облучения в материале происходит накопление таких повреждений.

2.1.1 Теплофизические характеристики материалов при терморadiационном воздействии

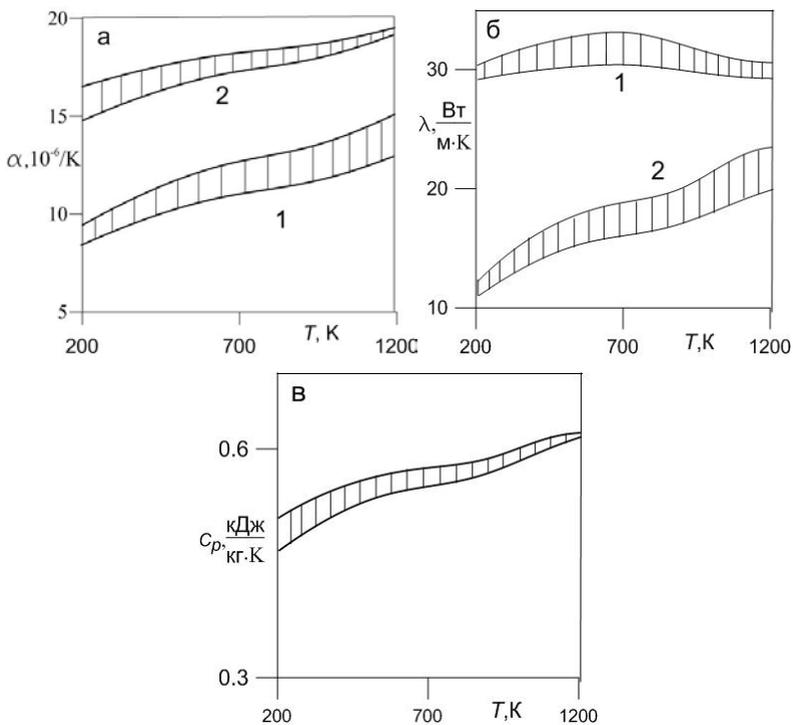
В отличие от теплового и механического воздействия (например, нагрев до высоких температур или пластическое деформирование соответственно) при облучении твердого тела в каждый момент образуется практически одинаковое неравновесное количество межузельных атомов и вакансий. В дальнейшем с увеличением их концентрации уже формируются линейные и объемные дефекты радиационного происхождения: дислокационные петли и микропоры. Многие дефекты, вызванные облучением, могут быть сняты путем отжига, и в этом отношении они аналогичны влиянию механического упрочнения или некоторым металлургическим дефектам. Температура,

служащая мерой беспорядочных движений, приводит к возврату смещенных атомов в первоначальное положение, то есть тепловое движение непосредственно влияет на процессы смещений, вызванных, например, нейтронным воздействием. Воздействие других заряженных частиц по существу аналогично воздействию нейтронов, за исключением глубины проникновения и поражающей способности, так как нейтрон, не имея электрического заряда, свободно проходит через любую сплошную среду и взаимодействует с ядром.

В целом теплофизические характеристики материала весьма слабо воспринимают структурные изменения и их условно называют структурно-нечувствительными. Однако облучение большими флюенсами нейтронов приводит к столь значительным структурным перестройкам материала, что теплофизические свойства вынуждены реагировать на многочисленные повреждения. Таким образом, основные теплофизические постоянные конструкционных и делящихся материалов (коэффициент теплопроводности, коэффициент линейного термического расширения, удельная теплоемкость) в теории должны сильно зависеть от температуры и структурного состояния материала. Но на практике радиационное облучение не приводит к существенным изменениям указанных характеристик, и они, как правило, определяются экспериментально по эмпирическим зависимостям от значений температуры. Это объясняется тем, что возникающие при облучении дефекты кристаллической решетки оказывают главным образом влияние на проводимость решетки и сравнительно мало влияют на общую проводимость, обусловленную электронной подсистемой, так как радиационные дефекты играют относительно большую роль при рассеянии фонов (волн решетки), чем электронов. Поэтому в результате облучения теплофизические изменения должны быть велики только для тех материалов, у которых электроны вносят малый вклад в теплопроводность. К таким материалам относятся в основном изоляторы, полупроводники и сверхпроводники. Благодаря этому, изменения теплофизических характеристик большинства металлических конструкционных и делящихся материалов даже при интенсивном радиационном воздействии незначительны. Как правило, с ростом флюенса нейтронов их значения снижаются, причем наиболее сильно этот эффект проявляется при низких температурах. Однако такое уменьшение не играет существенной роли при расчетах на фоне значительного изменения весьма структурно-чувствительных

механических и прочностных характеристик материалов. В то же время теплопроводность конструкционных материалов на основе графита и окиси бериллия уменьшается более чем в 10 раз при облучении [168].

Рассмотрим общие закономерности изменения теплофизических характеристик для основных конструкционных и делящихся материалов в зависимости от температуры нагрева. На рис. 2.1 представлены обобщенные графические зависимости теплофизических свойств конструкционных сталей различного класса от диапазона действующих на них температур.



1 – мартенситные и ферритные стали; 2 – аустенитные стали

Рис. 2.1. Температурная зависимость коэффициента термического расширения (а), теплопроводности (б) и теплоемкости (в) металлических конструкционных материалов [163]

Как видно, стали ферритного и мартенситного классов (ОЦК решетка) в целом имеют более благоприятное сочетание теплофизических свойств, чем аустенитные стали (ГЦК решетка), что приводит в дальнейшем, при

их эксплуатации, к меньшим градиентам температур и, как следствие, в 1.5-3 раза меньшим термическим напряжениям [155].

Для основных видов делящихся (топливных) материалов теплофизические свойства, как правило, задаются эмпирическими и полуэмпирическими зависимостями [147-149,153,154,163,167]. Так, коэффициент термического расширения для оксидного топлива UO_2 в интервале температур от 700 до 2300 К обычно аппроксимируется следующим соотношением:

$$\alpha(T) = 8 \cdot 10^{-6} + 2.6 \cdot 10^{-9} T, \quad 1/K. \quad (2.1)$$

Для делящегося материала на основе плутония, например, PuO_2 коэффициент термического расширения (в интервале температур от 700 до 1300 градусов по шкале Кельвина) задается выражением

$$\alpha(T) = 7 \cdot 10^{-6} + 4.2 \cdot 10^{-9} T, \quad 1/K. \quad (2.2)$$

Зависимость теплоемкости диоксида урана обычно рассчитывается по формуле

$$C_p(T) = 0.2973 + 25 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 T^{-2}, \quad (2.3)$$

где T – абсолютная температура, К.

Как правило, оксидное топливо обладает низкой теплопроводностью, которая зависит от ряда факторов и в значительной степени определяется пористостью, стехиометрией и химическим составом. Заметим, что сложность оценки совокупного влияния всех перечисленных факторов и отсутствие единого методического подхода приводят к существенному различию значений (вплоть до 30-50%) теплопроводности делящегося материала, измеренной отдельными исследователями. Для теплопроводности UO_2 в интервале температур от 100 до 2800°C (при плотности 95%) различными авторами рекомендуется следующее соотношение

$$\lambda(T) = \frac{100}{11.8 + 0.0238 \cdot T} + 0.8775 \cdot 10^{-11} T^3, \quad (2.4)$$

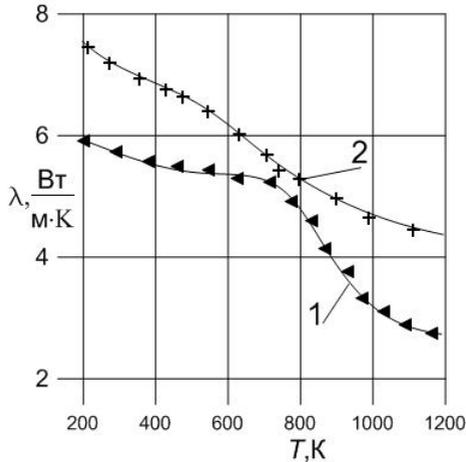
где T – абсолютная температура, К.

Заметим, что при температуре около 500°C теплопроводность облученного и необлученного UO_2 почти одинакова. Для облучаемого диоксида урана при температуре от 200 до 2800 °C экспериментально получено следующее усредненное соотношение [153]:

$$\lambda(T) = \frac{5500}{560 + T} + 0.942 \cdot 10^{-10} T^3, \quad (2.5)$$

T, K .

Экспериментальные зависимости теплопроводности делящегося материала (керамического топлива) от температуры в исходном и облученном состоянии приведены на рис. 2.2.



1 – материал без облучения; 2 – облученный материал

Рис. 2.2. Зависимость теплопроводности двуокиси урана от температуры [153, 156]

Влияние пористости в интервале от 5 до 10% на общую теплопроводность делящегося материала на основе двуокиси урана описывается уравнением

$$\lambda_1 = \lambda_2 \left(1 - \beta \frac{P_2 - P_1}{P_2} \right), \quad (2.6)$$

где λ_1 и λ_2 – значения коэффициентов теплопроводности при пористости P_1 и P_2 ; $\beta = 2.5$.

В зависимости от химического состава теплопроводность UO_2 изменяется по эмпирическому закону

$$\lambda(T, x) = (0.037 + 1.67x + 2.37 \cdot 10^{-4} T)^{-1} + 78.9 \cdot 10^{-12} \cdot T^3, \quad (2.7)$$

где x – отклонение от стехиометрии; T – абсолютная температура, К.

Теплопроводность смешанных видов топлив незначительно отличается от теплопроводности приведенных выше основных оксидных.

Так, например, для композиции $UO_2-20\% PuO_2$ коэффициент теплопроводности равен:

$$\lambda(T, x) = (0.037 + 3.33x + 2.37 \cdot 10^{-4} T)^{-1} + 78.9 \cdot 10^{-12} \cdot T^3, \quad (2.8)$$

где температурное поле (T) задается в градусах Кельвина.

2.1.2 Изменение упругих свойств в результате нагрева и облучения

Известно, что модуль сдвига реального кристалла (на макроуровне) зависит от плотности дислокаций и средней длины свободного, закрепленного только на концах дислокационного отрезка. Отсюда можно предположить основные причины изменения модуля сдвига материала: или через плотность дислокаций, или за счет изменения средней длины их линий между точками закрепления. Образующиеся при облучении радиационные точечные дефекты (междоузельные атомы и вакансии) уходят на дислокационные линии, образуют там ступеньки, так на дислокационной линии появляются новые точки закрепления [105,161,162]. Средняя длина незакрепленных участков линии дислокации становится короче, и эффективный модуль сдвига растет. Таким образом, при облучении, как правило, должно наблюдаться изменение модуля сдвига материала в зависимости от нарастания флюенса нейтронов. Модуль упругости изменяется непосредственно вследствие изменения числа межатомных связей при помощи влияния дефектов на движения дислокаций. Однако, следует подчеркнуть, что для большинства конструкционных материалов рабочая температура такова, что концентрация изолированных точечных дефектов, «выживающих» в условиях теплового и радиационного отжига, незначительна и изменение модуля Юнга составляет доли процентов (за исключением графита для которого характерно значительное увеличение в 2-3 раза [119]). Необходимо отметить, что в экстремальных условиях нагружения, характерных, например, для ядерного реактора, где имеются области повышенных температур, эффекты облучения и отжига действуют одновременно и взаимно компенсируются. В то же время, иногда даже высокотемпературная термическая обработка оказывается недостаточной, чтобы полностью восстановить физико-механические свойства материала до облучения.

Экспериментальные данные по изменению модуля Юнга меди от флюенса легких высокоэнергетических частиц с энергией свыше 1 МэВ при комнатной температуре приведены на рис. 2.3 и 2.4.

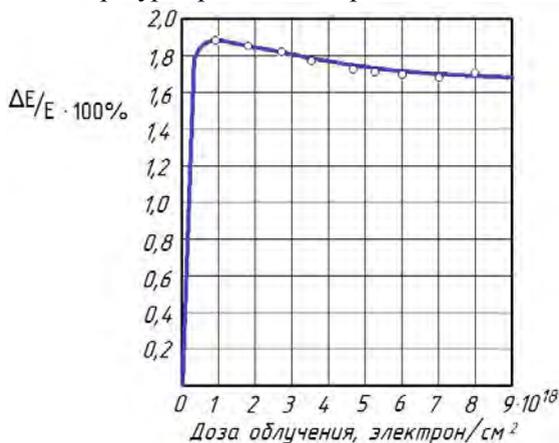


Рис. 2.3. Зависимость модуля Юнга меди от дозы облучения электронами при температуре 293 К [145, 166]

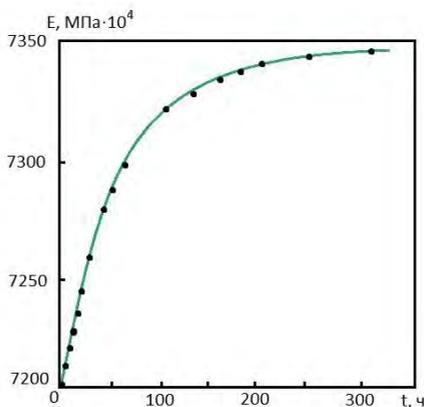


Рис. 2.4. Зависимость модуля Юнга меди от времени облучения ($\varphi = 2.5 \cdot 10^{20}$ нейтрон/(м²·ч), $\bar{E} > 0.1$ МэВ) [169]

Как видно из рис. 2.3, увеличение модуля Юнга при дозе облучения около 10^{23} электрон/м² составило менее 1.7%. Такое изменение по своей абсолютной величине сравнимо с погрешностью эксперимента. Иллюстрацией влияния облучения тяжелыми высокоэнергетическими частицами на упругие свойства чистой меди является рис. 2.4, на котором

показано быстрое повышение модуля упругости за первые 400 часов облучения потоком нейтронов со средней энергией более 0.1МэВ. При последующем облучении после суммарного флюенса порядка 10^{22} нейтрон/м² наступает медленное падение модуля упругости, которое связано с насыщением дислокационного механизма. Как показали дальнейшие экспериментальные исследования, повышение дозы облучения сопровождается объединением радиационных дефектов в комплексы, что и приводит со временем к насыщению дозной зависимости модуля Юнга.

Таким образом, данные различных исследователей [101,105,109,110,113,144-147,149,155,156,163-166,169] показывают, что нейтронное облучение не приводит к существенным изменениям характеристик упругости конструкционных материалов и ими можно во многих случаях пренебрегать при квазистатических расчетах. Это позволяет использовать величины упругих постоянных (E, G, μ) независимо от значения флюенса нейтронов ($\int \phi dt$).

Температурные зависимости модуля упругости и коэффициента Пуассона для основных конструкционных материалов (сталей) хорошо известны, и их можно найти в различной справочной и нормативной литературе (например, [155]). В основном значения упругих постоянных, установленных на основе экспериментальных данных, описываются линейными зависимостями вида

$$E(T) = 2.25 \cdot 10^5 - 75T; \quad (2.9)$$

$$\mu(T) = 0.27 + 5 \cdot 10^{-5} T, \quad (2.10)$$

где T – температура, К.

Рассмотренные представления о физическом механизме изменения упругих характеристик при радиоактивном облучении в определенной мере справедливы и приемлемы для делящихся (топливных) материалов, константы которых также зависят от температуры и характера распределения радиационных дефектов. Так, модуль упругости диоксида урана на практике часто задается соотношением [163]

$$E(T) = (1 - 2.6P)(22.4 \cdot 10^4 - 31.19T), \quad (2.11)$$

Здесь P – средняя пористость делящегося материала; T – температура, К.

Коэффициент Пуассона делящегося материала является слабой функцией пористости и практически не зависит от температуры (до 1500°C). Типичное его значение для диоксида урана – 0.316. Зависимость

модуля Юнга смешанного оксидного топлива, например, $UO_2 - 20\% PuO_2$ имеет вид

$$E(T) = 25.5 \cdot 10^4 - 20T, \quad (2.12)$$

где T – температура, К. В то же время при нормальной температуре модуль упругости, как правило, изменяется с пористостью указанного топливного материала по закону

$$E(P) = E(1 - 2P), \quad (2.13)$$

где P – пористость, E – начальное значение модуля упругости.

По-видимому, все указанные закономерности (2.11)-(2.13) сохраняются для некоторого температурного интервала.

2.1.3 Кратковременные и длительные механические свойства при интенсивном терморadiационном воздействии

Описанные выше механизмы воздействия нейтронного облучения на кристаллическую структуру дают основания ожидать его особенно сильного влияния на механические свойства материалов. Более чем 50-летний период интенсивных экспериментальных исследований привел к основному выводу, что общим для всех металлических материалов является смещение диаграммы растяжения/сжатия вверх при увеличении дозы облучения. Доказано, что облучение приводит не только к возрастанию условного предела текучести, но даже может привести к существенному изменению вида и параметров кривой деформирования. В тоже время металлы, облученные и испытанные при высокой температуре, не обнаруживали какого-либо возрастания предела текучести: имело место только некоторое снижение пластичности. Причем эффект упрочнения полностью исчезал, когда температура испытания превышала $0.5T_m$ (T_m – абсолютная температура плавления). Это говорит о том, что механические свойства облученных конструкционных материалов в значительной степени зависят от температуры облучения, которая должна быть обязательно введена как дополнительный параметр. Таким образом, эффект упрочнения при облучении значительно зависит не только от флюенса, но и от температуры облучения. Облучение нейтронами конструкционных и делящихся материалов в целом приводит к радиационному упрочнению, росту пределов текучести и прочности, сопровождается значительным

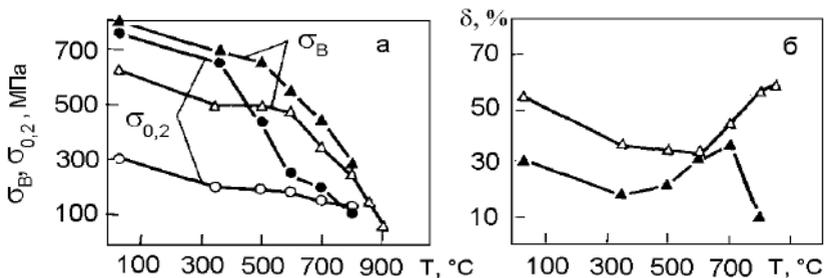
охрупчиванием: уменьшением пластичности, ударной вязкости и смещением порога хладноломкости в сторону высокой температуры.

Под радиационным упрочнением обычно подразумевают возрастание предела текучести и предела прочности в зависимости от флюенса быстрых нейтронов и температуры. Радиационное упрочнение материала всегда сопровождается снижением пластичности, которое может достигать 10 и более раз. Заметим, что этот вопрос уже более 40 лет дискутируется в научно-исследовательских кругах, но до сих пор природа и механизм радиационного упрочнения остается не до конца ясными. Как правило, этот необратимый процесс объясняется несколькими физическими теориями, основными из которых можно выделить следующие три. В первой предполагается, что при увеличении дозы облучения происходит рост так называемого “источникового” упрочнения, связанного с затруднением генерации дислокаций в облученном материале. В свою очередь, основным механизмом источникового упрочнения является взаимодействие мельчайших дислокационных межузельных петель с дислокациями [129]. По второй теории считается, что создаваемые при облучении радиационные дефекты являются дополнительными центрами закрепления дислокаций, что вызывает дополнительные напряжения, необходимые для их отрыва и приведения в движение, а также снижает эффективность действия источников. В третьей теории предполагается, что механизм процесса радиационного упрочнения заключается в возрастании напряжения, необходимого для активизации движения дислокаций в плоскости ее скольжения. Такое движение затрудняется присутствием изначально имевшихся препятствий, лежащих в плоскости скольжения и вблизи нее (случай упрочнения трением). Но так как в облученном металле уже имеется так много препятствий для движения дислокаций, что их дополнительное влияние на упрочнение лишь незначительно увеличивает напряжение трения, и дефекты, образующиеся при облучении, препятствуют движению дислокаций более эффективно.

Следует отметить, что в последнее время исследователи приходят к выводу, что, скорее всего, характерно совместное влияние всех трех возможных вышеописанных механизмов радиационного упрочнения с определенной вероятностью доминирования каждого из них при конкретных условиях радиационного и высокотемпературного воздействия. Высокие температуры действуют как фактор, удаляющий повреждения. В процессе радиационного воздействия образование

дефектов и их термический отжиг, вообще говоря, происходят одновременно. Если классифицировать эффекты повреждения структуры по интервалам радиоактивных потоков в зависимости от температур, то при низких флюенсах (менее 10^{21} нейтрон/см²) радиационных повреждений образуется незначительное количество, а упрочнение уменьшается с ростом температуры. При температурах больше половины температуры плавления радиационные дефекты отжигаются при облучении настолько быстро, что никакого упрочнения при испытании на растяжение не наблюдается, а кривая напряжение-деформация совпадает с такой же кривой для необлученного материала. При высоких флюенсах быстрых нейтронов (флюенс более 10^{21} нейтрон/см²) дислокационные петли и полости увеличиваются до больших размеров. Для отжига таких больших дефектов даже при повышенной температуре испытаний требуется значительное время, поэтому их влияние на механические свойства сохраняется до более высоких температур, а эффект упрочнения исчезает только при температуре превышающей $0.5T_m$. В то же время экспериментально замечено, что радиационное охрупчивание при облучении нейтронным потоком наблюдается также в некоторых случаях при температурах выше $0.5T_m$. Это явление получило название высокотемпературное радиационное охрупчивание (ВТРО). Эффект ВТРО состоит в том, что вследствие нейтронного облучения при температуре более $0.5T_m$ увеличивается склонность этих материалов к межкристаллитному разрушению. Такое охрупчивание не снимается отжигом при повышенных температурах и его количественные характеристики увеличивается с ростом флюенса нейтронов. Характерным является, что разрушение облученных образцов происходит в основном по границам зерен (хрупкое разрушение) и наблюдается для всех поликристаллических материалов. Если судить по имеющимся данным, то в настоящее время нет единой гипотезы для объяснения ВТРО. Так, первоначально считалось, что степень охрупчивания увеличивается с ростом содержания бора, другие исследователи связывают эффект ВТРО с наличием гелия в материале, также имеет место «пузырьковая модель», теория образования и развития клиновидных трещин, теория сегрегации различных примесей по границам зерен и другие модели. При облучении в интервале температур до $0.45T_m$, как правило, наблюдается отсутствие пластичности при разрушении. Такое охрупчивание при низких температурах получило название низкотемпературное радиационное охрупчивание (НТРО). Оно

характерно для большинства материалов с ОЦК решеткой, в частности для сталей ферритного, мартенситного и ферритно-мартенситного классов, а также пластичным материалам с ГЦК решеткой, не имеющих хрупко-вязкого перехода. В отличие от ВТРО эффект НТРО устраняется послерадиационным отжигом. На рис. 2.5, приведен наиболее типичный случай температурной зависимости основных механических характеристик облученных металлических материалов на примере аустенитной стали 0X16N15M3Б [165].



Необлученные образцы – светлые символы, облученные – темные

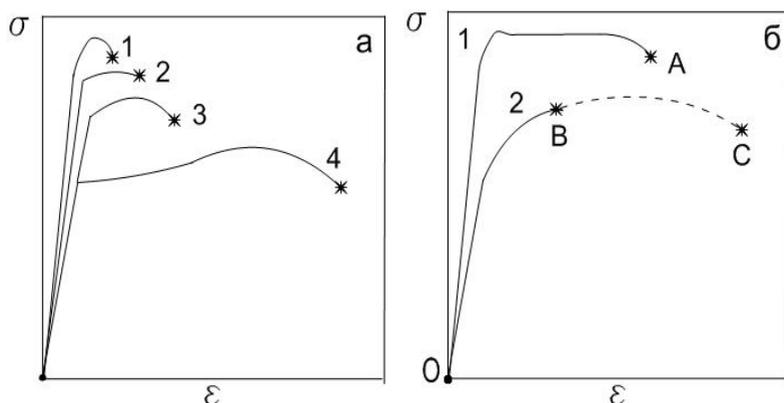
Рис. 2.5. Температурная зависимость предела прочности, предела текучести (а) и относительного удлинения (б) стали 0X16N15M3Б, облученной нейтронами до флюенса 10^{22} нейтрон/см² ($\bar{E} > 0.1$ МэВ) [165]

Как видно из рис., аустенитная сталь имеет два температурных интервала снижения пластичности. Область проявления НТРО соответствует температурам испытаний менее 550°C, а область ВТРО соответствует температурам испытаний свыше 700°C (рис. 2.5, б). Пределы текучести после облучения быстрыми нейтронами повышаются в несколько раз, при этом предел прочности повышается в меньшей степени (рис. 2.5, а).

В связи с вышесказанным, изменение кратковременных механических свойств основных конструкционных материалов при облучении можно систематизировать в зависимости от диапазона термического воздействия и особенностей кристаллического строения. На рис. 2.6 представлены обобщенные кривые деформирования «условное напряжение-деформация» для двух основных типов металлических конструкционных материалов с ОЦК и ГЦК кристаллическими решетками, например, сталь ЭП-450 и ЭП-172.

При облучении и испытании при высоких температурах ОЦК металлов, кривая напряжение-деформация (линии 1,2,3) на рис. 2.6,а

стремиться восстановить вид, соответствующий необлученному материалу (кривая 4). Это обеспечивается тем, что в процессе отжига при высоких температурах радиационные дефекты исчезают. Верхняя кривая на рис. 2.6,а представляет частный случай, когда предел прочности и предел текучести совпадают. В этом случае равномерное удлинение отсутствует (совершенная хрупкость), что характерно для ОЦК металлов при достаточно низких температурах и высоких дозах облучения. Как видно из рис. 2.6, б, облучение приводит к значительному формоизменению диаграммы деформирования ГЦК материалов, и кривая становится похожей на кривую для ОЦК сталей ферритного и мартенситного класса (кривая 1 на рис. 2.6,б) со строго выраженной площадкой текучести. В тоже время, ГЦК стали (аустенитного класса), облученные и испытанные при высоких температурах, не обнаруживают какого-либо возрастания предела прочности или текучести: имеет место только снижение пластичности (кривая 2 рис. 2.6, б).



(а): 1,2,3 – облучение при различных температурах ($T_1 < T_2 < T_3$), 4 – без облучения; (б): 1 – облучение при низких температурах, 2: ОВ – облучение при высоких температурах, ОС – без облучения

Рис. 2.6. Влияние облучения быстрых нейтронов ($\Phi > 10^{21}$ нейтрон/см², $\bar{E} > 0.1$ МэВ) на кратковременные механические свойства металлов с ОЦК решеткой (а) и ГЦК решеткой (б)

Заметим, что в общем случае площадь диаграммы, соответствующей растяжению облученных образцов (что непосредственно характеризует работу деформирования и разрушения), значительно меньше, чем площадь диаграммы, соответствующей растяжению необлученных

образцов. В качестве конкретного примера на рис. 2.7 представлены диаграммы растяжения необлученной и облученной потоком быстрых нейтронов ($\bar{E} > 0.1 \text{ МэВ}$) нержавеющей стали A/SI 316L при температуре испытания и облучения равной 500 К.

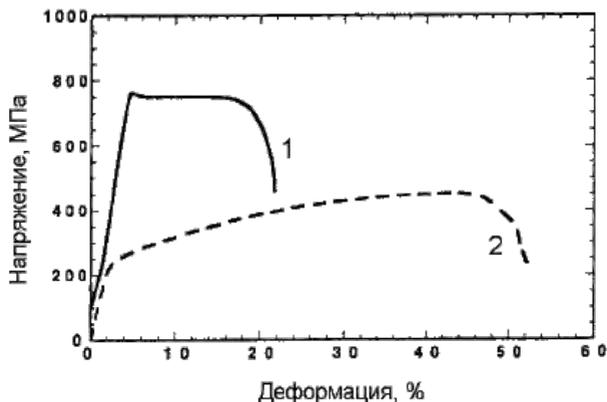


Рис. 2.7. Кривые растяжения аустенитной стали A/SI 316L в облученном до флюенса $6 \cdot 10^{21}$ нейтрон/см² (1) и исходном (2) состояниях ($\bar{E} > 0.1 \text{ МэВ}$) [164]

Анализ кривых дает возможность убедиться, что сокращение работы деформирования и разрушения, несмотря на повышение пределов текучести и прочности, обусловлено значительным сокращением способности к пластическому деформированию и изменению степени деформационного упрочнения.

Рассмотрим влияние терморadiационного воздействия на длительные механические свойства материалов. Экспериментально установлено [105,170,130,135-139,141,145,146,149,171], что характеристики длительной прочности значительно зависят от степени облучения, температуры, а также от величины первоначального холодного упрочнения образца. Эти величины непосредственно влияют как на скорость ползучести, так и на удлинение в момент разрушения. Время до разрушения (или долговечность) также косвенно зависит от тех же параметров, так как оно является отношением удлинения к скорости деформирования. Совместное влияние флюенса быстрых нейтронов и температуры на длительную прочность может быть также продемонстрировано на примере изменения времени до разрушения. Так, для указанных выше необлученных конструкционных сталей возрастание температуры испытания заметно уменьшает их долговечность

[139,141,142]. Этот эффект является доказательством быстрого возрастания скорости установившейся ползучести с температурой испытания и подчиняется аналитическим зависимостям Аррениуса. При фиксированном напряжении и температуре испытания облучение, как правило, снижает на порядок величины время до разрушения как показано на рис. 2.8.

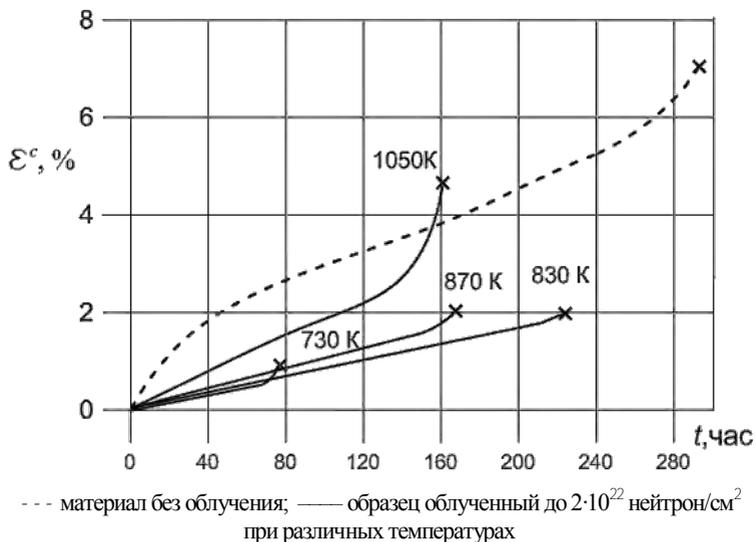


Рис. 2.8. Влияние температуры облучения на длительную прочность стали 304, испытанной при температуре 830 К под давлением 300 МПа [146,149,152]

Это связано, главным образом, с сильным уменьшением пластичности под действием облучения, механизм которого был подробно рассмотрен выше. Металлы, подвергнутые облучению быстрыми нейтронами, оказываются менее пластичными, чем необлученные и поэтому их разрушение может носить как вязкий, так и хрупкий характер во всем объеме образца. Степень охрупчивания определяется величиной пластической деформации или деформации ползучести перед разрушением. Например, влияние облучения быстрыми нейтронами на удлинение до разрушения при фиксированных значениях всех других параметров следующее: пластичность (деформация в момент разрушения) может уменьшиться от величины 20% для необлученного материала до 0.1% при больших дозах [109]. Таким образом, при этих условиях облучение вызывает уменьшение пластичности образца в 200

раз. Результаты последних экспериментальных работ [133-142] показывают, что для некоторых материалов скорость ползучести в облученных образцах ниже, чем в необлученных, причем самым низким скоростям ползучести соответствуют самые низкие температуры облучения. Впрочем, такой характер изменения находится в полном соответствии с влиянием температуры на прочность: с увеличением температуры облучения удлинение до разрушения возвращается к величине, характерной для необлученного материала, а способность к упрочнению восстанавливается. Другими словами возрастание предела текучести исчезает со временем при термическом отжиге.

Из вышеизложенного следует, что облучение нейтронным потоком совместно с высокотемпературным нагревом существенно влияет на теплофизические, физико-механические, кратковременные и длительные механические свойства конструкционных и делящихся материалов. По приведенным данным, можно сделать вывод, что с увеличением температуры модуль упругости, пределы пропорциональности, текучести и прочности уменьшаются, а коэффициент поперечной деформации, остаточная деформация и относительное сужение площади поперечного сечения при разрыве, вообще говоря, увеличиваются. С уменьшением температуры наоборот. При увеличении дозы облучения предел текучести и предел прочности материала увеличиваются, а остаточное относительное удлинение и остаточное сужение площади поперечного сечения при разрыве уменьшаются. Модуль упругости, коэффициент Пуассона с увеличением дозы облучения возрастают. Однако это изменение хотя и является стойким, но невелико (1.5-3%), и им в практических расчетах можно пренебречь. Также нейтронное облучение, как правило, приводит к уменьшению сопротивления длительному разрушению. Степень падения длительной прочности зависит от уровня напряжений, температуры облучения, характеристик облучающего потока и способности материала сохранять пластические свойства в условиях радиации. Дополнительной причиной снижения долговечности облучаемых материалов может стать уменьшение сопротивления ползучести, которое приводит к преждевременному исчерпанию ограниченного радиационным воздействием пластичности. Принято считать, что время до разрушения резко падает с возрастанием флюенса нейтронов, прежде всего, в результате потери именно пластических свойств.

2.2 Радиационное распухание

Радиационное облучение оказывает непосредственное влияние на размерные изменения материала, которые обусловлены в основном двумя причинами: ползучестью нагруженного образца, возрастающей под действием нейтронного облучения, и радиационным распуханием, проявляющимся в изменении линейных размеров ненагруженного образца в потоке нейтронов. В данной главе, а также в 3 и 4 главах представлены методы расчета НДС цилиндрических тел в условиях ползучести и облучения в предположении, что законы изменения радиационного распухания и радиационной ползучести заданы. В связи с этим, необходимо дать общую характеристику моделей распухания и ползучести при облучении. Этой задаче посвящены следующие два раздела.

Как известно, размерное постоянство является одним из необходимых условий безопасной и длительной работы всех ответственных элементов конструкций. Экспериментальными исследованиями установлено, что под действием облучения происходит объемное изменение конструкционных и делящихся (топливных) материалов. В качестве примера можно привести топливный сердечник и оболочку твэла активной зоны реактора АЭС. Кстати, впервые это явление было обнаружено (1967 г.) именно в оболочке твэла быстрого ядерного реактора, изготовленной из аустенитной нержавеющей стали при ее облучении до больших значений интегрального потока быстрых нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ. Дальнейшие исследования показали, что такое радиационное распухание (РР) обусловлено образованием небольших полостей (микропор) в зернах металла, которые для нержавеющей стали образуются только при температурах между 523 и 873К, что, кстати, совпало с диапазоном рабочих температур оболочек твэлов быстрых реакторов. Вообще, для каждого конструкционного материала существует значение температуры, при котором этот процесс происходит наиболее интенсивно, как правило, это значение равно $(0.2-0.6)T_m$. При более низких температурах поры не могут расти из-за малой подвижности вакансий, при более высокой – они растворяются. На рис. 2.9 приведена зависимость распухания стали и ниобия от температуры облучения.

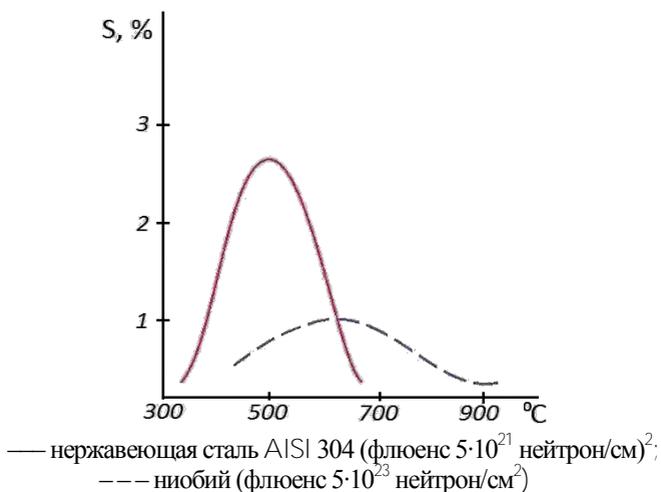


Рис. 2.9. Влияние температуры облучения на распухание конструкционных материалов [144]

На сегодняшний момент доказано, что к значительному изменению размеров элементов конструкций, работающих в условиях облучения, кроме термического расширения и внутренних напряжений приводит именно РР. Установлено [144-146,149,150,151,164-166], что масштаб изменений размеров конструкционных элементов от распухания, например, для аустенитных сталей более чем на порядок превышает формоизменения, обусловленные температурой, и может достигать величины 20-30% (для экстремальных условий работы быстрых ядерных реакторов). Кроме того, неравномерное РР ведет к появлению дополнительных напряжений, которые требуют обязательного учета в расчетах на прочность. В таком случае, с точки зрения механики деформируемого твердого тела очень важно иметь надежные аналитические зависимости для функции распределения РР. В этом, фактически, заключается одна из основных проблем моделирования поведения конструкций в условиях интенсивных нелинейных терморadiационных полей. Для ее решения исследователями в основном предложены прикладные эмпирические и полумэмпирические зависимости распухания материалов, полученные на основе обработки многочисленных экспериментальных результатов. Как правило, основу теоретических моделей составляют сложные кинетические уравнения концентрации точечных дефектов среды, содержащей стоки.

Проанализируем основные механико-математические модели, описывающие РР конструкционных и топливных (делящихся) материалов.

2.2.1 Радиационное распухание конструкционных материалов

В настоящее время причины РР металлов качественно понятны. Столкновение быстрых нейтронов с атомами решетки дают большое число пар вакансия-атом в междоузлии. Большинство этих дефектов со временем рекомбинируют друг с другом или мигрируют к стокам. Наиболее эффективными стоками являются дислокации. Как те, которые являются частью исходной системы дислокаций материала, так и дислокационные петли, образующиеся при конденсации межузельных атомов. Динамический баланс между образованием точечных дефектов и процессом их удаления поддерживается уровнем концентрации (значительно превышающем равновесный) вакансий и атомов в междоузлиях во время облучения. Образование групп межузельных атомов и вакансий происходит в случае, когда и межузельные атомы и вакансии в твердом теле подвижны, однако температура не должна быть слишком высокой, так как в этом случае рекомбинация точечных дефектов и уход к стокам происходит настолько быстро, что в твердом теле не может поддерживаться пересыщение дефектами. Скопление межузельных атомов приводит к образованию дислокационных петель.

Исходя из вышеназванных причин, можно сформулировать следующие 3 основные условия, необходимые для возникновения распухания в конструкционных материалах:

1) Межузельные атомы и вакансии в твердом теле должны быть подвижны и способны мигрировать при очень низких температурах.

2) Точечные дефекты должны захватываться стоками (дефектами структуры) в дополнение к их рекомбинации. Причем часть стоков должна поглощать межузельные атомы, для того, чтобы появилось избыточное количество вакансий, необходимое для образования микропор.

3) Наличие пересыщения вакансиями, необходимого для гомогенного или гетерогенного зарождения микропор и дислокационных петель, а также их роста.

Отметим, что образование микропор происходит не только в нержавеющей стали (последняя, кстати, является одним из наиболее устойчивых сплавов по отношению к распуханию). Почти все конструкционные материалы распухают по подобному механизму в диапазоне температур $(0.2-0.55)T_m$. К примеру, обусловленное облучением общее изменение объема конструкционных сталей приведено на рис. 2.10. Как видно, вплоть до значений интегрального потока быстрых нейтронов равных 10^{22} нейтрон/см² заметного распухания стали не происходит (менее 0.1%). После этого распухание возрастает по закону $(\phi t)^n$, где ϕ – плотность нейтронного потока, а показатель степени больше единицы. Увеличение флюенса до 10^{23} нейтрон/см² резко увеличивает распухание, что связано с пересыщением вакансий и приводит к значительному уменьшению плотности и увеличению объема конструкционных материалов.

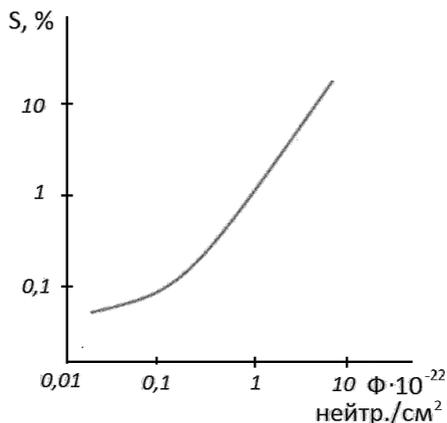


Рис. 2.10. Влияние флюенса нейтронов на распухание конструкционных сталей при облучении быстрыми нейтронами с энергией $E > 0.1$ МэВ [144]

Таким образом, при исследовании дозной зависимости можно выделить следующие периоды: инкубационный, предшествующий проявлению макроскопически заметного распухания, переходной, характеризующийся нелинейной зависимостью распухания от дозы, и, наконец, установившаяся стадия.

В настоящее время экспериментальными исследованиями установлено, что РР конструкционных материалов зависит главным образом от энергетического спектра нейтронов, дозы облучения (флюенса

нейтронов), температуры и в значительно меньшей степени зависит от плотности потока нейтронов. Ввиду слабо развитой теории образования пор в металлах и сплавах, для оценок влияния распухания на характеристики конструктивных элементов чаще используются эмпирические выражения, уравнения которых отражают влияние основных переменных: температуры и интегрального нейтронного потока. Предложенные выражения для распухания отличаются экспериментальным методом, с помощью которого исследовалось формоизменение (например, метод просвечивания электронным микроскопом, рентгеноспектральные методы, метод измерения макроскопических размеров). Рассмотрим подробнее предложенные исследователями соотношения для определения распухания металлических конструктивных материалов.

Забудько Л.М. [112] для описания радиационного распухания конструктивных сталей предлагает общую зависимость следующего вида

$$\frac{\Delta V}{V} = A(kt)^{n(T)} f(T), \quad (2.14)$$

где $n(T)$, $f(T)$ – функции температуры; kt – уровень радиационных повреждений (или флюенс нейтронов). Для аустенитных нержавеющей сталей (0X16N15M3Б, X18N22B2T2, X18N10T, ЭИ-847, ЭП-172, ЧС-68 и др.) показатель степени $n(T)$ меняется в пределах 1-3 в температурном интервале 600-900 градусов по шкале Кельвина.

Для радиационного распухания холоднодеформированной на 20% стали А/С/ 316, рекомендованной для проектирования элементов конструкций и компонентов оборудования активной зоны быстрых реакторов, зависимость (2.14) представляется в виде:

$$\frac{\Delta V}{V} = 19 \cdot 10^{-35} \Phi^{1.5} [4.03 - 3.71 \cdot 10^{-2} (T - 273) + 1.015 \cdot 10^{-4} (T - 273)^2 - 7.88 \cdot 10^{-8} (T - 273)^3], \quad (2.15)$$

где T – температура, К; Φ – флюенс нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ.

Заметим, что вместо флюенса быстрых нейтронов облучение часто характеризуется числом смещений на атом (сна), что в какой-то мере учитывает влияние энергетического спектра облучения на распухание. Поэтому многие исследователи предлагали модели распухания материала в зависимости от числа сна. Так, например, в [145,146] приводится

эмпирическая зависимость, установленная В.Н. Быковым, для относительного изменения объема стали 0X16Н15МЗБ, облученной потоком быстрых нейтронов ($\bar{E} > 0.1$ МэВ):

$$S = \frac{\Delta V}{V} = 5.33 \cdot 10^{-7} (\alpha kt)^{0.19+1.63 \cdot 10^{-3} T} \times \exp\left[0.0235T - \frac{83.5}{T-630} - \frac{17.82 \cdot 10^2}{980-T}\right], \quad (2.16)$$

Где $S = \frac{\Delta V}{V}$, T – температура, К; kt – число смещений атомов, соответствующих данному флюенсу нейтронов; α – коэффициент, зависящий от выбора модели для расчета kt . Нужно отметить, что до сих пор не существует общепринятой методики определения числа смещений с учетом энергетического спектра. В качестве стандарта для определения таких повреждений используют модели, которые усредняют число смещений по некоторым определенным группам энергий нейтронов (например, американский стандарт *TRN*).

Для распухания нержавеющей стали А.А. Тутнов приводит в [107,108,167,172] следующие экспериментальные зависимости

- для аустенитной стали 316

$$\frac{\Delta V}{V}, \% = 5.6 \cdot 10^7 (10^{-22} q)^{\lambda_S} (0.975T - 413) \times \exp\left[54.2 - 0.0794T - \frac{30200}{T+273}\right], \quad (2.17)$$

где $\lambda_S = 1,9 - 30/(T-360) + 90/(T-360)^2$.

- для холоднодеформированной стали 316

$$\frac{\Delta V}{V}, \% = \eta_{\max}^{1.665} t^{2.096} \exp\left(\frac{\eta}{\eta_{\max}}\right)^7 A_S, \quad (2.18)$$

где при $T > 427^\circ\text{C}$

$$A_S = 0.04123 - 5.87 \cdot 10^{-5} (T - 418)^2 + 1.742 \cdot 10^{-4} (T - 418)^{1.787}; \quad (2.19)$$

при $T \leq 427^\circ\text{C}$

$$A_S = 1.742 \cdot 10^{-4} (T - 418)^{1.787}. \quad (2.20)$$

Здесь H – число сна; η – скорость накопления сна (10^6c^{-1}); q – флюенс нейтронов всех энергий.

А.А. Тутнов на основе систематизации и статистической обработки большого числа экспериментальных данных пришел к выводу, что набухание, как функцию температуры, также можно выразить через набор экспоненциальных множителей, описывающих некоторую колокообразную кривую. Заметим, что иногда для описания температурной зависимости радиационного набухания можно использовать полиномы, например, вида $1+AT+BT^2+CT^3$ или степенные зависимости, например, $\exp(AT+BT^2)$, в которых коэффициенты определяются из результатов экспериментов, причем их значения зависят от типа реактора, где были получены данные.

Ю.И. Лихачев, В.Я. Пупко и В.В. Попов в [170] приводят соотношения, связывающие набухание аустенитных сталей с температурой облучения и флюенсом нейтронов:

$$S = \frac{\Delta V}{V} = A_{0S} A_S(T) \Phi^{\lambda_S(T)}. \quad (2.21)$$

Различные варианты $A_{0S}(T)$, $A_S(T)$ и $\lambda_S(T)$ для сталей 304 и 316 по классификации $A/S/$ в отожженном и холоднодеформированном состояниях можно найти в последних зарубежных публикациях [128,132-137].

Американский исследователь Д.Р. Оландер в своей монографии [105] для описания набухания предварительно термически обработанной нержавеющей стали $A/S/316$ предлагает использовать выражение:

$$\frac{\Delta V}{V}, \% = (\phi t \cdot 10^{-22})^{2.05-27/\theta+78/\theta^2} \left[(T-40)10^{-10} \right] \times \exp[32.6 - 5100/T - 0.015T], \quad (2.23)$$

где $\theta = T-623$ – эффективная температура; T , К; ϕt – флюенс нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ,

Многочисленные результаты, полученные исследователями-экспериментаторами, систематизированы в монографиях [109,110]. Где подытожено систематическое изложение моделей радиационного набухания для основных конструкционных и делящихся материалов. Так, следуя этим работам, набухание сталей 304 в аустенизированном состоянии хорошо описывается соотношениями:

$$\frac{\Delta V}{V} = (\phi t \cdot 10^{-12})^{2.05 - \frac{27}{\theta} + \frac{78}{\theta^2}} [(T - 40) 10^{-12}] \times \exp[32.5 - 5000/T - 0.0157T], \quad (2.24)$$

где ϕt – флюенс нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ; $\theta = T - 623$, К.

В [144] проведена обработка экспериментальных данных по распуханию конструкционных сталей, на основании которой установлена следующая общая зависимость для определения распухания как стали ОХ16Н15МЗБ, так и стали 304

$$\frac{\Delta V}{V}, \% = 4,9 \cdot 10^{-49} (\phi t)^{1.71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} - \frac{5980000}{T^2}}. \quad (2.25)$$

Распухание холоднодеформированной на 20% стали 316 предлагается описывать формулой:

$$\frac{\Delta V}{V}, \% = 10^{-36} (\phi t)^{1.69} \left[\exp\left(-\frac{3930}{T}\right) - 5480 \exp\left(\frac{-12740}{T}\right) \right], \quad (2.26)$$

здесь T – абсолютная температура, К.

Таким образом, распухание конструкционных материалов зависит, в основном, от двух параметров: интегрального потока (флюенса) быстрых нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ и температуры облучения, что подтверждено теоретическими и экспериментальными результатами исследований [105-110, 113, 118, 119, 128, 131-137, 144-146, 150, 151]. Основными причинами распухания конструкционных материалов согласно этим работам является образование и рост радиационных микропор.

2.2.2 Радиационное распухание делящихся материалов

В отличие от рассмотренных конструкционных, основными факторами, определяющими распухание делящихся материалов (например, ядерного топлива), являются:

- 1) увеличение суммарного объема продуктов деления относительно разделившегося объема (так называемое холодное распухание);
- 2) формоизменение делящегося материала, связанное с ростом отдельных зерен в результате выбивания атомов из узлов кристаллической решетки и попадания продуктов деления внутрь; при этом появляются большие микронапряжения, создающие внутренние трещины и пустоты;

- 3) образование пор в результате скопления мигрирующих вакансий;
- 4) увеличение объема пор вследствие их слияния при миграции, а также из-за давления газовых продуктов деления, скапливающихся в порах.

В зависимости от температуры облучения относительное значение этих процессов меняется. Так, в области температур $(0.2-0.5)T_m$ распухание определяется накоплением продуктов деления, образованием пор при слиянии вакансий и увеличением объема пор под действием ГПД. При температурах свыше $0.5T_m$ увеличение объема обуславливается в основном увеличением объема пор под действием внутреннего давления газовых осколков деления и процессами слияния/укрупнения пор вследствие их миграции в поле градиента температур. Экспериментальные зависимости изменения объема диоксида урана от выгорания при разных температурах представлены на рис. 2.11.

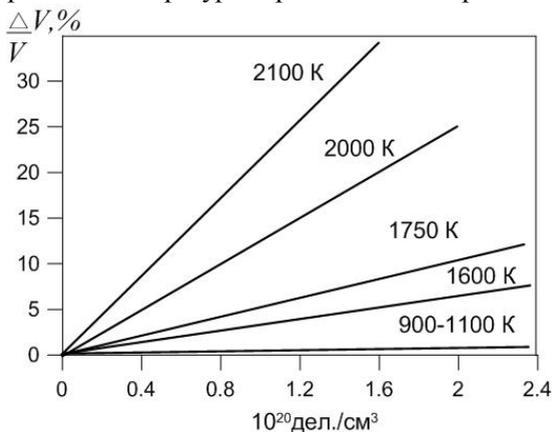


Рис. 2.11. Зависимость распухания UO_2 от выгорания при различных температурах [148]

Следует отметить, что сложность и многообразие вышеперечисленных процессов распухания делящегося материала затрудняет создание какой-либо единой расчетной модели. Кроме того, распухание делящегося топливного материала сильно зависит от структуры и способа изготовления топлива. Все это снижает надежность теоретических оценок и требует большего числа экспериментальных исследований.

Распухание топливного материала (например, UO_2) во многих работах [105-107,109,110,113,118,119,146,147,167,172] оценивается на основании установленных опытным путем соотношений, в которых скорость распухания считается пропорциональной скорости выгорания тяжелых ядер. Таким образом, объемное распухание топлива связано с глубиной выгорания следующей эмпирической зависимостью

$$\frac{\Delta V}{V} = K_T F t, \quad (2.27)$$

Здесь K_T – коэффициент пропорциональности, характеризующийся соотношением между распуханием и выгоранием; F – скорость выгорания тяжелых ядер, %/ч; t – временной параметр.

Считается, что $K=0.4$ при $\frac{\Delta V_{\text{топл}}}{V_{\text{топл}}} < \rho$, $K=1.6$ при $\frac{\Delta V_{\text{топл}}}{V_{\text{топл}}} > \rho$, где ρ – пористость смешанного делящегося материала по ядерному топливу:

$$\rho = \frac{1 - \psi_{\text{топл}}}{\psi_{\text{топл}}}, \quad (2.28)$$

Например, доля топлива в твэле реактора АЭС ψ обычно рассчитывается через плотность по следующей формуле

$$\psi_{\text{топл}} = \frac{\rho_{\text{табл}}}{\rho_{\text{теор}}}, \quad (2.29)$$

где $\rho_{\text{табл}}$ – плотность топливного сердечника, $\rho_{\text{теор}}$ – теоретическая плотность топлива.

Таким образом, коэффициент пропорциональности $K=0.4$ – до заполнения начальной пористости двуокиси и $K=1.6$ – после заполнения начальной пористости. Например, для окисного горючего $UO_2 - K_T \approx 1$, $PuO_2 - K_T \approx 1.5$, $(PuO_2-UO_2) - K_T \approx 1$ [109,110]. Для карбидного топлива K_T колеблется в пределах 1.2-1.5 [167]. Заметим, что пользоваться подобными линейными зависимостями типа (2.27) можно лишь в случае, если имеются достаточно надежные экспериментальные данные. Вообще говоря, вышеупомянутая зависимость экспериментально хорошо подтверждена только для окисного горючего [105,106,109,167,170]. В [167] отмечено, что распухание нитридного и карбидного горючего возрастает по параболическому закону, поэтому,

вероятно, использование линейной зависимости (2.27) не всегда правомерно. В литературе [147,167] приводятся корреляционные уравнения, описывающие распухание карбидов и нитридов урана в зависимости от рабочих параметров и химического состава топлива. Так, распухание нитрида урана (UN) описывается уравнением

$$S = \frac{\Delta V}{V} = \Phi^{(0.25-27/(T-350)+78/(T-350)^2)}(T+233) \cdot 10^{-10} \exp[-0.015(T+273)-5100/(T+273)+32.6], \quad (2.30)$$

где Φ – флюенс нейтронов ($\bar{E} > 0.1 \text{ МэВ}$), нейтрон/см²; T – температура, °C. Эта формула справедлива для распухания при высоких температурах.

Для карбидного топлива предложена следующая зависимость в [167]:

$$\lg \frac{\Delta V}{V} = 1.494 \lg(T+233) + 1.227 \lg B + 0.366 \lg(4.8 - C) - 19.86. \quad (2.31)$$

Здесь B – выгорание, МВт.сут/т; T – температура, °C; C – массовое содержание углерода в процентах, %.

В упомянутых монографиях [109] и [170] также предложено определять распухание оксидного топлива по следующим эмпирическим зависимостям:

при $T > 2200^\circ\text{C}$, $B = 0$

$$\frac{dS}{dt} = \exp(C_1 T^{1.75} / C_2^2); \quad (2.32)$$

при $T < 2200^\circ\text{C}$, $B \neq 0$

$$\frac{dS}{dt} = \exp(C_1 T^{1.75} / (C_2^2 + B)). \quad (2.33)$$

Где C_1 и C_2 – константы, определяемые на основе экспериментальных данных.

Автор исследования [118] рассматривал случай равномерного распухания керамического уранового топлива со следующей скоростью

$$\frac{dS}{dt} = 1.7 \cdot 10^{-5}, \quad 1/ч. \quad (2.34)$$

Для определения распухания топливных композиций и делящихся материалов при низких температурах (до 550°C), можно использовать

модель квазистатических газовых пор [147], предполагая, что поры в топливном материале при низких температурах малоподвижны и в среднем имеют одинаковый размер. В упомянутой выше работе автором также дается обобщение выведенных уравнений вычисления набухания для теорий пластичности типа Биргера. Следует отметить, что при отсутствии экспериментальных данных или их большом разбросе набухание топливных композиций можно также определить, воспользовавшись теорией набухания описанной в [110].

Таким образом, главные параметры, влияющие на набухание делящегося материала – это скорость и глубина выгорания топлива, уровень и градиент температуры, геометрия и исходная пористость [105-107,109,110,146,147,167,170].

Необходимо подчеркнуть, что почти все перечисленные в данном разделе эмпирические и аналогичные им зависимости (как для конструкционных, так и для делящихся материалов) получены в основном для интегральных потоков, не превышающих 10^{23} нейтрон/см². При флюенсах больших 10^{23} нейтрон/см² можно ожидать значительного набухания (например, для оболочек ТВЭЛов быстрых реакторов), в то же время возможно и наступления так называемого насыщения набухания [106,107,109,113]. Также, подчеркнем, что ни одна из приведенных выше зависимостей набухания не учитывает влияния суммарного флюенса нейтронов на процесс насыщения РР. Рядом отечественных и зарубежных авторов, например, [105,109,113,128-137,144-147,167,170 и др.] отмечено сильное влияние на набухание многочисленных факторов, главным образом металлургического и технологического характера. В целом данные по набуханию топливных композиций можно найти в работах [105-107,109,110,146,147,163,167,170], а по набуханию конструкционных материалов – в [105-113,128-137,144-147,150-152,167,170,172,173]. Следует отметить, что имеется небольшое число работ с экспериментальными данными для флюенса нейтронов свыше 10^{23} нейтрон/см², и, поскольку набухание, как показано выше, определяется большим количеством параметров, очевидно, что экстраполяция такой зависимости на большие интегральные потоки (свыше 10^{23} нейтрон/см²) ненадежна. Поэтому очень трудно предсказать поведение материалов при больших дозах облучения быстрыми нейтронами. Заметим, что некоторые из нежелательных побочных эффектов, связанных с набуханием, могут быть смягчены сопутствующим явлением ползучести под действием облучения, речь о которой пойдет дальше.

2.3 Радиационная и тепловая ползучесть в элементах конструкций

Вслед за открытием явления радиационного распухания в 1971г. было впервые обнаружено явление радиационной ползучести (РП). Этот необратимый процесс также как и объемное распухание вызывает значительные изменения в распределении (а точнее сказать в перераспределении) основных характеристик НДС и является главной причиной нарушения размерного постоянства элементов конструкций. За последние 40 лет были проведены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования для выявления факторов, влияющих на РП. Так, в зависимости от эксплуатационных параметров, установлены многочисленные соотношения с целью учета и оценки РП, а также определения времени, когда деформации станут критическими (недопустимо большими). Очевидно, что в случае появления ползучести приложенные напряжения должны вызывать неоднородную деформацию твердого тела, скорость которой будет меняться с изменением потока быстрых нейтронов. Исторически сложилось так, что термин РП относится либо к «необъяснимому» увеличению термической ползучести (при высоких температурах под действием радиации было замечено ускорение ползучести по сравнению с деформированием без облучения), либо к появлению ползучести в условиях, когда термическая ползучесть отсутствует. В первом случае употребляется термин «ползучесть, усиленная облучением», а во втором «ползучесть, вызванная облучением».

Существует много механизмов термической ползучести и еще больше количества теорий, пытающихся объяснить сущность процесса РП. К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал по РП чистых металлов, сталей и сплавов; разработан ряд теоретических моделей, описывающих это явление. Как правило, эти модели работают в ограниченных интервалах внешних параметров и не в полной мере учитывают всю совокупность дефектов и многообразие физических процессов, происходящих при деформировании материала под облучением. Наиболее физически обоснованной является теоретическая модель типа «скольжение–переползание», основанная на скольжении дислокаций, контролируемом и усиленном влиянием различных точечных дефектов, образующихся при облучении на переползание дислокаций. Следует заметить, что процессы, контролирующие

радиационную и высокотемпературную ползучесть имеют много общего. Так, например, некоторыми исследователями, например, [148] было предложено изучать установившуюся ползучесть материала при облучении по результатам неуставившейся высокотемпературной ползучести без облучения, обосновывая это тем, что с увеличением температуры влияние облучения на ползучесть уменьшается в результате отжига. Главная особенность явления РП состоит в том, что она проявляется в области температур $T \leq 0.5 T_m$, где термическая ползучесть отсутствует, и ее скорость в этом диапазоне температур приблизительно соответствует скорости термической ползучести при температурах $\approx 650-670^\circ\text{C}$. Большинство специалистов считают, что основную роль РП играет при температурах даже меньших – ниже $\approx 0.45 T_m$ в области температур, близких к $0.5 T_m$, термическая и радиационная ползучесть становятся сравнимыми, а при достаточно высоких температурах (свыше $0.5 T_m$) определяющей является термическая ползучесть (РП вносит малый вклад). Тепловая составляющая ползучести (ползучесть необлученного материала) в настоящее время уже достаточно хорошо изучена. Так, например, при математическом описании первой и второй стадий ползучести можно использовать предположение Л.М. Качанова о подобии кривых ползучести с разделением переменных, при котором деформация ползучести может быть представлена следующим образом:

$$\varepsilon^c = f_1(t) f_2(\sigma) f_3(T). \quad (2.35)$$

В (2.35) компоненты произведения представляет собой функциональные зависимости деформации ползучести от времени t , напряжения σ и температуры T соответственно. Заметим, что если в (2.35) принять, что первый член представляет компоненту неуставившейся ползучести в виде зависимости, предложенной Н.Н. Малининым [100]

$$f_1(t) = [l_1 \exp(-l_2 t) + 1], \quad (2.36)$$

второй член зависимости (деформации от напряжения) установить в виде соотношения Нортона (Бейли) [72]

$$f_2(\sigma) = B \sigma_u^{v_T}, \quad (2.37)$$

а третий – $f_3(T)$ задать законом Аррениуса

$$f_3(T) = A \exp(-Q_T/RT), \quad (2.38)$$

то в случае рассмотрения тепловой ползучести по теории течения получаем соотношение, которое часто использовалось Ю.И. Лихачевым в расчетах на прочность тепловыделяющих элементов [106]:

$$\dot{\varepsilon}_U^c = [I_1 \exp(-I_2 t) + 1] A_T \exp(-Q_T/RT) \sigma_U^{VT}, \quad (2.39)$$

где $I_1, I_2, A_T = A \cdot B, Q_T, V_T$ – опытные коэффициенты, полученные эмпирическим путем; R – универсальная газовая постоянная.

С помощью подобных рассуждений, комбинируя многочисленными известными законами, можно задать различные варианты для неустановившейся и установившейся тепловой ползучести в зависимости от приемлемого для решения общего вида уравнения и имеющихся в распоряжении экспериментальных данных. Как правило, третья, ускоренная стадия ползучести не учитывается, так как считается, что к этому времени конструкция теряет несущую способность. Проанализируем подробнее функциональные зависимости деформации ползучести для облученных материалов. Основные экспериментальные и построенные на их основе аналитические зависимости для радиационной ползучести от приложенных напряжений и потока нейтронного облучения для нержавеющих сталей рассмотрены ниже.

На основании многочисленных экспериментальных данных в монографии [109,110] представлены результаты изучения радиационной ползучести сталей, которые были получены в реакторах на быстрых нейтронах. Показано, что РП сталей при флюенсе $\Phi \leq 10^{22}$ нейтрон/см² весьма слабо зависит от температуры. Интенсивность деформаций радиационной ползучести определялось уравнением:

$$\varepsilon_U^c = A \bar{E} \varphi \sigma_U + (B + C \sigma_U^2) \bar{E} \varphi \sigma_U t, \quad (2.40)$$

где φ – плотность потока нейтронов с общей энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ; \bar{E} – средняя энергия, МэВ; A, B, C – коэффициенты, зависящие от температуры испытания.

Забудько Л.М. с соавторами в [113] установлены многочисленные закономерности для ползучести облученных материалов. Для описания радиационной ползучести стали предлагается зависимость вида

$$\dot{\varepsilon}^c = B(T, kt) k \sigma, \quad (2.41)$$

где $B(T, kt)$ – модуль ползучести, зависящий от температуры T и уровня радиационных повреждений kt , рассчитываемого в зависимости от спектра нейтронов по числу сна.

Автором показано, что установившаяся скорость РП является линейной функцией напряжений σ в материале и скорости радиационных повреждений k .

В дальнейшем многочисленные результаты внутриреакторных испытаний, а также имитационные эксперименты на ускорителях подтвердили линейную зависимость радиационной ползучести от напряжений в широком интервале температур вплоть до напряжений, равных пределу текучести материала. При напряжениях, приближающихся к пределу текучести, проявляется, как правило, нелинейный характер зависимости скорости ползучести от напряжений [106], показатель степени при напряжениях может достигать 2-3. В исследовании [156], на основе экспериментальных данных, доказана линейная зависимость скорости деформации радиационной ползучести от приложенного напряжения, как при одноосном, так и при не одноосных испытаниях.

В 1973г. Дж. Фостер впервые предположил о взаимосвязи между РР и РП, что говорит о влиянии дозы облучения и температуры на РП. Им была предложена эмпирическая зависимость РП для сталей в следующем виде

$$\frac{\varepsilon^c}{\sigma} = Bkt + D\varepsilon^s(T, kt), \quad (2.42)$$

где $\varepsilon^s(T, kt)$ – радиационное распухание стали; kt – уровень радиационных повреждений, рассчитываемого в зависимости от спектра нейтронов по числу сна; B, D – эмпирические коэффициенты. Например, для стали A/S/304: $B=8.5 \cdot 10^{-7}(\text{МПа} \cdot \text{сна})^{-1}$, $D=1 \cdot 10^{-2} \text{МПа}^{-1}$.

Позже в работе [109], на основе экспериментальных результатов, получены следующие зависимости для радиационной ползучести и распухания стали 304L в случае не одноосного напряженного состояния

$$\dot{\varepsilon}_U^c = (B\Phi + D\dot{S}_0)\sigma_u, \quad (2.43)$$

$$\dot{S} = \dot{S}_0(1 + P\sigma_0), \quad (2.44)$$

где $\dot{\varepsilon}_U^c$ – интенсивность скоростей деформаций радиационной ползучести; σ_u – интенсивность напряжений; B – коэффициент, характеризующий ползучесть в отсутствие распухания; D – коэффициент, учитывающий влияние распухания на ползучесть; P – коэффициент, учитывающий влияние напряжения на распухание; σ_0 – компонента шарового тензора напряжений; $B=0.398 \dots 0.612 \text{ МПа}^{-1}(\text{нейтр}/\text{см}^2)^{-1}\text{ч}^{-1}$; $D=(0.32 \dots 1.28) \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{-1}$; $P=0.006 \text{ МПа}^{-1}$ (для холоднодеформированной стали 304); $P=0,0078 \text{ МПа}^{-1}$ (для отожженной стали 304). Следует подчеркнуть, что до

настоящего времени механизм взаимосвязи между распуханием и ползучестью до конца еще не изучен. Некоторые данные по этому вопросу можно найти, например, в исследовании [156].

На основании анализа многочисленных публикаций в [113] показано, что для стали 316ХД и стали 1.4981ХД при уровне радиационных повреждений не более 20–25 сна наблюдается линейная зависимость радиационной ползучести РП от уровня радиационных повреждений в диапазоне температур 280–500°С. При более высоких дозах такая линейность нарушается. Эти результаты не расходятся с гипотезой о взаимосвязи явлений РП и РР, если предположить существование инкубационного периода распухания при низком уровне радиационных повреждений (до 20-25 сна).

В монографиях [106,109] рекомендована следующая эмпирическая формула для радиационной ползучести (в случае одноосного напряженного состояния)

$$\varepsilon_{irr}^c = \varepsilon_l^c + \varepsilon_h^c, \quad (2.45)$$

где первое слагаемое характеризует низкотемпературную, а второе – высокотемпературную ползучесть. Первая компонента представляет собой линейную функцию напряжения, связанную с распуханием:

$$\varepsilon_l^c = B(\varphi t) \sigma \varphi t = \sigma \{ A [1 - \exp(-\varphi t/B) + B_0 \varphi t + C(R, \varphi t)] \} \quad (2.46)$$

A, B, B_0, C – характеристики материала, зависящие от температуры и дозы облучения.

$$\varepsilon_h^c = D(T, t, \varphi t) \sigma^m, \quad (2.47)$$

где D – константа материала, а показатель степени $m > 1$.

Д.Р. Оландер в [105] скорость радиационной ползучести оболочки из нержавеющей стали 316 определял по следующей формуле:

$$\dot{\varepsilon}_{irr}^c = \sigma_U 10^{-6} \left[\frac{A_1 \varphi_{\max}}{A_2} \exp\left(\frac{-\varphi_{\max} t}{A_2}\right) + A_3 \varphi_{\max} \exp(A_5 [T]) - A_4 \right] \quad (2.48)$$

где σ_U – интенсивность напряжений, МПа; T – температура (К), φ_{\max} – максимальное значение плотности потока быстрых нейтронов с энергией $\bar{E} > 0,1$ МэВ, нейтрон/м²·с; t – время, ч; A_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) – эмпирические коэффициенты, равные соответственно: $A_1 = 0.7 \cdot 10^{-10}$, $A_2 = 1.47 \cdot 10^{25}$, $A_3 = 0,73 \cdot 10^{-35}$, $A_4 = 1.405$, $A_5 = 0.0027$.

А скорость тепловой ползучести в условиях облучения предлагалось задавать формулой

$$\dot{\varepsilon}_{th}^c = 77.4(-1.95 \cdot 10^{-11} \cdot 1.45 \exp[-1.45 \cdot 10^{-3} T] + 3 \cdot 10^{12} \exp[-1.02 \cdot 10^5 / 2] \sigma_U^{5.4}), \quad (2.49)$$

где σ_U – интенсивность напряжений, МПа; T – температура, °С.

В [108,113] был предложен следующий закон терморadiационной ползучести для широко используемых в атомном машиностроении хромоникелевых сплавов (например, ОХ16Н15МЗБ, Х18Н22В2Т2, Х15Н35В3Т, Х18Н10Т и др.).

$$\dot{\varepsilon}_U^c = (dce^{-ct} + B)\sigma_U^m + K_0 \exp(1,405 - 0,0027T_c) f \varphi \sigma_U, \quad (2.50)$$

где первая часть выражения задает термическую ползучесть, а вторая – радиационную.

Константы ползучести в (2.50) следующие: $m=5,1$; $d=1.5 \cdot 10^{-13}$ МПа^{-5,1}; $c=0.0016 \text{ ч}^{-1}$; $B=6.9 \cdot 10^{-17}$ МПа^{-5,1}·ч⁻¹; $f=1.75$; $K_0=2.68 \cdot 10^{-28}$ (МПа·нейтр/см²)⁻¹; $\varphi=2.81 \cdot 10^{19}$ нейтр/(см²·ч) – поток быстрых нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ. Также авторами указанных работ получены многочисленные численные результаты, которые позже подтвердились экспериментальными данными.

Ползучесть облученных элементов конструкций на установившейся стадии предлагалось учитывать в [109,110] по более простой формуле

$$\dot{\varepsilon}_U^c = C\sigma_U^m + D\sigma_U, \quad (2.51)$$

где C, D – модули тепловой и радиационной ползучести; m – показатель тепловой ползучести ($5 < m < 6$). Например, при $m=5,4; 5,22$ значения модуля тепловой ползучести равны соответственно $2.35 \cdot 10^{-9}$ (кгс/мм²)^{-5,4} ч⁻¹ и $5.5 \cdot 10^{-22}$ (кгс/мм²)^{-5,22} ч⁻¹.

Кроме того, в [163] представлены следующие зависимости для расчета термической и радиационной ползучести:

$$\dot{\varepsilon}_U^c = 1.49 \cdot 10^{10} \sigma_U^{2,44} \exp(-63200/T), \quad (2.52)$$

где T измеряется по шкале Кельвина;

$$\dot{\varepsilon}_U^c = 3.6 \cdot 10^{-22} B \sigma_U, \quad (2.53)$$

B – радиационная константа.

Автор исследования [118] для расчета ползучести нержавеющей аустенитной стали в условиях облучения (применительно к чехлам ТВЭЛов

реактора на быстрых нейтронах) использовал нижеприведенные полуэмпирические выражения. Ползучесть чехлов в верхнем сечении складывалась из тепловой и радиационной составляющих по формуле

$$\dot{\epsilon}_U^c = 1.15 \cdot 10^{-8} \sigma_U + 3 \cdot 10^{-17} \sigma_U^5. \quad (2.54)$$

В центральном и нижнем сечениях чехлов учитывалась только радиационная составляющая ползучести, так как для области низких температур ползучесть имеет преимущественно радиационноактивационный характер. Причем для центрального сечения принималось

$$\dot{\epsilon}_U^c = 2.3 \cdot 10^{-8} \sigma_U, \quad (2.55)$$

а для нижнего сечения

$$\dot{\epsilon}_U^c = 1.15 \cdot 10^{-8} \sigma_U. \quad (2.56)$$

Вопросы ползучести для делящегося материала имеют в основном прикладное значение в современной науке и технике: ядерное топливо для энергетических, исследовательских и транспортных реакторов. Дело в том, что процесс РП является одним из основных параметров, определяющих НДС компонентов оборудования любой ЯЭУ. Это обусловлено в первую очередь тем, что в настоящее время возникла потребность максимального использования прочностных и деформационных свойств материалов атомных аппаратов, что невозможно без разработки научных основ расчета долговечности. На практике РП при проектных уровнях облучения исследована в зависимости от напряжения, интенсивности облучения, температуры и структурных особенностей материала. По имеющимся в литературе данным скорость стационарной РП для урана при температуре меньше 1000 К линейно изменяется с напряжениями в интервале от 10 до 100 МПа (рис. 2.12). При высоких температурах влияние напряжения на скорость РП можно представить в виде суммы двух членов линейного радиационного и нелинейного термического (σ^n). Типичное значение $n = 4.7$. Для смешанного топлива во всем интервале температур закономерности изменения скорости ползучести от напряжений аналогичны.

Следует добавить, что в области высоких температур (больше 1000 °С) для ползучести делящегося материала (также как и для конструкционных материалов) справедлива термоактивационная зависимость (термическая ползучесть полностью вытесняет

радиационную). Энергия активации ползучести практически не изменяется с изменениями при делении и близка по величине энергии активации, полученной без облучения. При низких температурах (до 900°C) наоборот: наблюдается слабая зависимость скорости ползучести от температуры и преобладает радиационноактивационная связь.

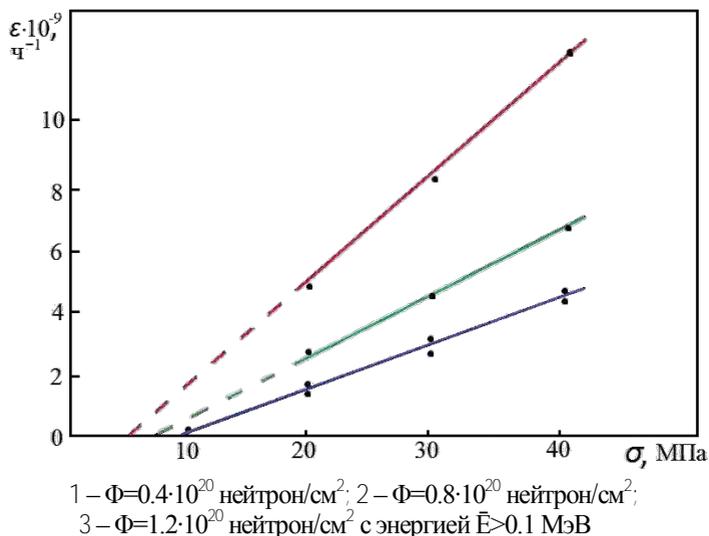


Рис. 2.12. Зависимость скорости ползучести диоксида урана от напряжения при облучении флюенсом [153]

Экспериментально установлено, что на ранних стадиях облучения наблюдается непрерывное уменьшение скорости РП делящегося материала. То есть имеет место также некоторая нестационарная ползучесть. Опытные данные показывают, что это характерно до небольших выгораний делящегося материала. Как правило, нестационарная РП описывается степенным законом типа $\varepsilon = Nt^m$. Где показатель степени m равен 0.45-0.75 и считается, что m не зависит от напряжения и интенсивности делений. Отметим, что последнее допущение является значительным упрощением таких моделей. Величина N принимается некоторой функцией от напряжений, температуры, интенсивности делений, плотности топлива и других параметров. Анализ нестационарной ползучести ядерных топливных композиций, представляющий особый интерес для расчетов НДС при пусках, выводах на мощность, расхолаживании и остановках

энергетического ядерного реактора, а также для передвижных реакторных установок и транспортных ядерных реакторов, рассмотрен в исследованиях [110,148,153]. В них предлагаются соответствующие математические модели нестационарной РП для керамического и керметного топлива.

Стационарная ползучесть делящегося материала в условиях облучения описана на основании внутриреакторных исследований в целом ряде работ [109,110,152,154,163,167]. В работе [148] приводится следующая общая зависимость, описывающая внутриреакторную установившуюся ползучесть ($\dot{\epsilon}^c$) керамического топливного материала в широком интервале температур и напряжений

$$\dot{\epsilon}^c = 5 \cdot 10^{-21} F \sigma_u + \frac{2.65 \cdot 10^{10} \sigma_u}{L^2(d-88)} \exp(-Q_T/RT). \quad (2.57)$$

где $Q_T=90$ ккал/моль; F – интенсивность деления, деление/($\text{см}^3 \cdot \text{с}$); σ_u , МПа, d – плотность материала относительно теоретической, %; L – размер зерна, мкм. Так, например, для описания стационарной ползучести топлива в интервале температур 300-1100°C используется следующее аппроксимирующее соотношение

$$\dot{\epsilon}^c = 1.96 \cdot 10^{-20} \sigma_u F \exp(-13.7/RT). \quad (2.58)$$

Конкретно для двуокиси урана в области низких температур (200-900°C) рекомендуется выражение

$$\dot{\epsilon}^c = (5.1 \pm 0.7) \cdot 10^{-12} F \sigma_u, \quad (2.59)$$

а для ползучести уран-плутониевого оксидного топлива при температурах 500-900°C предлагается использовать формулу вида

$$\dot{\epsilon}^c = 1.78 \cdot 10^{-20} F \sigma_u. \quad (2.59)$$

Здесь $\dot{\epsilon}^c$ – скорость стационарной ползучести, 1/ч; F – интенсивность делений, деление/($\text{см}^3 \cdot \text{с}$); σ_u , МПа.

Как видно, радиационное увеличение скорости ползучести пропорционально суммарным напряжениям и плотности делений в топливном материале. Заметим, что во всех приведенных выше зависимостях установившаяся скорость РП является линейной функцией возникающих напряжений.

В [167] предлагается расчет радиационной ползучести делящегося материала (например, UO_2) определять величиной скорости

радиационной ползучести для «прочностной» части топлива по следующей эмпирической формуле

$$\dot{\varepsilon}_{irr}^c = 0.265\theta(T) \cdot \Phi\Sigma_f \cdot 10^{-28} \sigma_c \left(1 + 0.125\rho^2\right) \quad (2.60)$$

где σ_c – напряжение в контактном подслое, МПа; ρ – пористость по топливу; $\theta(T)$ – температурная функция, равная:

при $T \geq 950^\circ\text{C}$

$$\theta(T) = \exp(0.00420 \cdot T - 21.26), \quad (2.61)$$

при $T < 950^\circ\text{C}$

$$\theta(T) = \exp(0.00236 \cdot T - 19.03). \quad (2.62)$$

$\Phi\Sigma_f$ – число делений в топливе в единицу времени, равное:

$$\Phi\Sigma_f = \frac{Q}{E_f}, \quad (2.63)$$

Q – объемное энерговыделение в топливе, Вт/м³; E_f – энергия одного деления, Дж. Следует отметить, что, в отличие от конструкционных материалов, для делящегося топлива аналитические модели и зависимости ползучести выявить крайне сложно вследствие ограниченности экспериментальных данных и их отсутствия в открытой печати.

Таким образом, роль облучения в процессах ползучести конструкционных и делящихся материалов проявляется двояко. С одной стороны облучение увеличивает количество радиационных дефектов и их скоплений, препятствующих скольжению дислокаций, а с другой стороны – точечные радиационные дефекты способствуют переползанию краевых дислокаций, ускоряя деформацию. Причем вклад радиационных дефектов в ускорение ползучести под облучением является более существенным, чем в замедление через торможение движения дислокаций. Как следствие, наблюдается существенное снижение длительной прочности всех материалов под действием облучения. Нужно отметить, что при определенных условиях радиационная ползучесть может вытеснять термическую (и наоборот), механизмы которых, в целом, одинаковы и основаны на скольжении дислокаций. При облучении изменяется только природа процесса и плотность образующихся радиационных дефектов, приходящаяся на единицу длины дислокации. В тоже время, при РП происходит увеличение скорости переползания дислокаций, в результате чего скольжение дислокаций

контролируется их переползанием. Характерным дополнительным элементом этого необратимого процесса является более узкий интервал температур, а также большая зависимость РП от флюенса и плотности потока нейтронов, чем от значения приложенного сдвигового напряжения.

2.5 Краткое обобщение влияния радиационных сред на механические характеристики материалов и поведение конструкций

На основе вышеизложенного, можно утверждать, что анализ экспериментальных данных показывает общую деградацию физико-механических свойств при облучении, причем недостаточная радиационная стойкость присуща всем материалам. Как было показано, упругие характеристики конструкционных материалов мало зависят от уровня радиационного облучения, они связаны с плотностью стали и понижаются с ее уменьшением при увеличении РР. Изменения теплофизических характеристик под облучением являются небольшими и по своей абсолютной величине они сравнимы с погрешностью эксперимента. К тому же, эти изменения могут быть направлены как в сторону уменьшения, так и увеличения. На основании экспериментальных данных предложены многочисленные формулы чисто эмпирического или полуэмпирического характера. Как правило, эти зависимости не дают удовлетворительного согласия с опытом на большом интервале напряжении и носят частный характер, давая относительно удовлетворительное совпадение лишь на некоторых участках кривых ползучести. Из последних значительно лучше экспериментально изучена установившиеся стадия, для которой характерны перечисленные в разделе 2.3 общие зависимости между скоростью ползучести, напряжениями, температурой и облучением. Основным механизмом, контролирующим скорость ползучести, является термически активируемое скольжение дислокаций. В случае радиационного облучения общепринятой является модель скольжение-переползание. Причем роль облучения проявляется двояко. С одной стороны, радиационные дефекты и их скопления тормозят движение дислокаций. С другой стороны, точечные радиационные дефекты способствуют переползанию краевых дислокаций, ускоряя деформацию. Вклад радиационных дефектов в ускорение ползучести является более

существенным, чем в замедление через торможение движения дислокаций.

В целом, анализ, представленный в настоящем разделе, позволяет сделать вывод о значительной зависимости процесса деформирования материалов от нейтронного облучения, радиационного формоизменения, радиационной ползучести, изменения скорости термической ползучести материала в радиационных потоках и влияния интенсивного терморadiационного нагружения на механические и теплофизические свойства конструкционных и делящихся материалов. Облучение оказывает непосредственное влияние на размерные изменения материала, обусловленные в основном двумя причинами: ползучестью нагруженного образца, возрастающей под действием нейтронного облучения, и РР, проявляющимся в изменении линейных размеров ненагруженного образца в потоке нейтронов. Нарастание деформации ползучести может вывести из строя конструктивные элементы, работающие при высоких температурах и интенсивном облучении потоками частиц с большой энергией, так как такого рода деформации с течением времени могут стать недопустимо большими. Следовательно, допускаемые напряжения в таких деталях определяются не пределом текучести и прочности, а допускаемыми деформациями для заданного срока службы, которые зависят от условий нормальной эксплуатации. В этом состоит существенное отличие расчета конструктивных элементов, работающих при высокой и нормальной температурах в условиях высокоинтенсивного облучения. Вопрос об устойчивости к разрушению таких элементов является одним из важнейших и тесно связан с задачей о НДС конструкции в целом. В связи с этим подобные физически нелинейные задачи представляют как теоретический так и практический интерес.

Все это требует создания современных механико-математических моделей для корректного определения НДС неравномерно нагретых тел в условиях облучения потоками частиц с высокой энергией. Расчетные схемы этих моделей должны базироваться на вышеописанных общих закономерностях деформирования материалов в терморadiационных потоках, а уравнения, соответствующие указанным закономерностям, должны иметь структуру, позволяющую легко вводить в расчет силовые, тепловые и радиационные условия нагружения и учитывать их изменение во времени.

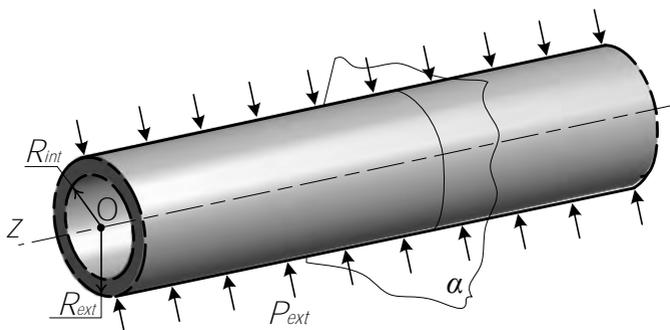
ГЛАВА 3

НЕОБРАТИМОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В УСЛОВИЯХ НЕЙТРОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ

3.1 Численно-аналитический метод определения терморadiационного влияния на прочность цилиндрических тел

Определим степень влияния интенсивного терморadiационного воздействия на общую картину распределения НДС твердого тела, состоящего из сплошной среды. Очевидно, что наиболее простые оценочные решения такой задачи получаются тогда, когда искомые функции зависят только от одной координаты, а определяющие уравнения в частных производных становятся обыкновенными дифференциальными уравнениями. В общем случае такие уравнения не имеют точного аналитического решения, но могут быть решены численно-аналитическими методами. Рассмотрим задачу о сжатом цилиндре с учетом тепловых и радиационных эффектов. Модельное тело подвергается внутреннему P_{int} и внешнему P_{ext} статическому давлению. Причем поверхности (в общем случае длинного тела двусвязной геометрии) облучаются равномерным нейтронным потоком суммарным флюенсом $\Phi(t)$ и подвергаются неравномерному нагреву до различных температур T_{ext} и T_{int} как указано на рис. 3.1, б. Для сплошного цилиндра характерен частный случай, когда $R_{int}=0$. Одномерную по пространству задачу будем рассматривать в полярных координатах.

а)



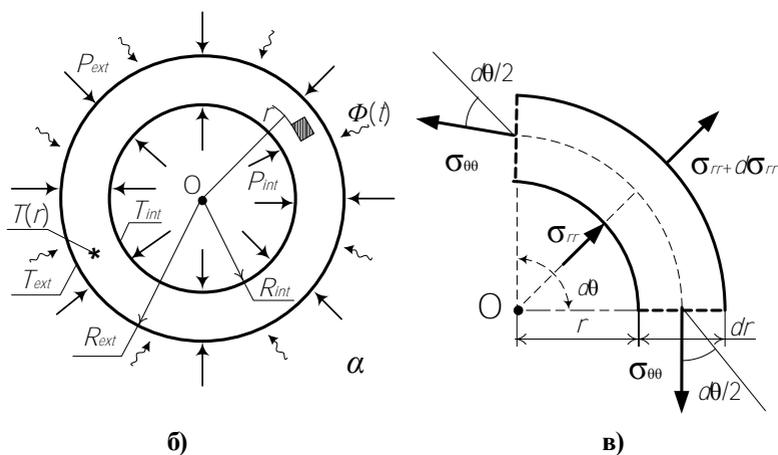


Рис. 3.1. Расчетная схема модельного тела: а) б) общая схема нагружения длинного тела двусвязной цилиндрической геометрии в) распределение напряжений

В случае зависимости НДС от одной полярной координаты r уравнение равновесия в радиальном направлении можно записать в виде (рис. 3.1, в)

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{rr} + r \frac{d\sigma_{rr}}{dr}. \quad (3.1)$$

Считаем модельное тело (рис. 3.1, а) настолько длинным, что напряжения и деформации во всех сечениях вдоль него постоянны в соответствии с принципом Сен-Венана. В таких условиях плоские сечения нормальные оси остаются плоскими, а осевая деформация в первом приближении равна нулю в любой момент времени. Влияние температуры и облучения будем учитывать, вводя дополнительные члены в уравнение обобщенного закона Гука, классической теории упругости, считая, что постоянные свойств материала, а именно модуль упругости, число Пуассона и коэффициент термического расширения не зависят от терморadiационного воздействия. Как было показано в [144,145,149,155], значения констант, входящих в определяющие уравнения мало зависят от уровня радиационного облучения. Кроме того, в данной задаче предполагается, что эти постоянные существенно не зависят от температуры. Используя условие аддитивности деформаций, выражаем компоненты терморadiационноупругих напряжений без учета ползучести

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left\{ (1-\mu)\varepsilon_{rr} + \mu(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) \right\} \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left\{ (1-\mu)\varepsilon_{\theta\theta} + \mu(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) \right\} \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left\{ (1-\mu)\varepsilon_{zz} + \mu(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) \right\}\end{aligned}\quad (3.3)$$

Связь деформаций и радиальных перемещений по (1.31) для условий плоской деформации:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_{zz} = 0. \quad (3.4)$$

Принимая во внимание соотношения (3.3) и (3.4), перепишем (3.1) в перемещениях

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \right] = \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{d}{dr} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) интегрируется от внутреннего радиуса R_{int} до текущей материальной точки среды радиуса r , находящейся внутри облучаемого тела. Общее решение такого равенства

$$u(r) = \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{1}{r} \int_{R_{int}}^r (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \frac{Ar}{2} + \frac{B}{r}, \quad (3.6)$$

где $A/2$ и B – произвольные постоянные интегрирования, подлежащие определению из конкретных граничных условий задачи. Для нахождения этих постоянных имеем два условия: даны величины равномерного давления на внутренней и наружной поверхности

$$\sigma_{rr}|_{r=R_{int}} = -P_{int}; \quad \sigma_{rr}|_{r=R_{ext}} = -P_{ext}. \quad (3.7)$$

Определяя по (3.6) и (3.4) полные деформации в радиальном и окружном направлениях

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{1+\mu}{(1-\mu)} \left(\frac{-1}{r^2} \int_{R_{int}}^r (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \varepsilon^{th} + \varepsilon^s \right) + \frac{A}{2} - \frac{B}{r^2}, \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1+\mu}{(1-\mu)} \left(\frac{1}{r^2} \int_{R_{int}}^r (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr \right) + \frac{A}{2} + \frac{B}{r^2},\end{aligned}\quad (3.8)$$

а затем по первому равенству (3.3) для нахождения постоянных интегрирования получим

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{2\mu^2 + \mu - 1}{(1-\mu)r^2} \int_{R_{int}}^r (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \frac{A}{2} - (1-2\mu) \frac{B}{r^2} \right). \quad (3.9)$$

Тогда граничные условия (3.7) для определения A и B в общем решении (3.6) примут вид

$$\begin{cases} \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{2\mu^2 + \mu - 1}{(1-\mu)R_{int}^2} \int_{R_{int}}^{R_{int}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \frac{A}{2} - (1-2\mu) \frac{B}{R_{int}^2} \right) = -P_{int}, \\ \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{2\mu^2 + \mu - 1}{(1-\mu)R_{ext}^2} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \frac{A}{2} - (1-2\mu) \frac{B}{R_{ext}^2} \right) = -P_{ext}. \end{cases} \quad (3.10)$$

Из системы (3.10) находим окончательные значения постоянных A и B для решения (3.6):

$$\begin{aligned} \frac{A}{2} &= \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{(R_{ext}^2 - R_{int}^2)} \left(\frac{(P_{int} R_{int}^2 - P_{ext} R_{ext}^2)}{E} + \frac{1}{(1-\mu)} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr \right), \\ B &= \frac{(1+\mu) R_{int}^2}{(R_{ext}^2 - R_{int}^2)} \left(\frac{(P_{int} - P_{ext}) R_{ext}^2}{E} + \frac{1}{(1-\mu)} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr \right). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Причем в общем случае необходимо интегрирование терморadiационного члена в (3.14). Считая, что температурные и радиационные поля заданные величинами, можно воспользоваться процедурой численного интегрирования: интегралы от функций термического и радиационного распухания берем в квадратурах по формулам Симпсона. Кстати, для линейного (термоупругого) случая решение можно получить в конечном виде по аналогии полученного, например, С.П. Тимошенко [143]. Внося (3.14) в (3.6) получим окончательные выражения для перемещений, деформаций (3.8) и напряжений (3.9) тела. Из этих решений легко получить частный случай для сплошного цилиндра, если принять во всех выражениях $R_{int} = 0$, сформировать дополнительное граничное условие (например, закрепить по центру), и положить $B=0$, чтобы обеспечит регулярность решения при $r=0$.

Кроме рассмотренного решения, когда принималось, что $\varepsilon_{zz} = 0$, существуют еще два важных случая, когда $\varepsilon_{zz} \neq 0$ (константа): во-первых, случай открытых торцов $F_z = 0$ (условие отсутствия продольной силы) и, во-вторых, случай полого цилиндрического тела с закрытыми концами ($F_z = \pi R_{int}^2 P_{int}$). Так как полное осевое усилие в любом сечении W равно

$$F_z = \iint_W \sigma_{zz} r dW. \quad (3.15)$$

Тогда для любого цилиндрического сечения справедливо следующее равенство

$$F_z = \int_0^{2\pi} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \sigma_{zz} r dr d\theta = 2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \sigma_{zz} r dr. \quad (3.16)$$

Подставляя в (3.16) осевое напряжение, после преобразования, используя (3.1), получим:

$$F_z = 2\pi\mu \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \left(2r\sigma_{rr} + r^2 \frac{d\sigma_{rr}}{dr} \right) dr - 2\pi E \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \pi E (R_{ext}^2 - R_{int}^2) \varepsilon_{zz}. \quad (3.17)$$

С учетом граничных условий (3.7), соотношение (3.17) можно частично проинтегрировать (взяв определенный интеграл от первого, чисто механического слагаемого)

$$F_z = 2\pi\mu (P_{int} R_{int}^2 - P_{ext} R_{ext}^2) - 2\pi E \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \pi E (R_{ext}^2 - R_{int}^2) \varepsilon_{zz}. \quad (3.18)$$

Из последнего соотношения можно вычислить постоянную осевой деформации.

Таким образом, в случае когда $\varepsilon_{zz} \neq 0$, значение обобщенной плоской деформации можно определить из (3.18) путем подстановки соответствующих величин, определяющие зависимости которых записаны выше. Тогда соотношения для определения обобщенного терморрадиационного НДС примут окончательный вид

$$\begin{aligned}
u(r) &= \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{1}{r} \int_{R_{\text{int}}}^r (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) r dr + \frac{Ar}{2} + \frac{B}{r} - \frac{\mu}{E} Cr, \\
\sigma_{rr} &= -\frac{E}{1-\mu} \frac{1}{r^2} \int_{R_{\text{int}}}^r (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) r dr + \frac{E}{1+\mu} \left(\frac{A}{2(1-2\mu)} - \frac{B}{r^2} \right), \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{1-\mu} \frac{1}{r^2} \int_{R_{\text{int}}}^r (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) r dr - \frac{E}{1-\mu} (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) + \frac{E}{1+\mu} \left(\frac{A}{2(1-2\mu)} + \frac{B}{r^2} \right), \\
\sigma_{zz} &= -\frac{E}{1-\mu} (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) + \frac{\mu EA}{(1-2\mu)(1+\mu)} + C,
\end{aligned} \tag{3.19}$$

где величина равномерного осевого напряжения C равна

$$C = -\frac{\mu A}{(1-2\mu)(1+\mu)} + \frac{2E}{(R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2)(1-\mu)} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) r dr + \frac{F_z}{\pi(R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2)},$$

а A и B даны в (3.14).

Для сплошного цилиндра ($0 \leq r \leq R_{\text{ext}}$) выражения основных характеристик обобщенного плоско-деформированного состояния может быть получено из (3.19), если устремить нижний предел к нулю ($R_{\text{int}} \rightarrow 0$) и принять $B=0$, что обеспечит регулярность решения при $r=0$. Если это решение подчинить краевым условиям, соответствующим сплошному цилиндру при наличии распределения температуры, облучения, бокового давления P_{ext} и осевой силы F_z (в которой учитываются как член C , так и напряжения, порождаемые условиями плоской деформации), то выражения для напряжений будут определяться аналогично, как и в предыдущем случае, поэтому, не приводя всех выкладок, даем окончательный результат, который легко получить как следствие (3.19). Таким образом, для сплошного цилиндра напряжения равны

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{E}{(1-\mu)} \left(\frac{1}{R_{ext}^2} \int_0^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr \right) - P_{ext}; \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1-\mu)} \left(\frac{1}{R_{ext}^2} \int_0^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) \right) - P_{ext}; \\
\sigma_{zz} &= \frac{E}{(1-\mu)} \left(\frac{2}{R_{ext}^2} \int_0^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) \right) + \frac{F_z}{\pi R_{ext}^2}.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Рассмотрим решение вышеизложенной задачи с учетом терморadiационной ползучести. При таком расчете необходимо знать закон ползучести, т.е. аналитическую зависимость всех параметров (напряжение, времени, температуры, флюенса и деформации или скорости деформации ползучести), характеризующих этот необратимый процесс или средние значения деформаций ползучести для данного момента времени. Ранее мы искали компоненты полной деформации цилиндра, исходя из трех слагаемых – радиационного распухания, температурного расширения и упругих частей этих компонентов, определяющих напряжения в твердом теле. Теперь, в случае наличия эффектов вязкости, разности между компонентами полной деформации и суммой перечисленных слагаемых должны дать компоненты деформаций терморadiационной ползучести. Определяющее дифференциальное уравнение деформирования (3.6) с учетом ползучести примет вид

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \right] = \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{d}{dr} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) + \left(\frac{1-2\mu}{1-\mu} \right) \left(\frac{d\varepsilon_{rr}^c}{dr} + \frac{\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c}{r} \right). \tag{3.21}$$

Основной трудностью интегрирования (3.21) является вычисление интегралов от нелинейных деформаций. Для разрешения этой проблемы необходимо аппроксимировать подынтегральную функцию ползучести. С помощью итерационной аппроксимации, сведем нелинейный процесс деформирования к решению ряда линейных задач для каждого момента времени. Предположим, что средние значения компонентов деформаций термического расширения, радиационного распухания и ползучести до определенного времени известны. Принимая во внимание тот факт, что для твердого тела, как при термической, так и при радиационной ползучести характерно изменение формы без заметного изменения

объема (дисторсия), общее решение уравнения (3.21) в каждый момент времени будет выражаться интегральным соотношением

$$u(r) = \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{1}{r} \int_{R_{\text{int}}}^r (\varepsilon^{\text{th}} + \varepsilon^s) r dr + \frac{1}{2} \left(\frac{1-2\mu}{1-\mu} \right) \left(r \int_{R_{\text{int}}}^r \frac{(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c)}{r} dr - \frac{1}{r} \int_{R_{\text{int}}}^r \varepsilon_{zz}^c r dr \right) + \frac{Ar}{2} + \frac{B}{r} - \frac{\mu Cr}{E}, \quad (3.22)$$

где A, B, C – новые постоянные интегрирования (для сплошного цилиндра $B=0$). Для дальнейшей аппроксимации подынтегральных функций разобьем сечение цилиндрического тела на множество участков по радиусу (радиальные кольцевые зоны). Причем, учитывая нелинейность уравнения, получить конечное решение можно лишь в предположении, что $\varepsilon_{rr}^c, \varepsilon_{\theta\theta}^c, \varepsilon_{zz}^c, \varepsilon^s, \varepsilon^{\text{th}}$ постоянны для каждой интегрируемой зоны, а количество таких зон для обеспечения приемлемой точности решения должно быть как можно больше. На рис. 3.2 показана расчетная схема оценочного расчета: сечение длинного цилиндрического тела разделено на кольцевые участки вдоль радиальной оси.

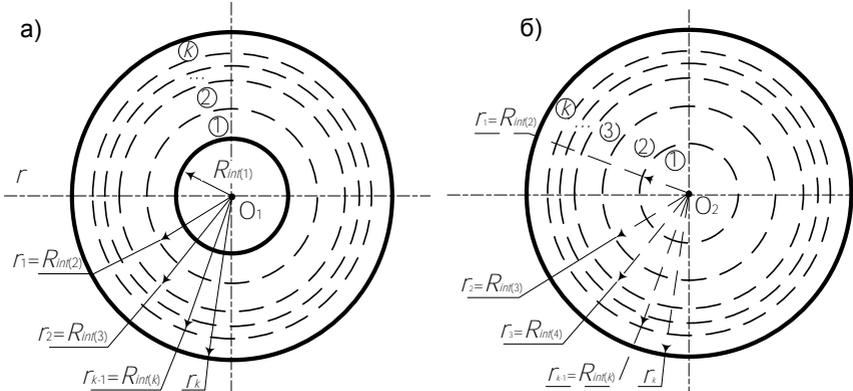


Рис. 3.2. Схема разбиения сечения полого (а) и сплошного (б) длинного цилиндрического тела на радиальные зоны

Уравнение (3.22) интегрируется от внутреннего радиуса каждой k -той радиальной зоны $R_{\text{int}(k)}$ до точки с радиусом r на ее поверхности. Если разбиение частое, то свойства материала внутри k -той радиальной зоны считаются постоянными и не зависящими от температуры и уровня

облучения (радиальный размер, в пределах которого применяются уравнения, очень малым). В таком случае искомые радиальные перемещения внутри k -того кольцевого участка в данный момент времени для жесткого закрепления будут равны:

$$\begin{aligned}
 u(r) = & \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{r_k^2 - R_{\text{int}(k)}^2}{2r} (\varepsilon_k^{\text{th}} + \varepsilon_k^S) + \\
 & + \frac{1}{2} \left(\frac{1-2\mu}{1-\mu} \right) \left(\frac{R_{\text{int}(k)}^2 - r_k^2}{2r} \varepsilon_{zz(k)}^c + (\varepsilon_{rr(k)}^c - \varepsilon_{\theta\theta(k)}^c) r \ln \frac{r_k}{R_{\text{int}}} \right) + (3.23) \\
 & + \frac{A_k r}{2} + \frac{B_k}{r},
 \end{aligned}$$

где k – целочисленный параметр, характеризующий номер конкретной радиальной зоны ($1 \leq k \leq K$, K – число радиальных зон); $r = r_k = R_{\text{int}} + kh$ – внешняя граница k -ой зоны; h – толщина зоны разбиения; A_k , B_k – некоторые константы интегрирования по k -ой зоне (для сплошного цилиндра $B_k=0$ при $k=1$). Условие непрерывности на границах радиальных зон определяется равенством радиальных напряжений и перемещений на стыке областей

$$\sigma_{rr}(R_{\text{int}(k)}) = \sigma_{rr}(r_{k-1}), \quad u(R_{\text{int}(k)}) = u(r_{k-1}). \quad (3.24)$$

Дальнейшее решение сводится к поиску констант интегрирования A_k , B_k . Для их определения выражение (3.23) по соотношениям Коши (3.4) подставляется в одномерные по пространству физические уравнения (1.30). Это приводит к зависимости радиальной компоненты тензора напряжения как функции от неизвестных величин A_k , B_k и известных параметров: компонент неупругих деформаций, а также границ интегрируемой зоны ($R_{\text{int}(k)}$ и $r=r_k$). Полученные равенства дают систему из $2k$ алгебраических уравнений, общий вид которых будут определять граничные условия и условия непрерывности на границах зон

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}(R_{\text{int}(1)}) = -P_{\text{int}}, \quad \sigma_{rr}(R_{\text{int}(2)}) = \sigma_{rr}(r_1), \quad u(R_{\text{int}(2)}) = u(r_1), \dots, \\
 \sigma_{rr}(R_{\text{int}(k)}) = \sigma_{rr}(r_{k-1}), \quad u(R_{\text{int}(k)}) = u(r_{k-1}), \quad \sigma_r(r_k) = -P_{\text{ext}}. \quad (3.25)
 \end{aligned}$$

Таким образом, в общем случае мы имеем $2k$ уравнений с $2k$ неизвестными. Теперь из системы (3.25) теперь можно однозначно определить любые две постоянные интегрирования A_k , B_k общего решения (3.23) для каждой k -ой радиальной зоны. Аналогично строится

решение для сплошного цилиндрического тела, приняв в (3.23) $R_{\text{int}(1)} = 0$, а линейную систему из $2k$ уравнений для определения констант интегрирования получаем, заменив первое условие (3.25) на равенство нулю радиальных перемещений вдоль центральной оси. Поскольку граничные условия для определения A_k, B_k используются в каждой радиальной зоне, то распределение перемещений $u(r)$ является функцией компонент деформаций $\varepsilon_{rr}^c, \varepsilon_{\theta\theta}^c, \varepsilon_{zz}^c, \varepsilon^s, \varepsilon^{th}$ и равномерного механического давления (P_{int} и P_{ext}) в каждой кольцевой области. Дополнительные условия на границе модельного тела приводят к зависимости перемещений также от продольной деформации ε_{zz} и осевой силы F_z . Причем ε_{zz} – неизвестная, вычисляемая величина, например, по изложенной выше схеме на основе условия баланса осевых сил (3.15), но с учетом ползучести. Т. е. получаем, что искомые функции (перемещения) будут зависеть от целого ряда параметров, в общем случае: $u = u[r_k, \varepsilon_k^{th}, \varepsilon_k^s, \varepsilon_{rr}^c(k), \varepsilon_{\theta\theta}^c(k), \varepsilon_{zz}^c(k), P_{\text{int}}, P_{\text{ext}}, F_z(k), \varepsilon_{zz}(k)]$.

В результате проведения серии виртуальных экспериментов можно констатировать, что решение даже одномерной по пространству терморadiационной задачи с учетом ползучести численно-аналитическим методом неэффективно. Для его построения необходимо, чтобы средние значения компонентов деформаций термического расширения, радиационного распухания и ползучести были известны в определенный промежуток времени, а также были постоянны для каждой интегрируемой зоны. Численные эксперименты показали, что предположение о постоянстве деформаций внутри каждой зоны приводит к тому, что НДС от одной кольцевой зоны к другой зоне изменяется скачками, что значительно отличается от реальной картины деформирования [106-111]. Шаговое изменение НДС от одной зоны к другой приводит к количественно неправильному конечному результату при небольшом числе кольцевых зон. Т.е. для получения приемлемой точности расчета в условиях больших температурных градиентов необходимо разбиение на большое число участков. В этом случае, связность задачи напряженного состояния и ползучести выдержать сложно. Тот факт, что на каждом этапе расчета постоянно приходится пересчитывать напряжения и деформации ползучести вытесняет из

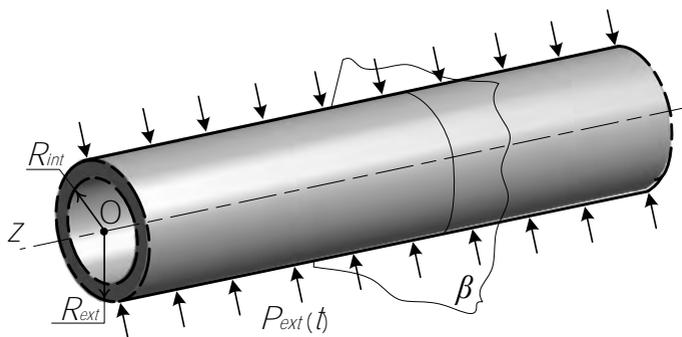
такого подхода точную аналитическую часть и больше приближает его к численному методу. В то же время даже для небольшого числа радиальных зон экономичность вычислительного процесса оставляет желать лучшего: скорость сходимости невысокая при сравнительно большой трудоемкости выполняемых операций (кстати, последняя почти такая же, как и при решении, каким-либо численным методом с наперед заданной точностью). Также полуаналитический подход не учитывает общий случай для многослойных тел. Поэтому для решения нелинейных задач целесообразно изначально применять численные схемы. Использование же численно-аналитического подхода будет иметь успех только для частных случаев физически нелинейных задач, например, определение НДС для сравнительно малого промежутка времени, когда заранее известны значения всех неупругих деформаций или известно экспериментальное распределение деформаций ползучести для конкретного материала, которое можно каким-то образом экстраполировать на все время деформирования исследуемого тела. Впрочем, последние встречаются крайне редко, и в таком случае возникает разумный вопрос о степени погрешности такого приближения, которое вносит даже в оценочный расчет достаточно приличную ошибку. Перечисленные обстоятельства однозначно требуют численного подхода в разработке общих механико-математических моделей, которые смогли бы адекватно прогнозировать кинетику деформирования с учетом ползучести.

3.2 Численное решение задачи ползучести в условиях неоднородного термосилового и радиационного воздействия

3.2.1 Механико-математическая модель НДС однослойных и многослойных цилиндрических тел в условиях обобщенной плоской деформации

Рассмотрим произвольное массивное цилиндрическое тело, состоящее из J слоев по толщине, в общем случае отличающихся своими теплофизическими и физико-механическими свойствами, но остающихся постоянными в пределах каждого слоя, ограниченное внешним радиусом R_{ext} и внутренним R_{int} (в случае сплошного цилиндра $R_{int}=0$, $R_{ext}=R$). Согласно общей постановке задачи, которая содержится в первой главе работы, нагружение такого произвольного тела цилиндрической

геометрии будут определять: неравномерное поле температур, радиационное распухание, заземление торцов и действие на боковые поверхности и торцы нормальных механических нагрузок $P(t)$. Считая справедливыми все допущения, сделанные в первой главе, дополним постановку такой задачи некоторыми условиями. Во-первых, как уже было сказано, рассматриваемую систему считаем осесимметричной, т.е. изменения переменных величин в кольцевых направлениях отсутствует ($\partial/\partial\theta=0$). Во-вторых, для общего случая произвольного цилиндрического тела нужно оговориться, что, несмотря на то, что в многослойном цилиндре отдельные слои могут двигаться вдоль продольной оси (причем необязательно с одинаковыми скоростями), считаем, что сечения, перпендикулярные оси, остаются в процессе деформирования плоскими для каждого материала. Предполагаем, что соседние слои не имеют свободы перемещения относительно друг друга в радиальном направлении (жесткое скрепление) и трение между ними не допускается. Каждый слой характеризуется определенным перечнем свойств: модуль Юнга E , отношение Пуассона μ , коэффициент термического расширения α , константы распухания, а также радиационной и тепловой ползучести. Заметим, что для рассматриваемого случая определяющие соотношения можно получить из общей постановки задачи неосесимметричного деформирования, исключив окружную координату. Общая схема нагружения представлена на рис. 3.3.



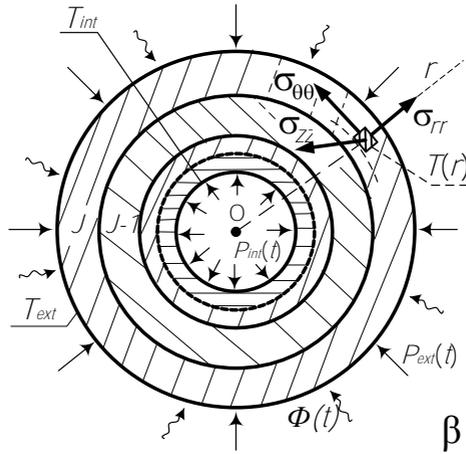


Рис. 3.3. Общая схема осесимметричного нагружения модельного тела

Условия равновесия (1.29) после исключения из них всех касательных напряжений, а также производных по осевой и окружной координатам сводятся к одному равенству

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0. \quad (3.26)$$

Так как НДС вблизи торцов не является предметом данного исследования, то условия на торцах достаточно удовлетворить в смысле Сен-Венана [99]. Поэтому, считая малыми градиенты температуры и флюенса нейтронов по высоте, отдельные сечения массивного тела, находящиеся вдали от торцов, рассматриваются независимо друг от друга в условиях плоской или обобщенной плоской деформации. В случае последней величину постоянной ε_{zz} планируется находить из условий баланса осевых сил (3.15). При отсутствии внешних сил или равенстве нулю равнодействующей вдоль продольной оси, обобщенная деформация ε_{zz} в любой момент времени будет равна

$$\varepsilon_{zz} = \frac{2}{(R_{ext}^2 - R_{int}^2)} \left(\int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s + \varepsilon^c) r dr - \frac{\mu}{E} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) r dr \right). \quad (3.27)$$

Полные малые деформации рассматриваются как суммы упругих деформаций, набухания, ползучести и температурного расширения.

Тогда значения полных деформаций при действующих напряжениях для тел, обладающих изотропными свойствами, будут равны

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{2G} - 3\mu \frac{\sigma}{E} + \varepsilon^{th} + \varepsilon^s + \varepsilon_{ij}^c, \quad (3.28)$$

где $\sigma = (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})/3$; $G = 0.5E/(1 + \mu)$; $i=r, \theta, z$ (по i не суммировать); $\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{zz}^c = 0$. Рассматриваем ползучесть как некоторый вид квазивязкого течения [98]. Для определения деформаций ползучести используем соотношения теории течения, обобщенные на случай радиационного облучения [106]. Считаем, что в каждый момент времени скорость ползучести при данном структурном состоянии однозначно определяется действующим напряжением, флюенсом нейтронов $\Phi(t)$ и температурным полем $T(t)$. В таком случае для вычисления конечных деформаций необходимо рассмотреть процесс нагружения, используя в качестве параметра время t . Пусть значения ползучести в момент времени t равны $\varepsilon_{rr}^c(t), \varepsilon_{\theta\theta}^c(t), \varepsilon_{zz}^c(t)$, тогда в текущий момент времени $t + \Delta t$ имеет место

$$\varepsilon_{ij}^c(t + \Delta t) = \varepsilon_{ij}^c(t) + F_c [\sigma_{ij}(t) - \sigma(t)] \Delta t. \quad (3.29)$$

Где $\varepsilon_{rr}^c(t), \varepsilon_{\theta\theta}^c(t), \varepsilon_{zz}^c(t)$ – деформации ползучести в главных направлениях; σ – шаровая компонента тензора напряжений; F_c – закон терморadiационной ползучести; Δt – приращение времени, $i=r, \theta, z$ (по i не суммировать). Выражения (3.29) для численного определения ползучести удобно представить в виде следующего блока расчетных формул:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij(n)}^c &= \varepsilon_{ij(n-1)}^c + \Delta_n \varepsilon_{ij}^c; \\ \Delta_n \varepsilon_{ij}^c &= \dot{\varepsilon}_{ij(n-1)}^c \Delta t, \quad \dot{\varepsilon}_{ij(n-1)}^c = \Lambda (\sigma_{ij(n-1)} - \sigma_{(n-1)}); \\ \Lambda &= \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_U^c}{\sigma_{U(n-1)}}; \quad \dot{\varepsilon}_U^c = F_c(\sigma_U, t, T, \Phi); \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\sigma_U = \sqrt{2/2} \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2}.$$

Здесь $n=L/\Delta t$, где L – общее время протекания процесса; Λ – некоторый коэффициент пропорциональности (скалярная функция, зависящая от параметров, которые связаны с НДС, температурой, облучением и временем); $\dot{\varepsilon}_U^c$ – интенсивность скоростей деформаций

ползучести; F_c – закон ползучести; $i=r,\theta,z$ и суммирование по повторяющемуся индексам здесь не производится. Как уже отмечалось в первой главе, изотропные деформации радиационного формоизменения $\varepsilon^S(t) = 1/3 S[T(r), \varphi t]$ и стационарного термического расширения $\varepsilon^{th}(t) = \varepsilon^{th}(t + \Delta t) = \alpha T(r)$ вычисляются отдельно по известным законам распределения температур и радиационного распухания. Учитывая вышеизложенное, окончательно уравнения состояния при квазистатическом осесимметричном нагружении для текущего момента времени $t + \Delta t$ будут иметь вид (обозначения сохранены)

$$\varepsilon_{ji}(t + \Delta t) = \varepsilon_{ji}^e(t) + \varepsilon_{ji}^c(t) + \dot{\varepsilon}_{ji}^c(t)\Delta t + \varepsilon^S(t + \Delta t) + \varepsilon^{th}(t); \quad (3.31)$$

$$\sigma_{ii} = \frac{E}{(1 + \mu)} \left(\varepsilon_{ii} + \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon - 3(\varepsilon^{th} + \varepsilon^S)) - \varepsilon_{ji}^c - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^S) \right); \quad (3.32)$$

$\varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}$; $i=r, \theta, z$ (по i не суммировать); остальные обозначения сохранены.

Задача определения НДС сводится, таким образом, к совместному решению уравнений (3.26) и (3.32) с учетом конкретных условий закрепления и нагружения объекта исследования. Вместе с тем краевые условия должны позволять однозначно определять НДС в любой момент нагружения. Заметим, что для многослойного цилиндрического тела ($J \neq 1$) определение напряжений и деформаций осуществляется для каждого слоя, обладающего в общем случае различными физико-механическими характеристиками $(E^J, \mu^J, \alpha^J, \lambda^J, Q^J)$ в предположении, что они остаются постоянными в пределах каждого слоя, а между слоями имеется плотное сцепление. В общем случае осесимметричного деформирования граничные условия представлены, как правило, в смешанной форме

$$u = u_0(r); \quad \sigma_{rr} l_{nr} = P_r, \quad (3.33)$$

где l_{nr} – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности; P_r – проекция нагрузки, приложенной к поверхности цилиндрического тела, $P_r = P(t)$. В зависимости от формы тела (толстостенный цилиндр), условия могут задаваться и чисто в форме напряжений:

$$\sigma_{rr} \Big|_{r=R_{int}} = -P_{int}(t); \quad \sigma_{rr} \Big|_{r=R_{ext}} = -P_{ext}(t). \quad (3.34)$$

Для многослойного цилиндра, в случае механического взаимодействия слоев, также, дополнительно к упомянутым вариантам

(3.33) и (3.34), должны выполняться определенные условия между соседними l и $l+1$ слоями на их границе (условия «сшивки»):

$$\sigma_{rr}^l(R_{ext}^l) = \sigma_{rr}^{l+1}(R_{int}^{l+1}); \quad u^l(R_{ext}^l) = u^{l+1}(R_{int}^{l+1}). \quad (3.35)$$

Здесь $0 \leq l \leq J$; J – число слоев; R_{ext}^l и R_{int}^{l+1} – соответственно внешний радиус l -го и внутренний радиус $l+1$ -го слоя составного цилиндрического массивного тела. Также заметим, что для многослойного цилиндрического тела в случае обобщенной плоской деформации условия на торцах (3.15) претерпят изменение. Например, если связи весьма податливы и при этом обеспечивают независимую продольную деформацию слоев, то вместо (3.15) для каждого слоя необходимо использовать равенство

$$2\pi \int_{R_{int}^{l+1}}^{R_{ext}^{l+1}} \sigma_{zz}^{l+1} r dr d\theta = P_z^{l+1}(t), \quad (3.36)$$

а если между слоями реализуется жесткая связь, то справедливо общее соотношение

$$2\pi \sum_{l=0}^J \int_{R_{int}^{l+1}}^{R_{ext}^{l+1}} \sigma_{zz}^{l+1} r dr d\theta = P_z(t), \quad (3.37)$$

где $P_z^{l+1}(t)$ продольное усилие в $l+1$ слое, а $P_z(t)$ – суммарная сила, действующая вдоль продольной оси; все остальные обозначения остаются в силе (указаны выше по тексту).

Как уже отмечалось, приведенную систему определяющих соотношений независимо от способа задания граничных условий удобно решать в перемещениях. Представляя данную задачу в перемещениях вдоль радиального направления, (3.32) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{du}{dr}(1-\mu) + \mu \left(\frac{u}{r} + C \right) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) + (2\mu-1)\varepsilon_{rr}^c \right); \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{u}{r}(1-\mu) + \mu \left(\frac{du}{dr} + C \right) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) + (2\mu-1)\varepsilon_{\theta\theta}^c \right); \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(C(1-\mu) + \mu \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) + (2\mu-1)\varepsilon_{zz}^c \right). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Здесь C – некоторая постоянная величина, ($C=\varepsilon_{zz}$), равная нулю в случае плоской деформации. Заметим, что для данной в первой главе общей формулировки $\varepsilon_{zz}=C(t)\neq 0$ т.е. в процессе нагружения осевая деформация может меняться, исходя из условий (3.15) и (3.27). После подстановки (3.38) в (3.26) получим основное уравнение, идеализирующее исследуемую механическую систему в перемещениях, причем последнее совпадает с (3.21)

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{1}{r^2} u = \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \right) \frac{d}{dr} (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) + \left(\frac{1-2\mu}{1-\mu} \right) \left(\frac{d\varepsilon_{rr}^c}{dr} + \frac{\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c}{r} \right). \quad (3.39)$$

Заметим, что если количество слоев, отличающихся своими теплофизическими и физико-механическими свойствами, больше одного, то подразумевается, что в (3.39) коэффициент Пуассона и неупругие деформации определяются характеристиками каждого слоя и вычисляются отдельно по известным соотношениям распределения температур, радиационного распухания с учетом закона ползучести для определенного слоя. Таким образом, свойства каждого слоя будут являться заданными параметрами.

Уравнение (3.39) необходимо разрешить для любого момента времени вместе с граничными условиями, задаваемыми, для сплошных тел в виде

$$u|_{r=0} = 0; \quad \sigma_{rr}|_{r=R_{ext}} = -P_{ext}(t). \quad (3.40)$$

Представив второе условие (3.40) в виде первого соотношения (3.38), получим замкнутую систему определяющих уравнений в перемещениях. Причем в случае многослойного сплошного тела дополнительно к (3.40) добавятся еще условия внутри слоев, которые, например, для двухслойного цилиндра записываются в виде

$$\begin{aligned} u^{(1)}(0) = 0; \quad \sigma_{rr}^{(1)}(R_{ext}^{(1)}) &= \sigma_{rr}^{(2)}(R_{int}^{(2)}); \\ u^{(1)}(R_{ext}^{(1)}) = u^{(2)}(R_{int}^{(2)}); \quad \sigma_{rr}^{(2)}(R_{ext}^{(2)}) &= -P_{ext}(t). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Здесь $l=1,2$ – номер слоя по радиусу, $J=2$ – число слоев; R_{int} , R_{ext} – внутренний и внешний радиус второго и первого слоя соответственно. Аналогично для полого цилиндра: условия на внутренней и внешней поверхности (3.34) представляются в перемещениях вдоль радиального направления. В случае многослойного полого цилиндрического тела дополнительно к равенствам (3.34), выраженных в перемещениях, добавятся условия внутри слоев, которые, например, для двухслойного

тела задаются выражениями идентичными (3.41), а для трехслойного полого цилиндра имеют вид

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}^{(1)}(R_{int}^{(1)}) &= -P_{int}(t); \quad \sigma_{rr}^{(1)}(R_{ext}^{(1)}) = \sigma_{rr}^{(2)}(R_{int}^{(2)}); \\ u^{(1)}(R_{ext}^{(1)}) &= u^{(2)}(R_{int}^{(2)}); \quad \sigma_{rr}^2(R_{ext}^{(2)}) = \sigma_{rr}^{(3)}(R_{int}^{(3)}); \\ u^{(2)}(R_{ext}^{(2)}) &= u^{(3)}(R_{int}^{(3)}); \quad \sigma_{rr}^{(3)}(R_{ext}^{(3)}) = -P_{ext}(t).\end{aligned}\tag{3.42}$$

Здесь $l=1,2,3$, $J=3$, R_{int} , R_{ext} – внутренний и внешний радиус соответственно каждого слоя.

В предыдущем разделе отмечалось, что нелинейное уравнение (3.39) общего аналитического и численно-аналитического решения не имеет. Решение задачи при плоской деформации ($C=0$) для однослойных и многослойных тел может быть построено с помощью численного метода по предлагаемой ниже расчетной схеме. Заметим, что в случае учета обобщенной плоской деформации задача значительно усложняется за счет граничных условий в напряжениях (3.34) и (3.40), в которых в соответствии с (3.38) появляется неизвестная постоянная $C=\varepsilon_{zz}$, зависящая от квазистатического НДС тела. Нахождение этой постоянной и составляет основную трудность. Так, например, на внешней границе имеем

$$\begin{aligned}\frac{du}{dr}\Big|_{R_{ext}} (1-\mu) + \mu \left(\frac{u(R_{ext})}{R_{ext}} + C(t) \right) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)(1+\mu) \\ + (2\mu-1)\varepsilon_{rr}^c = P_{ext}(t) \frac{(1+\mu)(2\mu-1)}{E}.\end{aligned}\tag{3.43}$$

Учитывая то, что осевое напряжение согласовано с балансом осевых сил (3.4), и то, что при равном нулю осевом усилии радиальные и окружные напряжения определяются по тем же формулам, что и в случае плоской деформации [143], представляется возможным в задаче обобщенного плоского квазистатического деформирования использовать значения радиальных и окружных напряжений из задачи о плоской квазистатической деформации, определяя в дальнейшем осевую постоянную из соотношения (3.27), где для сплошных тел нужно принять $R_{int}=0$. После чего открывается два возможных пути решения задачи: можно напрямую найти осевое напряжение и перемещения, на которые и влияет непосредственно σ_{zz}

$$U^* \xrightarrow{(3.38)} \sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta} \xrightarrow{(3.27)} \varepsilon_{zz} = C \xrightarrow{(3.38)} \sigma_{zz} \xrightarrow{(3.4), (3.28)} U,$$

или корректировать граничные условия (3.43) с учетом найденной осевой константы ε_{zz} и решить задачу заново, тем самым найдя истинные перемещения, по которым можно определить характеристики НДС соответствующие этому случаю:

$$U^* \xrightarrow{(3.38)} \sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta} \xrightarrow{(3.27)} \varepsilon_{zz} = C \rightarrow (3.43) \rightarrow \\ \rightarrow \text{решение уравнения (3.39)} \rightarrow U.$$

Здесь U^* – перемещения соответствующие плоской деформации, а U – истинные перемещения для обобщенной плоской квазистатической деформации. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен при реализации вычислительного процесса.

Основное определяющее уравнение (3.39) представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка. Правая часть этого уравнения нелинейная относительно искомых величин: перемещения зависят от деформаций ползучести, нелинейно связанных с напряжениями по (3.29) и (3.30), а значит и с перемещениями в соответствии с (3.38). Таким образом, деформации терморadiационной ползучести нелинейно зависят от перемещений, которые в свою очередь изначально определяются с учетом ползучести. Это говорит о нелинейности и связности решаемой задачи определения напряженного состояния и задачи ползучести. Численное решение будем строить, используя неявные разностные схемы, сводя исходную нелинейную задачу к ряду линейных задач для конкретного момента времени. Для этого необходимо заменить дифференциальные операторы разностными по формулам численного дифференцирования и представить равенство (3.39) в конечно-разностном виде, заменяя значения перемещений их дискретными эквивалентами. Таким образом, для данной задачи, учитывая сложность учета распухания и связность определения НДС и ползучести, решение предполагается строить численно, используя конечно-разностную аппроксимацию и метод сеток.

3.2.2 Методика и алгоритм численного решения. Особенности реализации вычислительного процесса для обобщенного плоско-деформированного состояния

Для реализации вышеуказанного подхода строим сетку, связанную с границами интегрируемой области, разбивая интервал $[R_{int}; R_{ext}]$ равноотстоящими точками:

$$r_i = R_{int} + ih, \quad h = (R_{ext} - R_{int}) / N, \quad i = 0, 1, \dots, N. \quad (3.44)$$

В случае сплошного однослойного цилиндра имеем $R_{int} = r_0 = 0$, $r_N = R_{ext}$:

$$r_i = ih, \quad h = R_{ext} / N, \quad i = 0, 1, \dots, N. \quad (3.45)$$

Аналогично происходит построение сетки во временном пространстве

$$t_n = n\Delta t, \quad \Delta t = L / K, \quad n = 0, 1, \dots, K. \quad (3.46)$$

Где L – общее время протекания процесса деформирования, а количество и расположение узлов сетки выбираются в зависимости от требуемой точности. Отметим, что, так как в модель не входит производная по времени, то t_n играет роль параметра и не используется в расчетных схемах в качестве переменной (хотя и изменяется непрерывно в процессе счета). Переменными для такой численной схемы являются перемещения вдоль радиальной координаты. Производные от искомым перемещений в каждом из узлов сетки для текущего момента времени t_n заменяем разностными соотношениями 2-го порядка аппроксимации:

$$\frac{du}{dr} = \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2h} + O(h^2), \quad (3.47)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{h^2} + O(h^2). \quad (3.48)$$

Подобным образом, вводя равномерную сетку, заменяем (3.39) системой нелинейных уравнений, аппроксимирующих исходные соотношения с погрешностью $O(h^2)$. Отметим, что первое из условий (3.40) аппроксимируется точно в узлах расчетной области, а второе, также как и условия (3.34), – приближенно (присутствует производная искомой функции по независимой переменной), что потребует специальной аппроксимации на границах области для замыкания численной схемы 2-го порядка.

Пространство дискретных функций u_i^n , заданных в узлах сетки (3.44)-(3.46), представляет собой разностный аналог дифференциальной задачи. В итоге, исходная краевая задача для текущего момента времени t_n заменяется замкнутой системой уравнений

$$\begin{cases} a_i u_{i+1}^n + b_i u_i^n + c_i u_{i-1}^n = k_i^n; \\ \alpha_1 u_0^n + \beta_1 u_1^n = \gamma_1^n; \\ \alpha_2 u_{N-1}^n + \beta_2 u_N^n = \gamma_2^n. \end{cases} \quad (3.49)$$

Где $a_i = 2r_i^2 + r_i h$, $b_i = -4r_i^2 - 2h^2$, $c_i = 2r_i^2 - r_i h$, $i = 1, 2, \dots, N-1$; $n = 0, 1, \dots, K$, а коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1^n, \gamma_2^n$ – некоторые числа, определяемые из конкретных граничных условий (3.34) или (3.40). Система разрешающих разностных уравнений, аппроксимирующих краевую задачу для многослойных цилиндров, имеет такой же вид, но решается с учетом дополнительного условия «сшивки» на границе слоев, представленного, в общем виде (3.35), к примеру, зависимостями (3.41) и (3.42) для двухслойного и трехслойного тела соответственно. Заметим, что правая часть сеточной системы (3.49), содержит исключительно неупругие деформации, определяемые для любого момента времени t_n их центральными разностями и текущими значениями

$$\begin{aligned} k_i^n = & \frac{2r_i^2 h^2}{1-\mu} \left(\frac{\varepsilon_{i+1}^{th} - \varepsilon_{i-1}^{th} + \varepsilon_{i+1}^{s(n)} - \varepsilon_{i-1}^{s(n)}}{2h} + (1-2\mu)(\varepsilon_{rr(i+1)}^c - \varepsilon_{rr(i-1)}^c) \right) + \\ & + \frac{(1-2\mu)(\varepsilon_{rr(i)}^c - \varepsilon_{\theta\theta(i)}^c)}{r_i} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Таким образом, на каждом шаге по времени нелинейная задача сводится к линейной, и к решению можно применить многочисленные методы, развитые для линейных систем [158].

Отметим, что полученная система сеточных уравнений (3.49) имеет матрицу трехдиагональной структуры. Для решения таких систем удобно использовать метод матричной прогонки. Продемонстрируем это на конкретном примере численной реализации, разработав эффективную схему и построив вычислительный алгоритм решения задачи (3.49), (3.50) для сплошного цилиндра на основе метода правой прогонки [174].

Пусть t_0 – момент времени, соответствующий началу процесса деформирования из исходного равновесного состояния, для которого известны значения механических нагрузок, температура, флюенс и характеристики материала. Для каждого последующего момента времени $t_n = t_{n-1} + \Delta t$ (текущего) считаем известными внешнее воздействие в виде значения термического и радиационного нагружения ($\Phi = \varphi t_n$), а также значения поверхностных сил и перемещений, составляющих граничные условия (3.40). Полагаем, что при любом текущем моменте времени t_n все характеристики необратимого деформирования, являются функциями перемещений и координат точек тела. Рассмотрим деформирование сплошного цилиндра, соответствующее моментам времени t_0 и $t_0 + \Delta t$, отвечающим двум НДС: исходному и текущему. Для наглядности устанавливаем $t_0 = 0$ (т.е. $n=0$, $t_n = n\Delta t$). Таким образом, на первом временном этапе решается чисто термоупругая задача ($S^{(0)}=0$, $\varepsilon^{\alpha(0)}=0$).

По теории метода правой прогонки, значения перемещений в узлах сетки можно выразить соотношениями

$$u_{i-1} = X_i u_i + Z_i, \quad (3.51)$$

где X_i и Z_i – прогоночные коэффициенты, $i=1, 2, \dots, N$ (здесь и далее по тексту верхний временной индекс $n=0$ пропущен). Граничное значение перемещений, необходимое для начала вычислительного процесса, определяется выражением

$$u_N = R_{ext} \frac{P_{ext}(1+\mu)(2\mu-1)h + E(1+\mu)h\varepsilon_N^{th} - (\mu-1)EZ_N}{E(R_{ext}(1-\mu) + \mu h + R_{ext}(\mu-1) \cdot X_N)}. \quad (3.52)$$

Начальные значения прогоночных коэффициентов задаются первым из условий (3.40)

$$X_1 = -\beta_1 / \alpha_1, \quad Z_1 = \gamma_1 / \alpha_1. \quad (3.53)$$

Для вычисления оставшихся $N-1$ коэффициентов прогонки необходимо составить рекуррентные соотношения. Для рассматриваемого момента времени ($t_0=0$) имеем

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= \frac{2r_i^2 + r_i h}{4r_i^2 + 2h^2 + (r_i h - 2r_i^2) X_i}, \\ Z_{i+1} &= \frac{2r_i^2 h(1+\mu)(\varepsilon_{i-1}^{th} - \varepsilon_i^{th}) + (1-\mu)(r_i h - 2r_i^2) Z_i}{(1-\mu)(4r_i^2 + 2h^2 + (r_i h - 2r_i^2) X_i)}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Дальнейшее решение задачи по методу правой прогонки заключается в последовательном вычислении прогоночных коэффициентов $X_2, Z_2, X_3, Z_3, \dots, X_N, Z_N$, двигаясь вдоль интервала интегрирования слева направо (прямая прогонка). После чего, «пробегая» справа налево (обратная прогонка), по рекуррентным соотношениям (3.51) определяются значения функции перемещений во всех узлах сетки $U_{N-1}, U_{N-2}, \dots, U_0$. Последние представляют собой перемещения точек исследуемого цилиндра на начальном этапе деформирования.

На втором этапе $n=1$ ($t_1=t_0+\Delta t$), считая, что флюенс нейтронов превысил условный «инкубационный» период, но не достиг периода насыщения, учитываются неравномерные радиационные деформации $\varepsilon^S = 1/3 S [T(r), \varphi t_1]$ (объемное распухание) и постоянно накапливаемые деформации термической и радиационной ползучести. Численная схема полностью аналогична вышеизложенному начальному этапу деформирования, за исключением части вычисления второго прогоночного коэффициента при прямой прогонке и значения перемещений на внешней границе при обратной. Эти изменения обусловлены появлением деформаций распухания и ползучести в правой части разрешающих уравнений (3.50) и граничного условия (3.52). Рекуррентные формулы для определения коэффициентов прямой прогонки для текущего момента времени $n=1$ ($t_1=\Delta t$) задаются соотношениями

$$Z_{i+1}^n = \frac{2r_i h(1+\mu)r_i(\varepsilon_{i-1}^{th} - \varepsilon_i^{th} + \varepsilon_{i-1}^{s(n)} - \varepsilon_i^{s(n)}) -}{(1-\mu)(4r_i^2 + 2h^2 + (r_i h - 2r_i^2)X_i)} -$$

$$- \frac{2r_i h(1-2\mu)\left(\left(\varepsilon_{rr(i)}^c - \varepsilon_{rr(i-1)}^c\right)r_i + \left(\varepsilon_{rr(i)}^c - \varepsilon_{\theta\theta(i)}^c\right)h\right) + c_i Z_i^n}{(1-\mu)(4r_i^2 + 2h^2 + (r_i h - 2r_i^2)X_i)};$$

$$U_N^n = R_{ext} \frac{P^n(1+\mu)(2\mu-1)h + E\left((1+\mu)h(\varepsilon_N^{th} + \varepsilon_N^{s(n)}) + (1-2\mu)\varepsilon_{rr(N)}^c - (\mu-1)Z_N^n\right)}{E(R_{ext}(1-\mu) + \mu h + R_{ext}(\mu-1)X_N)}, \quad (3.55)$$

где c_i, X_i определены в (3.49) и (3.54), а начальные значения прогоночных коэффициентов устанавливаются выражениями (3.53). Значение необратимых деформаций радиационного распухания, накопившихся за промежутки времени Δt , определяем по известному закону

$$\varepsilon_j^{S(n)} = \varepsilon^S(t_n) = 1/3 S[T(r_j), \varphi t_n]. \quad (3.56)$$

Для вычисления ползучести необходимо организовать отдельную вычислительную процедуру, основанную на расчетных положениях теории типа течения [98]. Так, при известном законе изменения интенсивности скорости ползучести $\dot{\varepsilon}_U^C = F_C(\sigma_U^{n-1}, t, T, \Phi)$, скорость деформации ползучести для каждой точки по радиусу тела на каждом временном шаге определим согласно (3.30). После чего, рассчитывается суммарная деформация ползучести. Заметим, что характеристики НДС должны находиться для каждого временного шага и экстраполирование значений начального решения не допускается. Таким образом, деформации ползучести, например, в радиальном направлении можно определить как

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr(i)}^{C(n)} &= \varepsilon_{rr(i)}^{C(n-1)} + \dot{\varepsilon}_{rr(i)}^{C(n)} \Delta t; \quad \dot{\varepsilon}_{rr(i)}^{C(n)} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{U(i)}^{C(n-1)}}{\sigma_{U(i)}^{(n-1)}} \left(2\sigma_{rr(i)}^{(n-1)} - \sigma_{\theta\theta(i)}^{(n-1)} - \sigma_{zz(i)}^{(n-1)} \right), \end{aligned} \quad (3.57)$$

где $\dot{\varepsilon}_{U(i)}^{C(n-1)} = F_C(\sigma_{U(i)}^{n-1}, t_{n-1}, T_i, \varphi t_{n-1})$ – закон ползучести в дискретной форме, включающий как тепловую, так и радиационную составляющую. Ползучесть в окружном и осевом направлении определяется аналогично (3.57), заменой соответствующих индексов. После вычисления необратимых деформаций проводится их конечноразностная аппроксимация в (3.54) и (3.55), запускается алгоритм прямой прогонки и вычисляются перемещения внешнего контура U_N^n . При известных U_N^n значения перемещений во внутренних точках определяются обратной прогонкой по (3.51). Далее пересчитываются компоненты тензора деформаций и тензора напряжений с учетом накопившихся необратимых деформаций материала за время Δt . По окончании текущего счета фиксируются величины, характеризующие НДС каждой точки тела в конце n -го этапа нагружения, и начинается расчет $(n+1)$ -го этапа. В результате для получения решения на новом $n+1$ временном слое снова решается система неоднородных линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Таким образом, в полном соответствии с

вышеизложенным алгоритмом, поэтапно строится численное решение задачи. Расчетная схема представлена на рис. 3.4, а.

Во время проведения вычислительного процесса необходимо контролировать накопление погрешностей счета, которые, могут привести к количественному искажению или даже к качественно неверным результатам. Используемый метод решения будет устойчив к погрешностям округлений, так как для коэффициентов общей аппроксимирующей системы условия сходимости [157] выполняются:

$$|\alpha_1| \geq |\beta_1|, \quad (3.58)$$

$$|b_i| \geq |c_i| + |a_i|, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.59)$$

Значит, при вычислении коэффициентов прогонки ошибки округления возрастать не будут. Также на коэффициенты и правые части системы (3.49) можно наложить ограничения $b_i > 0, c_i > 0, b_i > a_i + c_i + \delta, \delta > 0$ (δ – параметр регуляризации) при которых исследуемая система всегда будет иметь единственное и ограниченное решение, удовлетворяющее оценкам [158]. Вместе с тем при введении параметра регуляризации в конечно-разностном операторе может измениться собственное значение искомых функций. Поэтому подбору этого коэффициента для данной задачи необходимо уделить особое внимание, поскольку при малых значениях δ точности используемых в компьютерных расчетах типов данных может не хватить для корректной работы программы, а в случае большого значения δ скорость роста сеточных функций может оказаться недостаточной для аппроксимации квазистатических условий нагружения.

Рассмотрим расчетную модель для двусвязной цилиндрической области (полый цилиндр), внутренний контур которой образован дугой окружности радиуса R_{int} а внешний контур представлен окружностью радиуса R_{ext} , как указано на рис. 3.1. Система разрешающих конечно-разностных уравнений, аппроксимирующих краевую задачу полого цилиндра, имеет такой же вид (3.49), но решается с учетом граничных условий в напряжениях (3.34). После перехода от напряжений к перемещениям по (3.38) и конечно-разностной аппроксимации последних (3.44)-(3.48) матрица системы (3.49) примет трехдиагональную структуру, в силу чего ее решение также может быть получено методом прогонки. В то же время, эффективная численная схема и алгоритм решения, отвечающие критериям сходимости и устойчивости к накоплению

погрешностей, для полого цилиндра с учетом ограничений (3.34) строится на основе метода левой прогонки [157,158]. Как и прежде, методика и алгоритм решения должны предусматривать на каждом шаге вычисление необратимых деформаций радиационного набухания и ползучести, постоянно изменяющихся во времени. Отметим, что принципиальной особенностью численного подхода в данном случае является первый порядок аппроксимации граничных условий (3.34). Т.е. порядок аппроксимации в граничных узлах модельного тела будет ниже порядка аппроксимации во внутренних узлах. При этом глобальный порядок приближений для всей расчетной области, равный наименьшему относительно всех узлов сетки, снижается до $O(h)$. Одним из способов его повышения является использование формул численного дифференцирования более высокого порядка, найденных, например, с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа или интерполяционных формул Ньютона. Так, для аппроксимации граничных условий используется следующая конечно-разностная схема

$$\frac{du^n(R_{\text{int}})}{dr} = \frac{-3u_0^n + 4u_1^n - u_2^n}{2h} + O(h^2), \quad (3.60)$$

$$\frac{du^n(R_{\text{ext}})}{dr} = \frac{3u_N^n - 4u_{N-1}^n + u_{N-2}^n}{2h} + O(h^2). \quad (3.61)$$

Заметим, что в случае использования изложенной выше неявной конечно-разностной схемы, аппроксимация граничных условий имеет принципиальное значение. Так как нужно постоянно следить за диагональным преобладанием матрицы, чтобы не нарушалось условие применимости метода прогонки. Но в целом, как показали вычислительные эксперименты, такой подход позволяет повысить как порядок аппроксимации граничных условий (3.34), так и глобальный порядок аппроксимации исследуемой системы (3.49). Обратим внимание, что для повышения аппроксимации условий (3.40) сплошного цилиндра можно также использовать (3.61). Заметим, что получающаяся при этом система неоднородных алгебраических уравнений потеряет трехдиагональный вид: третье уравнение (3.49) будет иметь три неизвестных. Впрочем, этот недостаток легко устраним: путем линейной комбинации первого уравнения с последним можно добиться исключения третьего неизвестного. Расчетная схема для толстостенного цилиндра представлена на рис. 3.4, б.

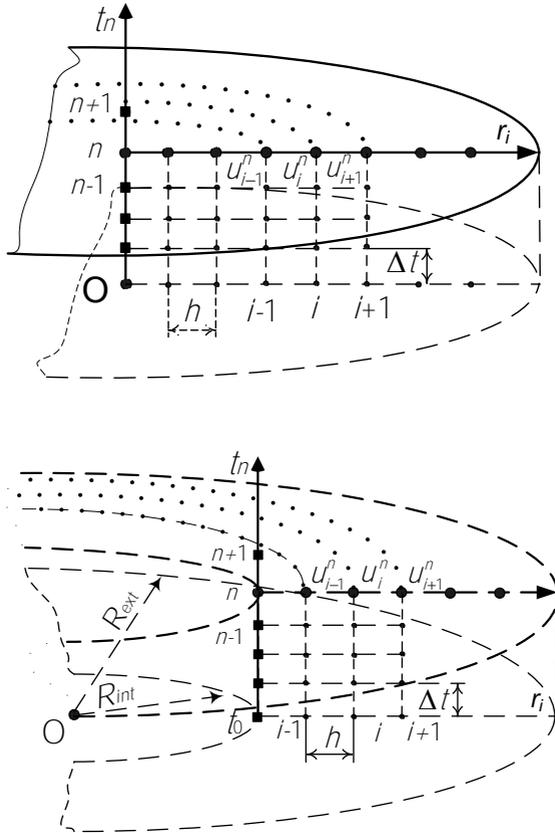


Рис. 3.4. Схема и конечно-разностный шаблон пространственно-временного разбиения сечения сплошного (а) и полого (б) цилиндров при квазистатическом деформировании

Отметим, что для полого цилиндрического тела с граничными условиями (3.34) несколько более эффективным является построение численного решения в напряжениях. В таком случае вместо равенства (3.39) механической модели в перемещениях необходимо использовать следующее основное разрешающее уравнение в искомых напряжениях

$$r \frac{d^2 \sigma_{rr}}{dr^2} + 3 \frac{d\sigma_{rr}}{dr} = \frac{E}{(\mu^2 - 1)} \left((\mu + 1) \left(\frac{d\varepsilon^{th}}{dr} + \frac{d\varepsilon^s}{dr} \right) - \frac{d\varepsilon_{00}^c}{dr} (\mu - 1) - \mu \frac{d\varepsilon_{rr}^c}{dr} + \frac{\varepsilon_{00}^c - \varepsilon_{rr}^c}{r} \right). \quad (3.62)$$

Преимущество модели (3.62), (3.34) состоит в том, что аппроксимация граничных условий никак не влияет на глобальный порядок точности решения соответствующей разностной системы. Действительно, когда искомыми сеточными функциями являются напряжения, (3.34) являются условиями первого рода и аппроксимируются точно в узлах. Недостаток – проигрыш в общности модели и невозможность учета возможных условий в перемещениях.

Следует отметить, что вышеперечисленная методика и алгоритмы описывают НДС в случае плоской деформации ($\varepsilon_{zz}=0$). Помимо жесткого закрепления, существуют условия на торцах, приводящие к обобщенной плоской деформации: случай свободных торцов (усилий не приложено, но имеет место температурная деформация, распухание и ползучесть)

$$2\pi \int_0^{R_{ext}} \sigma_{zz} r dr = 0 \quad (3.63)$$

и случаю независимой продольной деформации (случай нагруженных торцов)

$$2\pi \int_0^{R_{ext}} \sigma_{zz} r dr = -\pi R_{ext}^2 P_z(t), \quad (3.64)$$

где $P_z(t)$ – внешнее давление на торцевую поверхность тела в текущий момент времени. Для корректного учета последних двух случаев в процессе расчета необходимо непрерывно определять постоянную осевую деформации на каждом n -ом этапе нагружения. Таким образом, найдя перемещения для случая плоской деформации ($\varepsilon_{zz}=0$), необходимо проинтегрировать общее выражение для осевого напряжения с учетом $\varepsilon_{zz} \neq 0$

$$\sigma_{zz}^{(n)} = \frac{E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} (\varepsilon_{zz}^{(n)} (1 - \mu) + \mu (\varepsilon_{rr}^{(n)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)}) - (\varepsilon_i^{th} + \varepsilon_i^{s(n)}) (1 + \mu) + (2\mu - 1) \varepsilon_{zz}^{c(n)}) \quad (3.65)$$

и, используя одно из условий (3.60), (3.61), определить постоянную осевую деформацию $\varepsilon_{zz}(t) = C(t)$ для текущего момента времени t_i :

$$\varepsilon_{zz} = \frac{2}{R_{ext}^2(1-\mu)} \left[\int_0^{R_{ext}} (1+\mu)(\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) r dr + (1-2\mu) \left(\int_0^{R_{ext}} \varepsilon_{zz}^c r dr \right) - \right. \\ \left. - \mu \int_0^{R_{ext}} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) r dr \right] - \frac{P_z (1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)}. \quad (3.66)$$

Причем интегрирование удобно проводить в квадратурах, заменяя интегралы конечной суммой по формуле Симпсона (формула парабол). Определив осевую деформацию, следует откорректировать НДС. Как уже было сказано, эту процедуру можно осуществить двумя способами. Первый – учесть найденную константу в вычислительном алгоритме по граничным условиям (3.43) и пересчитать задачу для текущего времени заново, чтобы получить истинные значения перемещений, деформаций и осевого напряжения. Второй способ заключается в непосредственном определении истинных перемещений через радиальные и окружные напряжения (на которые, как уже отмечалось, не влияет осевая деформация), а также с помощью выражения (3.61) для осевых напряжений. Так из физических уравнений (3.28) для окружной деформации по формулам Коши можно выразить радиальные перемещения исследуемого тела за n -ый этап нагружения

$$u_i^n = \frac{r_i}{E} \left(\sigma_{\theta\theta}^n(t) - \mu(\sigma_{rr}^n(t) + \sigma_{zz}^n(t)) \right) + r_i \left(\varepsilon_i^{th} + \varepsilon_i^{s(n)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{c(n)} \right) \quad (3.67)$$

После этого останется только пересчитать истинные значения окружных и радиальных деформаций по формулам (3.18), представленным в конечно-разностном виде.

Таким образом, в соответствии с вышеизложенным, алгоритм определения обобщенного плоского НДС определяется по первому варианту схемой

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{s(0)}, \varepsilon^{c(0)}, \varepsilon^{th(0)} = \varepsilon^{th} \xrightarrow{(3.40),(3.49)-(3.54)} U_*^{(0)} \xrightarrow{(3.4),(3.66)} \\
& \rightarrow \varepsilon_{zz}^{(0)} \xrightarrow{(3.40),(3.43),(3.49)-(3.54)} U^{(0)} \xrightarrow{(3.4)} \varepsilon_{rr}^{(0)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \xrightarrow{(3.38)} \\
& \rightarrow \sigma_{ij}^{(0)} \xrightarrow{(3.56),(3.57)} \varepsilon^{s(n)}, \varepsilon_{ij}^{c(n)} \xrightarrow{(3.40),(3.49)-(3.51),(3.53)-(3.55)} \\
& \rightarrow U_*^{(n)} \xrightarrow{(3.4),(3.66)} \varepsilon_{zz}^{(n)} \xrightarrow{(3.40),(3.43),(3.49)-(3.51),(3.53)-(3.55)} \\
& \rightarrow U^{(n)} \xrightarrow{(3.4)} \varepsilon_{rr}^{(n)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} \xrightarrow{(3.38)} \sigma_{ij}^{(n)} \xrightarrow{(3.56),(3.57)} \\
& \varepsilon^{s(n+1)}, \varepsilon_{ij}^{c(n+1)} \xrightarrow{(3.40),(3.49)-(3.51),(3.53)-(3.55)} U_*^{(n+1)} \xrightarrow{(3.4),(3.66)} \\
& \rightarrow \varepsilon_{zz}^{(n+1)} \xrightarrow{(3.40),(3.43),(3.49)-(3.51),(3.53)-(3.55)} \\
& \rightarrow U^{(n+1)} \xrightarrow{(3.4)} \varepsilon_{rr}^{(n+1)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(n+1)} \xrightarrow{(3.38)} \sigma_{ij}^{(n+1)}.
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Второй вариант можно представить следующей последовательностью вычислительных мероприятий:

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{s(0)}, \varepsilon^{th}, \varepsilon^{c(0)} \xrightarrow{(3.40),(3.49)-(3.54),(3.38)} U_*^{(0)}, \sigma_{rr}^{(0)}, \sigma_{\theta\theta}^{(0)} \xrightarrow{(3.38),(3.4),(3.65),(3.66)} \\
& \varepsilon_{zz}^{(0)}, \sigma_{zz}^{(0)} \xrightarrow{(3.67)} U^{(0)} \xrightarrow{(3.4),(3.38)} \varepsilon_{rr}^{(0)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}, \sigma_{ij}^{(0)} \xrightarrow{(3.56),(3.57)} \varepsilon^{s(n)}, \varepsilon_{ij}^{c(n)} \rightarrow \\
& \xrightarrow{(3.40),(3.49)-(3.51),(3.53)-(3.55),(3.38)} U_*^{(n)}, \sigma_{rr}^{(n)}, \sigma_{\theta\theta}^{(n)} \xrightarrow{(3.4),(3.65),(3.66)} \\
& \varepsilon_{zz}^{(n)}, \sigma_{zz}^{(n)} \xrightarrow{(3.65),(3.66)} U^{(n)} \xrightarrow{(3.4),(3.38)} \varepsilon_{rr}^{(n)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)}, \sigma_{ij}^{(n)} \xrightarrow{(3.56),(3.57)} \\
& \varepsilon^{s(n+1)}, \varepsilon_{ij}^{c(n+1)} \xrightarrow{(3.40),(3.49)-(3.51),(3.53)-(3.55),(3.38)} U_*^{(n+1)} \xrightarrow{(3.4),(3.38),(3.65),(3.66)} \\
& \varepsilon_{zz}^{(n+1)}, \sigma_{zz}^{(n+1)} \xrightarrow{(3.65),(3.66)} U^{(n+1)} \xrightarrow{(3.4),(3.38)} \varepsilon_{rr}^{(n+1)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(n+1)}, \sigma_{ij}^{(n+1)}.
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Аналогично, как для сплошного тела, обобщенное плоскодеформированное состояние толстостенного цилиндра может быть представлено несколькими частными случаями нагружения торцов модельного тела. Для полого цилиндра условия (3.63), (3.64) примут вид

$$2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \sigma_{zz}^n r dr = 0, \tag{3.70}$$

$$2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \sigma_{zz}^n r dr = -\pi(R_{ext}^2 - R_{int}^2) P_z^n, \tag{3.71}$$

где P_z – внешнее давление на торцевую поверхность цилиндрического тела в текущий момент времени t_n . Для корректного учета таких вариантов необходимо определять осевую деформацию на каждом n -ом

этапе нагружения из условия баланса осевых сил. В общем случае постоянная осевая деформация для текущего момента времени t_n будет выражаться

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}^n = & \left(\frac{2}{R_{ext}^2 - R_{int}^2} \right) \left[\int_{R_{int}}^{R_{ext}} \left(\varepsilon^{th} + \varepsilon^{s(n)} + \varepsilon_{zz}^{c(n)} \right) r dr - \right. \\ & \left. - \frac{2\mu}{(R_{ext}^2 - R_{int}^2)E} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \left(\sigma_{rr}^n + \sigma_{\theta\theta}^n \right) r dr \right] - \frac{P_z^n}{E}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Также отметим, что дополнительно возможен вариант учета закрытого полого цилиндрического тела (например, труба с днищами)

$$2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \sigma_{zz}^n r dr = -\pi \left(R_{ext}^2 P_z^n - R_{int}^2 P_{int}^n \right) \quad (3.73)$$

Вычислительный алгоритм учета ε_{zz} в НДС строится аналогично схемам (3.68), (3.69).

Систему конечно-разностных уравнений аппроксимирующих исходные соотношения для многослойного сплошного или полого цилиндрического тела, можно получить из вышеприведенных соотношений для однослойного сплошного и полого тела соответственно. Основное отличие заключается в том, что общее решение определяющих уравнений строится отдельно для каждого силового слоя, а для учета обобщенной плоской деформации вместо (3.63), (3.64), (3.70), (3.71) необходимо использовать (3.36) и (3.37). Так, для многослойного цилиндра нужно разделить интегрируемую область $R_{int} \leq r \leq R_{ext}$ на N_r равных полых цилиндрических сегментов по числу слоев (для сплошного $R_{int} = 0$):

$$r^J \leq r \leq r^{J+1}; \quad J = 1, 2, 3, \dots, N_r; \quad (3.74)$$

$$\Delta r = \Delta r^J = \Delta r^{J+1} - r^J = (R_{ext} - R_{int}) / N_r. \quad (3.75)$$

Далее численное решение полученных определяющих уравнений строится для каждого силового слоя с учетом условий «сшивки» (3.35), например, (3.41) или (3.42). Принципиальное отличие в построении вычислительного процесса – это введение фиктивных усилий на границе слоев в алгоритме определения НДС для соблюдения общих условий внутри слоев (3.35). В противном случае, как показали вычислительные эксперименты, указанные условия выполняться не будут и возникнут скачки радиальных перемещений и напряжений. Фиктивные усилия должны представлять новые граничные условия, исходящие из значения

найденного напряжения на стыке слоев для предыдущего слоя. После чего задача решается для текущего слоя по общему алгоритму, а найденные напряжения на границе слоя передаются в виде граничных условий для краевой задачи последующего соседнего слоя и т.д. Последовательно удаляя изнутри слои и выбирая внутреннее давление, согласно наблюдаемым зависимостям давления во внутреннем объеме от времени, можно получить изменение НДС в процессе квазистатического нагружения. Общее решение определяющих уравнений строится последовательно для каждого слоя, по разработанному алгоритму для полого цилиндра, а обобщенная деформация вычисляется по (3.36) и (3.37). Разработанная методика расчета цилиндрических тел позволяет учесть комплексное воздействие механических, температурных и радиационных нагрузок, не ограничивая число рассматриваемых слоев.

Таким образом, представленная базовая механико-математическая модель позволяет определять НДС и проводить оценку работоспособности полых и сплошных, однослойных и многослойных цилиндрических тел. Разработанные методика и вычислительные процедуры также позволяют эффективно оценить изменение НДС в процессе квазистатического термосилового и радиационного нагружения. Данный подход и алгоритм расчета, основанный на теории течения, позволяют исследовать кинетику НДС, что является очень важным вопросом для прикладных исследований долговечности различных элементов конструкций и компонентов оборудования, эксплуатируемых в экстремальных условиях. Примеры тестовых расчетов представлены в следующем разделе.

3.3 Моделирования кинетики НДС конструктивных элементов при термосиловом нагружении и нейтронном облучении с учетом тепловой и радиационной ползучести

На основании математических моделей, алгоритмов и вычислительных процедур, рассмотренных в разделах 3.2 и 3.3, разработан пакет вычислительных компьютерных программ. Все программы являются оригинальными и использующими расчетные соотношения представленные выше. Разработанные отдельные коды для удобства проведения виртуальных (численных) экспериментов и дальнейшей обработки получаемых результатов были сведены в единый программный комплекс, который может быть использован для работы на

персональных компьютерах, под управлением операционной системы Windows XP и выше. Для тестирования разработанной программы и сравнения полученных результатов с решениями, полученными по другим методикам и алгоритмам, решены конкретные задачи по определению НДС. Отметим, что все решения рассматриваемых далее модельных и тестовых задач были получены с использованием лицензионной программной среды Visual Studio 2011 Express, которая была бесплатно предоставлена компанией Microsoft для использования в научно-исследовательских целях.

Заметим, что полученные числовые данные в целом носят оценочный характер и рассматриваются, в первую очередь, как иллюстрация решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, определяющих деформирование цилиндрических тел в зависимости от распределения набухания, температур и деформаций ползучести, а также как апробацию на практике и тестирование общего численного метода решения указанного класса осесимметричных задач. Для удобства, полноты восприятия и дальнейшего анализа картины деформирования, будем выводить результаты расчета НДС в виде поверхности напряжений, деформаций и перемещений (рис. 3.5).

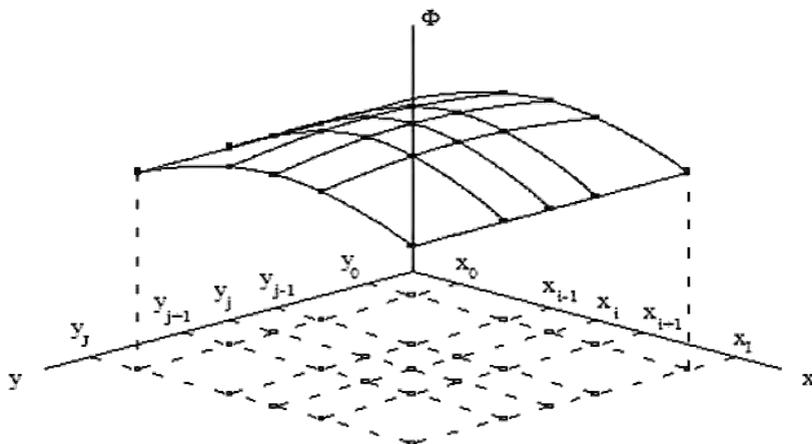


Рис. 3.5. График поверхности искомой функции характеристик НДС модельного тела

Далее рассмотрим основные результаты.

3.3.1 Сплошной и полый тепловыделяющий цилиндр

В качестве первого примера рассмотрим задачу определения НДС длинного цилиндра с равномерным тепловыделением по сечению $Q(r) = const$ и отводом тепла от внешней поверхности. Температура внешней поверхности (T_{ext}) считается известной (на основании решения задачи теплообмена с окружающей средой). В дальнейшем принимаем, что цилиндрическое тело с постоянной теплопроводностью λ находится в условиях стационарного температурного поля, описываемого уравнением Пуассона [21]:

$$\frac{d^2 T(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT(r)}{dr} + \frac{Q}{\lambda} = 0, \quad (3.76)$$

которое при отсутствии источников тепловыделения переходит в уравнение Лапласа.

Геометрические характеристики двух модельных тел были приняты следующими: радиус сплошного цилиндра $R=0.003$ м, а внутренний и наружный радиусы полого цилиндра равны $R_{int}=0.004$ м и $R_{ext}=0.005$ м. Материал обладает следующими осредненными по сечению физико-механическими постоянными: $E=1.85 \cdot 10^5$ МПа; $\mu=0.29$; $\alpha=11.3 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\lambda=18$ Вт/(м·К); $Q=3.234 \cdot 10^9$ Вт/м³. В сечениях цилиндров действуют равномерно распределенные источники тепла, а распределение температуры в расчетной области описывается стационарным соотношением теплопроводности (3.76). Причем температура внешней поверхности цилиндра в обоих случаях известна $T_{ext}=873$ К. Кроме этого, модельные тела подвергаются равномерному давлению со стороны внешней поверхности $P_{ext}=8$ МПа при одновременном воздействии неоднородного температурного поля $T(r)$, которое задавалось в аналитическом виде на основании уравнения (3.76), как для тел, охлаждаемых с внешней поверхности. Его решение для сплошного цилиндра

$$T(r) = \frac{Q}{4\lambda} (R^2 - r^2) + T_{ext} \quad (3.77)$$

для полого цилиндра

$$T(r) = \frac{QR_{int}^2}{4\lambda} \left[\frac{R_{ext}^2 - r^2}{R_{int}^2} + \ln \left(\frac{r}{R_{ext}} \right) \right] + T_{ext} \quad (3.78)$$

Для наглядности в модельных задачах принимаем внешнее давление постоянным, хотя учесть изменение механического нагружения во времени не составляет труда: численная схема построена так, что вычислительный алгоритм является универсальным для входных данных и подходит для решения широкого круга подобных задач. Таким образом, решается задача о ползучести сплошного и полого цилиндров под внешним давлением с учетом терморadiационного нагружения. Следует отметить, что для тепловыделяющего материала (ядерное топливо) надежные эмпирические зависимости для ползучести и распухания установить крайне сложно вследствие трудности получения внутриреакторных экспериментальных данных и ограничений по их публикации в открытой печати.

Согласно [105,106,109,110], предполагаем, что влияние напряжения на скорость ползучести можно представить в виде суммы двух членов: линейного радиационного и нелинейного термического. Закон ползучести тепловыделяющего материала на установившейся стадии принят в виде [110]

$$\dot{\epsilon}_U^c = C\sigma_U^m + D\sigma_U, \quad (3.79)$$

где C , D – модули тепловой и радиационной ползучести; m – показатель тепловой ползучести ($5 < m < 6$). Например, при $m=5.4$; 5.22 значения модуля тепловой ползучести равны соответственно $2.35 \cdot 10^{-9} (кзс/мм^2)^{-5.4} ч^{-1}$ и $5.5 \cdot 10^{-22} (кзс/мм^2)^{-5.22} ч^{-1}$.

Считаем, что для определения распухания топливных композиций делящихся материалов можно использовать модель квазистатических газовых пор в предположении, что поры в топливном материале малоподвижны и в среднем имеют одинаковый размер. Таким образом, распухание материала подчиняется эмпирическим зависимостям, рекомендуемым в [106,107,147], в соответствии с решениями интегродифференциальных уравнений распухания [110,114], которые были получены на основе модели сферических ячеек. Альтернативой, заданному распределению распухания для керметного топлива могут служить корреляционные уравнения [147], описывающие распухание карбидов и нитридов урана в зависимости от рабочих параметров и химического состава.

Полученные результаты сравнительных расчетов для большей наглядности сведены в таблицу 3.1. В ней представлены качественные и количественные распределения характеристик НДС тепловыделяющих

полого и сплошного цилиндров, в зависимости от радиальной координаты и времени деформирования. Заметим, что из-за большого диапазона изменения радиационного распухания и деформаций ползучести материала, масштаб изображения величин принимает для наглядности несколько условный характер.

Проанализируем основные результаты численного моделирования НДС тел цилиндрической формы, находящихся в условиях обобщенной плоской деформации с равномерно распределенными по объему источниками тепла.

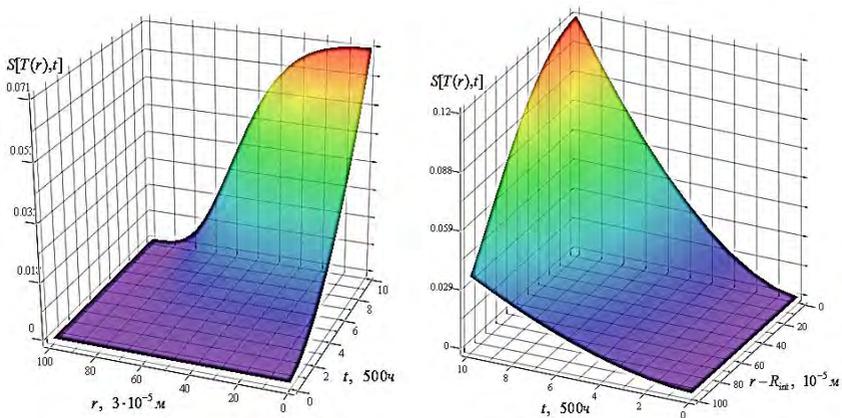


Рис. 3.6. Изменение полного распухания по сечению сплошного а) и полого б) цилиндрических модельных тел

Изменение полного распухания со временем в поперечном сечении модельных тел наглядно показано на рис. 3.6. Неравномерность распределения радиационных деформаций по сечению цилиндрических тел вызвана, в первую очередь, радиально-неоднородным распределением температурного поля (3.77), (3.78). Так, с учетом равномерного тепловыделения ($Q=3.234 \cdot 10^9$ Вт/м³) перепад температуры по радиусу сплошного цилиндра составил 272 К, а по радиусу полого – 58 К. В то же время, несмотря на меньший градиент температуры, локальное распухание полого тепловыделяющего цилиндра выше, чем в соответствующих точках сплошного. Интегральное радиационное распухание тепловыделяющего тела двусвязной цилиндрической геометрии также превосходит распухание сплошного цилиндра на протяжении всех 5 000 часов нагружения. Таким образом, характерно общее увеличение распухания для цилиндрических тел с уменьшением

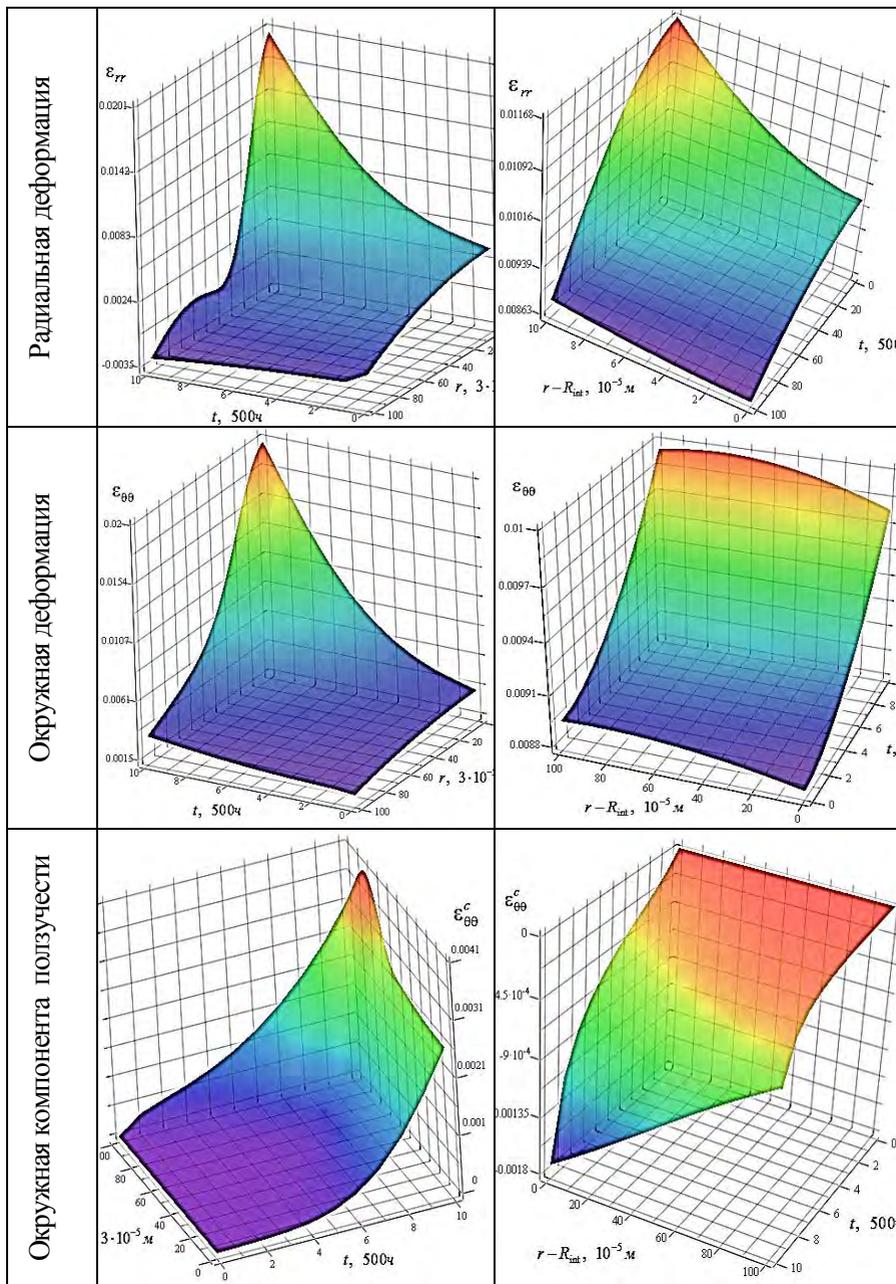
радиального градиента температур при одинаковом охлаждении внешней поверхности ($T_{ext}=873$ К). Эту особенность можно объяснить следующим. Напряжения в полом цилиндре по абсолютной величине меньше соответствующих напряжений в сплошном цилиндре на протяжении всех 5000ч деформирования. Тем самым, шаровая компонента тензора напряжений для сплошного цилиндра в 3.5–3 раза больше, чем в полом. Как следствие, суммарное гидростатическое обжатие материала в случае полого цилиндра меньше, чем в сплошном, что в свою очередь и способствует большему распуханию полого тела. В то же время, нужно отметить, что, несмотря на более высокое распухание полого тепловыделяющего цилиндра, его сечения оказались значительно менее напряженными по сравнению со сплошным цилиндром из аналогичного материала. При этом деформации ползучести в полом цилиндре в среднем не превышают десятой доли процента, тогда как в сплошном цилиндре ко времени $5 \cdot 10^3$ ч термосилового и радиационного воздействия они достигают 0.45%. Изменение со временем размеров модельных тел наглядно иллюстрируется эпюрами на рис. приведенных в таблице 3.1. для неупругих деформаций, на которых показано распределение деформации ползучести по сечениям цилиндров в кольцевом направлении. Так, если в сплошном теле величина окружной компоненты тензора деформаций ползучести во всех точках сечения положительна и возрастает с течением времени, что свидетельствует, в первую очередь, о том, что диаметр модельного тела со временем постепенно увеличивается, то в тепловыделяющем полом цилиндре деформации ползучести в окружном направлении в целом отрицательны и с течением времени возрастают по абсолютной величине, т.е. внутренний радиус R_{int} полого цилиндра уменьшается, при практически неизменном внешнем радиусе R_{ext} . Анализ поверхностей распределения напряжений по сечению цилиндров показывает, что возникающие в модельной среде напряжения значительно меняются со временем. Также наблюдается некоторая релаксация интенсивности напряжений, наиболее активно этот процесс протекает на внешней поверхности сплошного цилиндра. Начальные напряжения, вызванные термосиловым нагружением, с течением времени уменьшаются по мере накопления деформаций ползучести, но постепенный рост радиационного распухания вызывает замедление уменьшения интенсивности напряжений. Вместе с тем ближе к центральной оси сплошного тела наблюдается тенденция к увеличению первоначальных термосиловых напряжений по мере увеличения

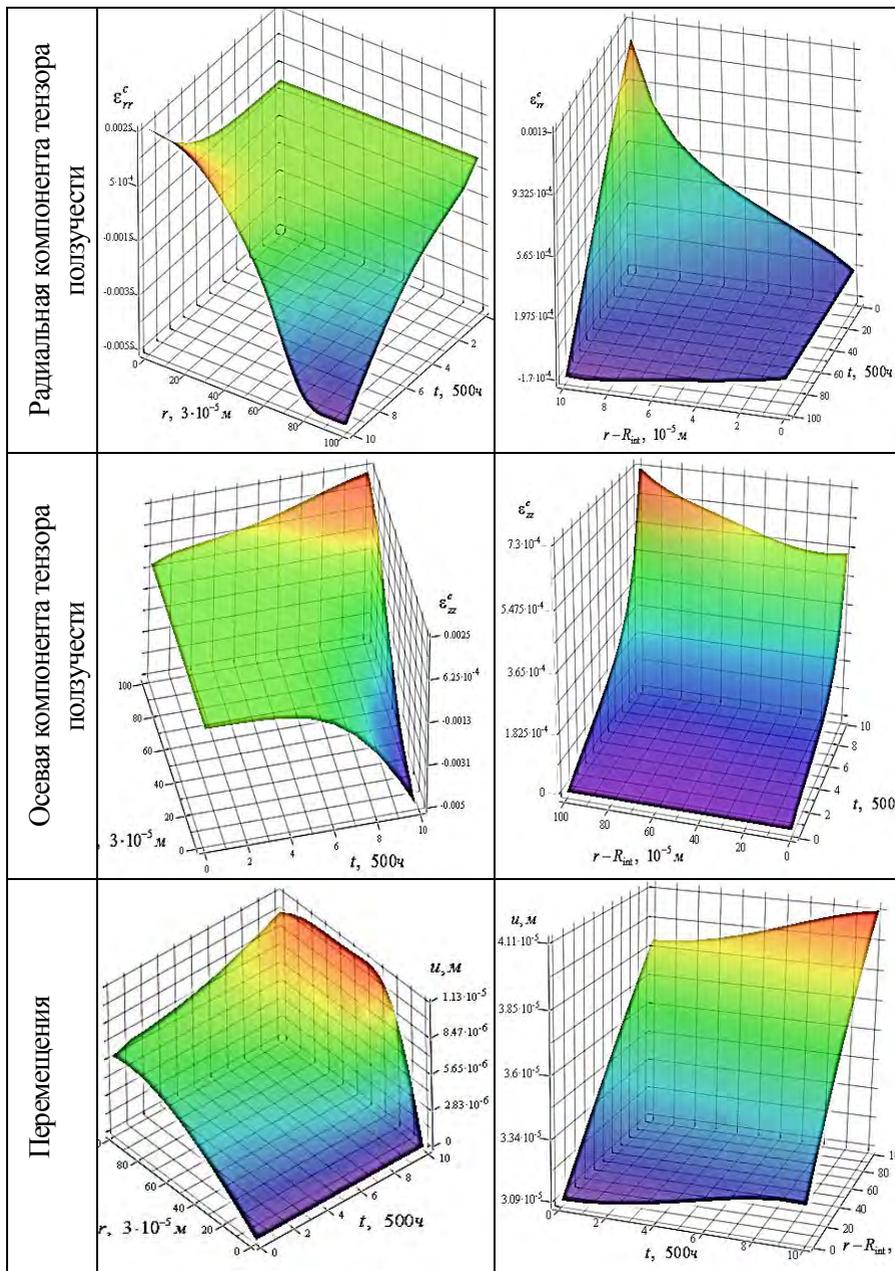
радиационных деформаций. Указанную закономерность можно объяснить перераспределением по сечению напряжений с течением времени в результате совместного действия ползучести и радиационного распухания. В дальнейшем, такая зависимость носит стабильный характер. В то же время для полого цилиндра напряжения во времени по абсолютной величине меняются в меньшей степени, чем для сплошного. Так, для полого цилиндра качественный характер распределения напряжений в первый момент времени (1000ч) незначительно отличается от распределения для сплошного (в это время распухание материала относительно мало и сравнимо по величине в сплошном теле). Однако, со временем распределение напряжений становится очень неравномерным, при этом в точках, близких к поверхности полого цилиндра, эти напряжения по величине близки к значениям в сплошном цилиндре при 3500–4000ч. Наибольшая интенсивность напряжений возникает на внутренней поверхности полого тепловыделяющего цилиндра в конечный момент времени (5000ч). Последнее объясняется значительным вкладом в общую картину НДС полого цилиндра радиационной составляющей, полная величина которой в указанных точках сечения достигает 12%.

Таким образом, можно сделать вывод, что в целом качественная картина поведения полого цилиндра практически не отличается от поведения сплошного, начиная с некоторого порогового значения параметра времени, величина которого определяется в первую очередь радиационной составляющей. В то же время, изменение механических характеристик для сплошного модельного тела нестабильно только в первые 1000 ч деформирования. Расчеты показали, что в дальнейшем зависимость напряжений от времени приобретает все более стабильно-установившийся характер. Таким образом, если сплошной конструктивный элемент не исчерпает свой запас прочности на начальном этапе нагружения вследствие высоких термоупругих напряжений, то в дальнейшем он останется вполне работоспособным, причем первоначальные напряжения за 5000ч снизятся на 57%, а максимальная величина окружной компоненты тензора полных деформаций составит 3.01%. Вместе с тем, необходимо следить за необратимыми деформациями, которые со временем могут, как нарушить исходную форму (и вызвать критическое формоизменение), так и быть первостепенной причиной разрушения модельного тела.

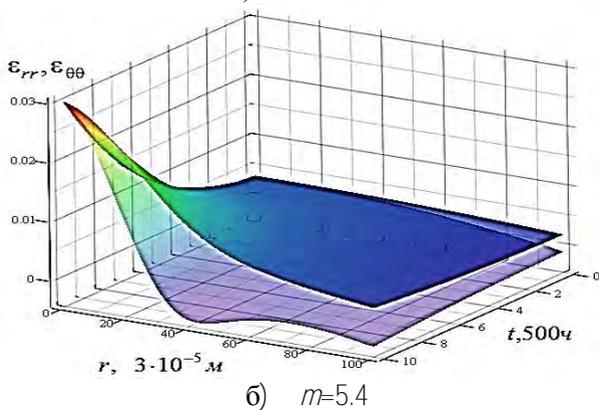
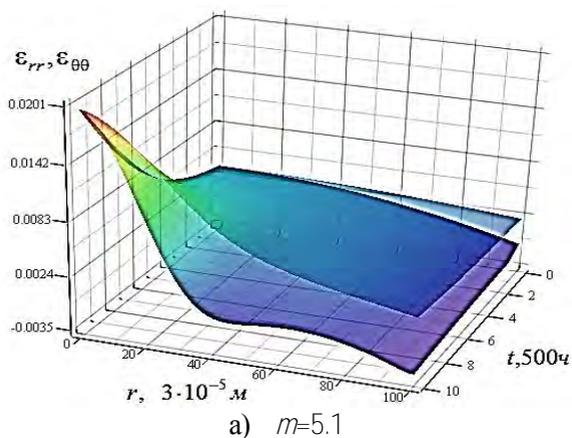
Табл. 3.1. Сравнительный анализа характеристик НДС полого и сплошного тепловыделяющих цилиндров

	сплошной цилиндр	полый цилиндр
Радиальное напряжение		
Интенсивность напряжений		
Среднее напряжение		





Анализ кинетики НДС модельных тел позволяет отметить интересную особенность их поведения в терморadiационных условиях нагружения. Она установлена в ходе проведенных виртуальных экспериментов и состоит в том, что деформированное состояние качественно меняется с изменением параметра ползучести m , причем увеличение показателя степени термической составляющей ползучести приводит со временем к выравниванию полных деформаций по радиусу сплошного цилиндрического тела. Ниже, на рис. 3.7, показано распределение радиальных и окружных компонент тензора деформаций по радиусу сплошного цилиндрического тела за общее время 5000 ч (поверхность окружных деформаций расположена сверху). Для сравнения на всех графиках изображены поверхности, соответствующие одинаковым материалам.



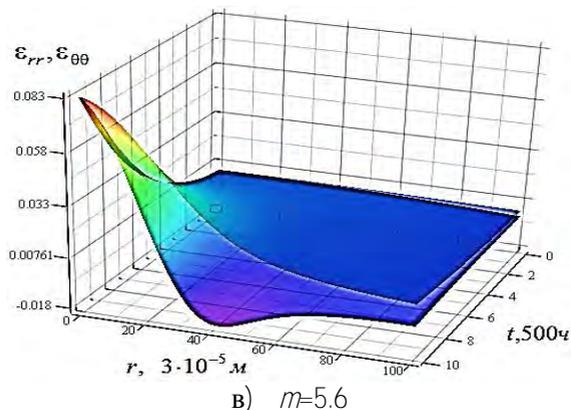


Рис. 3.7. Распределение радиальной ε_{rr} и окружной $\varepsilon_{\theta\theta}$ деформаций вдоль радиуса сплошного цилиндра при различных значения показателя ползучести m

Полученные в ходе расчетов числовые данные дают возможность утверждать, что с ростом параметра ползучести происходит некоторое выравнивание полных деформаций по сечению сплошного цилиндра: чем больше m , тем меньше перепад деформаций по сечению модели (таблица 3.2). Для сравнения выбраны точки на поверхности цилиндра в момент времени $t=5000$ ч и $t=2000$ ч (условия задачи те же).

Табл. 3.2 – Отношение величины радиальной и окружной компоненты тензора полных деформаций для сплошного цилиндра

m	$\varepsilon_{\theta\theta}(R) / \varepsilon_{rr}(R)$	
	$t=2000$ ч	$t=5000$ ч
5.1	3.001	3.411
5.2	3.641	1.712
5.4	3.532	1.375
5.6	3.004	1.145

Выполненный анализ в случае полого цилиндра показал обратную зависимость: со временем, с ростом параметра m , перепад деформаций по сечению увеличивается (таблица 3.3).

Табл. 3.3 – Отношение величины радиальной и окружной компоненты тензора полных деформаций для полого цилиндра при $t=5000$ ч

m	$\varepsilon_{\theta\theta}(r) / \varepsilon_{rr}(r)$	
	$r = R_{int}$	$r = R_{ext}$
5.1	0.637	1.551
5.4	0.395	1.758
5.6	0.266	3.428

Для сравнения, в начальный момент времени (при $t=0$) для полого цилиндра: $\varepsilon_{\theta\theta}(R_{int}) / \varepsilon_{rr}(R_{int}) = 0.889$, $\varepsilon_{\theta\theta}(R_{ext}) / \varepsilon_{rr}(R_{ext}) = 0.964$, а для сплошного имело место $\varepsilon_{\theta\theta}(R) / \varepsilon_{rr}(R) = 2.448$. Таким образом, можно сделать вывод, что для рассмотренных экстремальных условий нагружения, наряду с радиационными и силовыми составляющими, со временем, определяющими становятся деформации ползучести, причем в первую очередь термической. Представленные результаты виртуальных численных экспериментов показали, что для данного уровня температур обычная термическая ползучесть является доминирующей в процессе необратимого деформирования.

Валидация и верификация общей методики расчета и разработанной вычислительной программы осуществлялось сравнением полученных результатов с результатами экспериментов, частично, опубликованными в открытой печати, сопоставлением с прикладными решениями, полученными другими авторами, а также тестированием полученных численных результатов их точными аналитическими решениями, в случае отсутствия радиационных деформаций и ползучести. Полученные численные решения для модельных задач качественно согласуются с экспериментальными результатами, изложенными в [109,110], которые использовались для приближенных оценок НДС керметного цилиндрического топливного сердечника твэла газоохлаждаемого быстрого реактора. Также полученные данные не противоречат результатам цикла практических исследований В.В. Вахромеевой [114], в которых, впервые по времени показывалось, что создание осевой полости в тепловыделяющих цилиндрах может оказаться эффективным путем повышения их работоспособности. Проверка достоверности расчетов по

разработанной математической программе проводилась сравнением результатов для однородного сплошного и полого цилиндров с внутренними источниками тепловыделения с известными аналитическим решениями для упругой задачи Ламе ($t=0$, $T(r)=0$) [1,159] и термической задачи [143,159] при $P=0$, $t=0$. Сравнение точных решений с приближенным убедило нас в том, что вопрос в осесимметричной постановке решается правильно. Также проделана оценка влияния шага счета по времени на результаты расчетов, которые подтвердили, что процесс численного решения задачи является сходящимся. В то же время исследование сходимости конечноразностных аппроксимаций путем изменения (уменьшения) шага разбиения показало, что приближения для сплошного цилиндра в 2-3.5 раза сходятся быстрее, чем для полого.

3.3.2 Деформирование длинных цилиндрических тел без внутренних источников тепловыделения

В качестве другого примера рассмотрим толстостенную трубу, выполненную из конструкционного материала, облучаемую изнутри равномерным по толщине и вдоль оси потоком быстрых нейтронов ($E > 0.1$ МэВ) при термомеханических воздействиях в условиях ползучести. Модельное цилиндрическое тело испытывает влияние равномерного внутреннего $P_{int}=8$ МПа и внешнего $P_{ext}=16$ МПа давления. Распределение температур в расчетной области подчиняется зависимости (3.79) при $Q=0$. Температура внутренней стенки цилиндра $T_{int}=773$ К, а внешней $T_{ext}=723$ К. Внутренний радиус цилиндра $R_{int}=0.003$ м, наружный $R_{ext}=0.0035$ м (отношение толщины стенки длинной трубы к внешнему радиусу равно 0.14). Считается, что поток быстрых нейтронов плотностью $\phi = 3.81 \cdot 10^{19}$ нейтрон/(см²·ч) происходит по нормали к внутренней поверхности цилиндра, причем суммарный поток известен. Значения нагрузки и размеров модельного тела исключают возможность потери устойчивости на основе данных по устойчивости тонкостенных цилиндров в условиях ползучести и облучения, полученных в [106,109,110]. Упругие и теплофизические характеристики свойств материала соответствуют нержавеющей аустенитной стали: $E=3.1 \cdot 10^5$ МПа; $\mu=0.3$; $\alpha=13.6 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\lambda=14.6$ Вт/(м·К). Тело, находящееся в естественном ненапряженном состоянии при начальной температуре T_0 , подвергается механическому нагружению при воздействии нелинейных температурных и радиационных полей: неоднородного вдоль радиальной

координаты высокотемпературного поля $T(r)$ и радиационного поля суммарным флюенсом Φ . Неравномерное распределение температур по радиусу полого цилиндра, охлаждаемого с наружной поверхности, задаем в соответствии с решением стационарного уравнения теплопроводности Лапласа [21,143]:

$$T(r) = \frac{T_{ext} - T_{int}}{\ln(R_{ext}/R_{int})} \ln \frac{r}{R_{ext}} + T_{ext} \quad (3.80)$$

Закон изменения радиационных деформаций задаем на основании экспериментальных данных по распуханию и формоизменению конструкционных материалов в терморadiационных потоках [105–110, 113, 128–142, 144, 146, 149, 150–152, 154–156, 160].

Для учета радиационного распухания используем наиболее общую зависимость, связывающую распухание аустенитных сталей с температурой облучения и флюенсом быстрых нейтронов [106]

$$S = \frac{\Delta V}{V} = A_{0S} A_S(T) \Phi^{\lambda_S(T)}, \quad (3.81)$$

здесь T – температура, К; $A_{0S} = 4.9 \cdot 10^{-51}$; $\lambda_S(T) = 1.71$ ($T < 950$ К);

$A_S(T) = 10 \frac{1.55 \cdot 10^4}{T} - \frac{5.98 \cdot 10^6}{T^2}$; $\Phi = \varphi t$ – флюенс нейтронов ($\Phi \leq 7 \cdot 10^{22}$ нейтрон/см²); $\bar{E} > 0.1$ МэВ.

Различные варианты эмпирических коэффициентов закона распухания (3.81) для конкретных марок сталей можно найти в известных работах [105–110,113], а также в последних зарубежных публикациях [122,128,132–137].

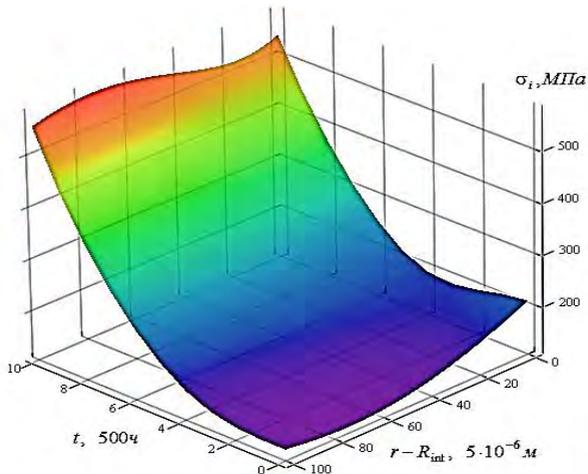
Закон терморadiационной ползучести задаем согласно [110] в соответствии с испытаниями на ползучесть облученной и необлученной стальной трубы под давлением инертного газа:

$$\dot{\epsilon}_U^c = (dce^{-ct} + B) \sigma_U^m + K_0 \exp(1.405 - 0.0027 \cdot T) f \varphi \sigma_U, \quad (3.82)$$

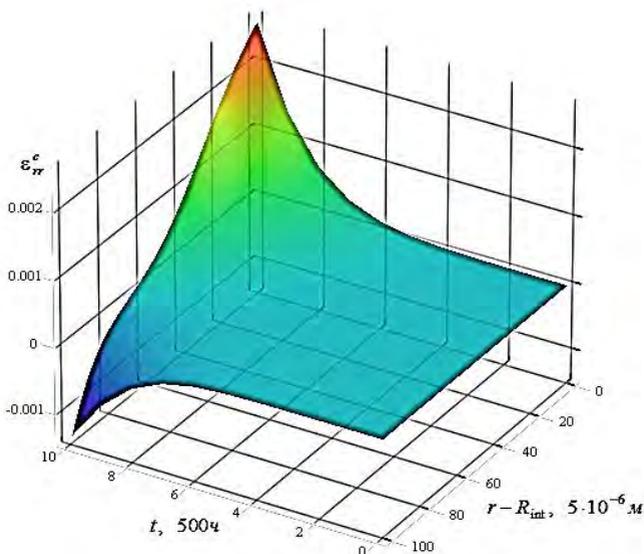
где первая часть выражения задает термическую ползучесть, а вторая – радиационную. Константы ползучести следующие: $m=5.1$; $d=1.5 \cdot 10^{-13}$ МПа^{-5.1}, $c=0.0016$ ч⁻¹; $B=6.9 \cdot 10^{-17}$ МПа^{-5.1} ч⁻¹; $f=1.75$; $K_0=3.68 \cdot 10^{28}$ (МПа·нейтр/см²)⁻¹; $\varphi=3.81 \cdot 10^{19}$ нейтр/(см²·ч) – поток быстрых нейтронов с энергией $\bar{E} > 0.1$ МэВ, T – температура, К; t – время, ч.

Другие зависимости для терморadiационной ползучести можно найти в работах [105, 110, 111, 118, 119, 133-138, 141, 142, 152, 154].

Таким образом, с учетом вышеперечисленных геометрических характеристик модельного тела, свойств материала и условий нагружения в осесимметричной постановке решена задача о ползучести длинной толстостенной трубы под внутренним и внешним давлением с учетом терморadiационного нагружения. Основные результаты моделирования представлены на эпюрах рис. 3.8, 3.9.



а)



б)

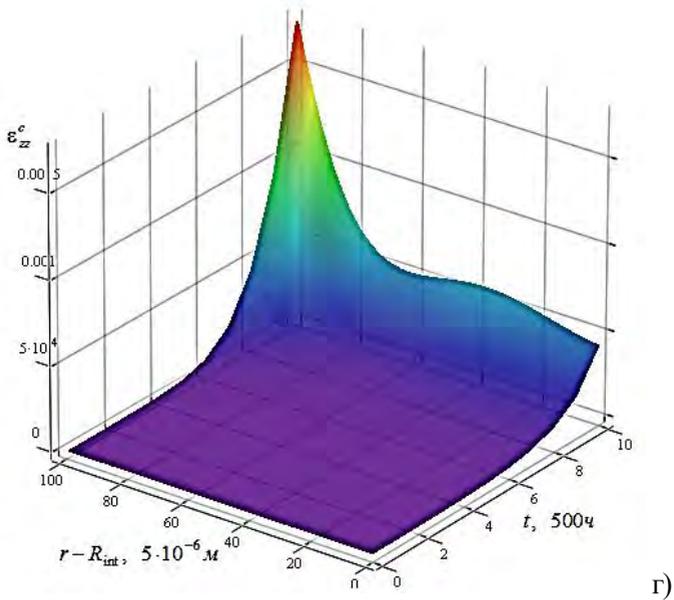
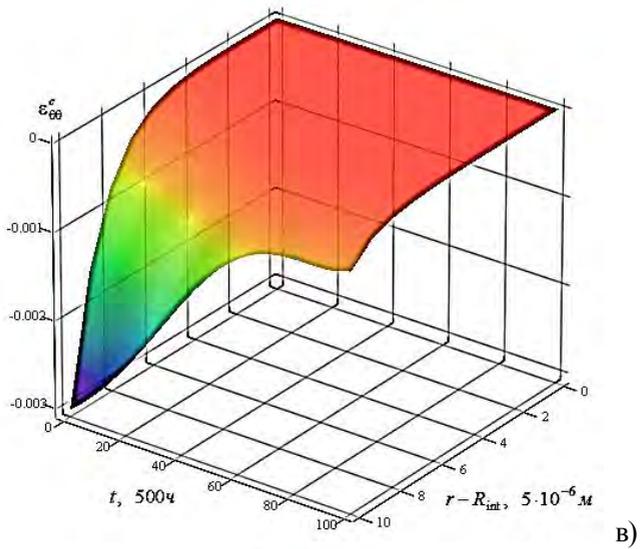


Рис. 3.8. Распределение интенсивности напряжений (а) и зависимость компонент тензора деформаций ползучести (б, в, г) по сечению толстостенного цилиндра во времени

На рис. 3.8, а показано изменение интенсивности напряжений вдоль радиуса толстостенного цилиндра во времени. Из представленной иллюстрации видно, что на начальном этапе нагружения (первые 1000ч) наблюдается некоторая релаксация напряжений в результате ползучести, причем наиболее активно этот процесс протекает на внутренней поверхности цилиндрического тела. На внешней поверхности модельного тела ползучесть вызывает замедление роста растягивающих напряжений (до 1500ч). В дальнейшем с течением времени происходит перераспределение по сечению деформаций и напряжений в результате ползучести и радиационного распухания материала тела. После 2000ч. Имеет место постоянный рост интенсивности напряжений. Общий анализ поверхностей распределения напряжений по сечению модельного тела показывает, что со временем наблюдается перетекание нагрузки с более нагретой стороны на менее нагретую, а в последующем, при накоплении значительных деформаций ползучести, в зоне менее нагретой стороны процесс перетекания внутренних напряжений возвращается в зону более нагретой стороны, и так повторяется многократно, начиная с 2000 ч и вплоть до 5000 ч. Из полученных данных следует, что изменение механических характеристик рассмотренного модельного тела относительно стабильно только в первые 2000 ч деформирования, в дальнейшем зависимость напряжений и деформаций приобретает нестабильный характер. Вместе с тем, численные эксперименты показали, что цилиндрическая конструкция будет теоретически работоспособна практически до 5000ч, как при высоких градиентах температур, так и при предельных радиационных нагрузках. Из рисунков видно, что начальные термосиловые напряжения, вызванные неравномерным полем температур и равномерной механической нагрузкой, с течением времени уменьшаются, а появляющиеся остаточные механические деформации в результате ползучести не столь велики (до 2000ч). В это время радиационное распухание относительно мало. С ростом распухания происходит увеличение напряжений. И в дальнейшем напряжения и деформации в значительной степени перераспределяются. Таким образом, напряжение в полом цилиндра растут со временем, кроме того наблюдается постепенное увеличение их роста, что, по-видимому, связано с радиационной составляющей необратимых деформаций, которая со временем достигает 15%. Кинетика изменения напряженного состояния, показанная на графике 3.8(а), подтверждает, что в целом напряжения с ростом флюенса $\Phi(t)$ увеличиваются. Виртуальные

эксперименты показали, что при указанном виде термомеханических и радиационных воздействиях в условиях ползучести только при $\Phi(t)$ меньше $6 \cdot 10^{22}$ нейтрон/см² происходит некоторое снижение скорости увеличения напряжений, причем в этом случае растягивающие напряжения со временем уменьшаются вследствие ползучести. При $\Phi(t) > 6 \cdot 10^{22}$ нейтрон/см² значительный вклад в картину НДС вносят радиационные деформации объемного распухания, вызывающие дальнейший рост напряжений.

Как видно из эпюр рис. 3.8 (б, в, г), основная накопленная необратимая деформация в модельном теле приходится на конечный период нагружения (5000ч). В то же время, на начальном этапе деформирования (до 1000ч) значение неупругих деформаций возрастают незначительно, а скорость соответствующих компонент тензора деформаций ползучести невелика. Эту закономерность можно объяснить некоторой релаксацией напряжений на начальном этапе деформирования. В дальнейшем, при $t > 1000$ ч, с ростом напряжений, скорость неупругих деформаций увеличивается значительно и к 5000ч интенсивность деформаций ползучести достигает 0.4%. Максимальная окружная деформация ползучести при наличии перепада температур на стенке $\Delta T = 50$ К для стального цилиндра равна 0.3%. Учитывая, что напряжения, обусловленные неравномерным распуханием, достаточно велики, можно полагать, что рассматриваемый толстостенный цилиндр в указанных условиях нагружения исчерпает свой запас прочности в течение 5000ч. Если учесть, что полная окружная деформация при 5000ч деформирования составила 5% (рис. 3.9, а), то полученный результат свидетельствует о недопустимом формоизменении толстостенного цилиндра в экстремальных условиях нагружения при суммарном флюенсе свыше $\Phi_{max} = 10^{26}$ нейтрон/м³.

Впрочем, здесь необходимо сделать замечание, что свойства и модели поведения материалов при флюенсе свыше Φ_{max} в настоящее время в целом остаются неизвестными [119,128,146]. Поэтому трудно сделать окончательное заключение о степени опасности напряжений, так как при облучении также происходит увеличение кратковременных механических характеристик материалов (радиационное упрочнение). Таким образом, наиболее полно ответить на поставленный вопрос можно только при рассмотрении данной задачи с учетом результатов реальных натурных испытаний при указанном флюенсе и учете истории нагружения. В тоже время при плотности потока меньше $\phi = 3.81 \cdot 10^{18}$

нейтрон/(см²·ч) (при флюенсе меньше $6 \cdot 10^{26}$ нейтрон/м²), результаты численных экспериментов весьма оптимистичны: напряжения обусловленные нагревом, неравномерным распуханием и терморадационной ползучестью даже за 5000ч невелики, а максимальные остаточные деформации цилиндра ниже 0.3%. Можно полагать, что в этом случае цилиндр будет достаточно работоспособным в квазистационарных условиях деформирования.

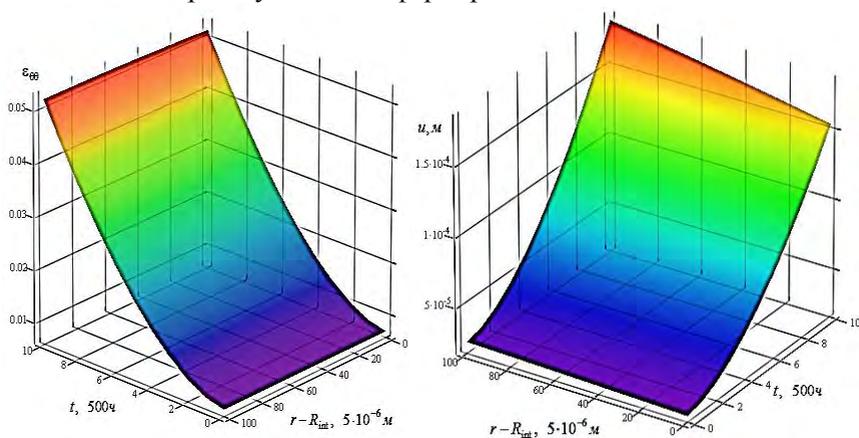


Рис. 3.9. Распределение полных окружных деформаций (а) и изменение поля перемещений (б) по сечению толстостенного цилиндра во времени

Таким образом, в результате исследования влияния различных физических процессов на НДС в зависимости от флюенса быстрых нейтронов, неоднородного температурного поля и деформаций ползучести, можно сделать вывод, что при расчетах НДС нельзя пренебрегать действием какого либо одного фактора, а следует учитывать их одновременное воздействие на НДС, так как высокие начальные термоупругие напряжения нестабильны и в процессе нагружения меняются из-за распухания и ползучести. Причем при указанных значениях температуры и плотности потока нейтронов влияние термической составляющей ползучести заметно лишь на начальном этапе нагружения (до 1000ч). В дальнейшем изменение показателя степени термической ползучести никак не влияет на картину НДС. В то же время после 2000 ч деформированием определяющим становится распухание, величина которого достигает 15%. Таким образом, можно сделать вывод, что при данном интервале температур и плотности потока нейтронов

вклад в общую ползучесть радиационной составляющей является преобладающим. Причем, вычислительные эксперименты показали, что влияние на процесс ползучести термических и механических условий нагружения не столь значительно, как для случая тепловыделяющих материалов.

Полученные численные решения качественно согласуются с результатами, изложенными в [109]. Также представленные результаты качественно не противоречат результатам расчетов по модели для тонкостенной оболочки у Ю.И. Лихачева [106], В.Б. Богуша [115], М.П. Леончука [116] и в [110], которые использовались для приближенных оценок НДС конструктивных элементов в виде полых цилиндров [176-183]. Проверка достоверности расчетов по разработанной программе проводилась сравнением результатов для полого цилиндра с аналитическим решением задачи Ламе об упругом НДС длинной трубы [1,159] и задачи о термоупругом НДС для аналогичного цилиндра [143,159]. Проведена также оценка влияния шага счета по времени на результаты расчетов и исследована сходимость конечноразностных аппроксимаций с уменьшением шага разбиения расчетной области. Проведенные оценки показывают, что процесс численного решения задачи устойчив и сходится.

3.4 Обсуждение результатов

На основе проведенной серии расчетов можно сделать некоторые заключения относительно полученных решений. В целом, оценочные результаты виртуальных экспериментов для рассмотренных модельных задач дают основания полагать, что разрушение тел цилиндрической геометрии произойдет при длительном нагружении в области упругих напряжений. Вопрос состоит в определении времени, когда деформации модельных тел станут недопустимо большими и определении предела ползучести. Совместное влияние неравномерного нагрева и облучения в условиях ползучести на изменение НДС цилиндрических тел при осесимметричном нагружении оценить довольно сложно. В целом можно отметить, что при деформировании цилиндрических тел в условиях совместного сочетания значительной напряженности, высокой температуры и интенсивного облучения в них развивается ползучесть, протекающая в различных точках сечения с резко отличающейся скоростью, что ведет к значительному перераспределению напряжений с

течением времени. Эксперименты показали, что для неравномерно нагретых облучаемых тел напряжения не только могут иметь разные знаки в данный момент времени, но и менять знак в процессе ползучести. Также отметим, что в отличие от сплошного цилиндра, у которого деформации тепловыделяющего материала направлены наружу, в полом тепловыделяющем цилиндре деформации могут быть направлены и вовнутрь, что приводит к дополнительному изменению внутренней граничной поверхности. Увеличение в перепаде температур при одинаковых температурах на внешней поверхности значительно увеличивает распухание тепловыделяющего материала в сравнении с конструкционным, причем уменьшение в перепаде температур сильнее сказывается на деформировании тепловыделяющего полого цилиндра. В целом, напряжения увеличиваются со временем, причем возрастая с радиусом, достигают максимальных значений на внутренней поверхности для полого тепловыделяющего цилиндра. В случае сплошного аналогичного цилиндра характерно, что максимальная интенсивность напряжения возникает на внешней поверхности, причем со временем их значения убывают, в отличие от центра сечения, где интенсивность напряжений возрастает со временем. Вместе с тем, трудно сделать окончательное заключение о степени их опасности, поскольку данные о разрушающих деформациях для выбранных экстремально предельных радиационных нагрузок пока отсутствуют. В то же время при облучении происходит возрастание кратковременных характеристик (упрочнение) при одновременном снижении длительных механических свойств (длительная прочность и предел ползучести). Поэтому наиболее полно ответить на поставленный вопрос можно только при рассмотрении задачи с учетом результатов натурных испытаний, с учетом реального спектра нагрузок и поведения материала.

С целью верификации разработанной математической модели был решен ряд тестовых и прикладных задач. Результаты тестовых расчетов показали хорошее согласие с точными аналитическими решениями, полученными С.П. Тимошенко и Дж. Гудьером (расхождение составило 0.6%) для температурной задачи ($P=0$, $\dot{t} \neq 0$) и решением задачи Ламе (погрешность 0.3%) с учетом чисто механического нагружения ($T(r)=0$, $\dot{t} \neq 0$). Результаты сравнивались при разбиении расчетной области цилиндров на 100 узлов. Это свидетельствует о хороших возможностях методики и реализующих ее программных кодов. Численные эксперименты показали, что дальнейшее повышение порядка

аппроксимации не всегда оправдано: увеличивая числа точек разбиения в схеме, можно лишь незначительно повысить точность вычислений, но при этом сильно усложняется система уравнений (и ее исследование) в случае учета деформаций ползучести. Оптимальный вариант разбиения расчетной области целесообразно принять $K=1000$, $N=100$.

В ходе виртуальных экспериментов, в целях иллюстрации эффективности модели деформирования при радиационных воздействиях в условиях ползучести, также частично проведено сравнение полученных численных решений для модельных задач с результатами реальных испытаний, опубликованными в открытой печати [105–113, 128–133, 144–147]. Предлагаемая математическая модель вполне точно описывает полученный в ходе эксперимента массив данных, приводя к допустимым значениям ошибки.

Таким образом, можно заключить, что результаты, полученные по разработанной механико-математической модели и реализующей ее программные средства, достоверны с точностью до вводимых в программу теплофизических, механических и радиационных свойств материалов. В связи с этим, разработанную осесимметричную механико-математическую модель НДС можно в дальнейшем использовать для тестирования общей модели неосесимметричного деформирования. А программные коды, работающие в диалоговом режиме, будут являться инструментом и основой для дальнейших численных экспериментов. Указанным проблемам посвящены последующие главы монографии.

ГЛАВА 4

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО НДС В УСЛОВИЯХ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО ТЕРМОРАДИАЦИОННОГО НАГРУЖЕНИЯ

Воздействие неравномерного в окружном направлении температурного поля в условиях интенсивного облучения высокоэнергетическими частицами приводит не только к появлению неоднородных объемных окружных деформаций термического расширения, но и к возникновению значительных по величине необратимых деформаций радиационного распухания в кольцевых направлениях. Это неизбежно влечет за собой появление дополнительных напряжений в твердом теле. В случае проявления эффектов вязкости модельной среды, действующие напряжения должны также вызывать дополнительные неоднородные деформации ползучести по периметру сечения, скорость которых будет изменяться с дозой облучения и градиентом неосесимметричного нагрева. В результате, компоненты тензора деформаций, тензора напряжений и вектора перемещений будут зависеть не только от радиальной, но и от окружной координат тела. Таким образом, существенные изменения неупругих деформаций, неравномерно распределенных по периметру твердого тела, требуют разработки новых неосесимметричных теорий и методов расчета цилиндрических элементов конструкций, которые в процессе эксплуатации испытывают воздействие неоднородных терморadioактивных потоков.

4.1 Вывод основных соотношений, описывающих неосесимметричное деформирование длинных цилиндрических тел

В настоящем разделе предлагается полная механико-математическая модель определения полей перемещений, напряжений и деформаций для случая неосесимметричного НДС с учетом упруговязкого деформирования объекта исследования. Общая постановка данной задачи для цилиндрических конструктивных элементов детально выполнена в первой главе

монографии. Далее проанализируем закономерности изменения неосесимметричного НДС длинных цилиндрических тел в процессе квазистатических силовых, тепловых и радиационных нагружений, считая, что возникающие при этом напряжения не превышают предел текучести, и мгновенные пластические деформации не возникают. Для этого рассмотрим обобщенное деформирование сплошной цилиндрической области (рис. 4.1) под действием внешнего равномерного механического давления $P_{ext}(t)$, находящейся в стационарном неосесимметричном поле температур $T(r,\theta)$ и подверженной интенсивному облучению потоком быстрых нейтронов ($\bar{E} > 0.1$ МэВ) суммарным флюенсом $\Phi(t)$ с учетом терморadiационной ползучести. Рассматривая последнюю как некоторый вид квазивязкого течения, считаем, что в каждый момент времени скорость ползучести при данном структурном состоянии однозначно определяется действующим напряжением, неосесимметричным полем температур и флюенсом нейтронов.

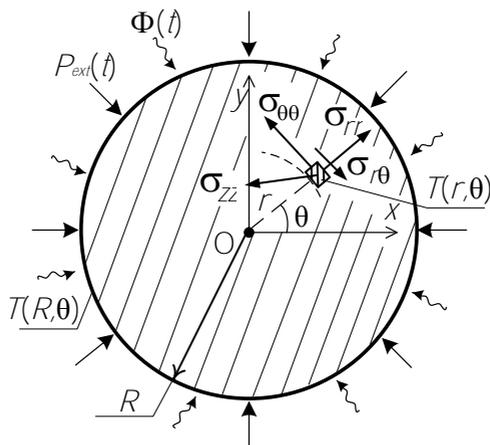


Рис. 4.1. Общая схема термосилового и радиационного нагружения сечения модели

Если принять за основные искомые функции неизвестные перемещения $u(r,\theta)$ и $\vartheta(r,\theta)$, то решение задачи можно свести к интегрированию системы двух нелинейных дифференциальных уравнений в перемещениях. Так, заменяя в уравнениях баланса компоненты тензора напряжений через компоненты тензора

деформаций согласно уравнениям состояния материала упруговязкой среды, а затем с помощью геометрических уравнений Коши представляя полные деформации через компоненты вектора перемещений, получаем два определяющих выражения равновесия в перемещениях. Таким образом, из сформулированных ранее уравнений состояния материала выражаем все компоненты тензора напряжения отличные от нуля. Отметим, что этот процесс достаточно простой, но в то же время довольно громоздкий. Поэтому остановимся на окончательных результатах, где, принимая во внимание тот факт, что для твердого тела, как при термической, так и при радиационной ползучести характерно явление дисторсии (изменение формы происходит без заметного изменения объема), в данном случае можно использовать условие несжимаемости сплошной среды. Учитывая последнее утверждение, компоненты тензора напряжений примут следующий вид.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr} &= \frac{E((1-\mu)\varepsilon_{rr} + \mu(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^S)(1+\mu) + (2\mu-1)\varepsilon_{rr}^c)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \\
 \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E((1-\mu)\varepsilon_{\theta\theta} + \mu(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^S)(1+\mu) + (2\mu-1)\varepsilon_{\theta\theta}^c)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \\
 \sigma_{zz} &= \frac{E(\varepsilon_{zz}(1-\mu) + \mu(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) - (\varepsilon^{th} + \varepsilon^S)(1+\mu) + (2\mu-1)\varepsilon_{zz}^c)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \\
 \sigma_{r\theta} &= \sigma_{\theta r} = \frac{E}{(1+\mu)}(\varepsilon_{r\theta} - \varepsilon_{r\theta}^c)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Здесь и далее, для краткости и удобства записи, обозначим $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(r, \theta)$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r, \theta)$, $\varepsilon^{th} = \varepsilon^{th}(r, \theta)$, $\varepsilon^S = \varepsilon^S(r, \theta)$, $\varepsilon_{ij}^c = \varepsilon_{ij}^c(r, \theta)$, $u = u(r, \theta)$, $\vartheta = \vartheta(r, \theta)$, $i, j = r, \theta, z$.

В (4.1) компоненты тензора деформаций связаны с вектором перемещений кинематическими соотношениями (1.31). Используя формулы Коши для неосесимметричного деформирования, перейдем в выражениях (4.1) к перемещениям u и ϑ с учетом обобщенной плоской деформации $\varepsilon_{zz} = const = C$. Причем в общем случае $C = C(t)$, где t играет роль параметра.

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{E \left((1-\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \mu \left(\frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} + C \right) + (2\mu-1) \varepsilon_{rr}^c - (1+\mu) (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) \right)}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{E \left((1-\mu) \left(\frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + C \right) + (2\mu-1) \varepsilon_{\theta\theta}^c - (1+\mu) (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) \right)}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \\
\sigma_{zz} &= \frac{E \left((1-\mu) C + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) + (2\mu-1) \varepsilon_{zz}^c - (1+\mu) (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) \right)}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \\
\sigma_{r\theta} &= \frac{E}{(1+\mu)} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r} \right) - \varepsilon_{r\theta}^c \right).
\end{aligned} \tag{4.2}$$

После подстановки выражений (4.2) в уравнения баланса (1.29) получаем следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [184-192]

$$\left\{ \begin{aligned}
& \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{2r^2(1-\mu)} \left((1-2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + r \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r \partial \theta} - (3-4\mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) = \\
& = \frac{1-2\mu}{(1-\mu)r} \left(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial \theta} \right) + \frac{\mu}{1-\mu} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{zz}^c}{\partial r} \right) + \frac{\partial \varepsilon_{rr}^c}{\partial r} + \\
& + \frac{1+\mu}{1-\mu} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial r} \right); \\
& \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r^2} + \frac{1}{r^2(1-2\mu)} \left(2(1-\mu) \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + r \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + (3-4\mu) \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = \\
& = \frac{4}{r} \varepsilon_{r\theta}^c + 2 \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial r} - \frac{2 \left(\frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\partial \theta} (\mu-1) - \mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{rr}^c}{\partial \theta} + \frac{\partial \varepsilon_{zz}^c}{\partial \theta} \right) \right) + \frac{2(1+\mu)}{r(1-2\mu)} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial \theta} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial \theta} \right)}{r(1-2\mu)}.
\end{aligned} \right. \tag{4.3}$$

Само собой разумеется, что разрешающие уравнения (4.3) при отсутствии нагрева и облучения должны переходить (и переходят) в известные соотношения теории упругости и термоупругости [4,10,19,20,21,143,159], что может служить контролем правильности составления уравнений.

Преобразуя правую часть нелинейных дифференциальных уравнений системы (4.3) с учетом условия несжимаемости для деформаций ползучести, получим

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{2r^2(1-\mu)} \left((1-2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + r \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r \partial \theta} - (3-4\mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) = \\ & = \frac{1-2\mu}{(1-\mu)r} \left(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial \theta} + r \frac{\partial \varepsilon_{rr}^c}{\partial r} \right) + \frac{1+\mu}{1-\mu} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial r} \right); \\ & \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r^2} + \frac{1}{r^2(1-2\mu)} \left(2(1-\mu) \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + r \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + (3-4\mu) \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = \\ & = \frac{4}{r} \varepsilon_{r\theta}^c + 2 \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\partial \theta} + \frac{2(1+\mu)}{r(1-2\mu)} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial \theta} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \right. \quad (4.4)$$

Как видно из последней системы, радиальное и окружное перемещения любой материальной точки объекта исследования зависят от деформаций ползучести, нелинейно связанных с напряжениями по (1.25) и (1.26), представленными в виде (4.2) по соотношениям Коши. Таким образом, деформации терморadiационной ползучести нелинейно зависят от перемещений, которые в свою очередь изначально определяются с учетом ползучести. Это говорит о нелинейности и связности решаемой задачи определения напряженного состояния и задачи ползучести.

Для удобства, нелинейную систему (4.4) можно переписать сокращенно

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta u - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} &= \frac{2}{r} \left(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial \theta} + r \frac{\partial \varepsilon_{rr}^c}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial r} \right); \\ \Delta \vartheta - \frac{\vartheta}{r^2} + \frac{1}{r^2(1-2\mu)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} &= \frac{4}{r} \varepsilon_{r\theta}^c + 2 \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\partial \theta} + \\ &+ \frac{2(1+\mu)}{r(1-2\mu)} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial \theta} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \right. \quad (4.5)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_{ij}$, суммирование производится по повторяющимся индексам

$i=r, \theta, z$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ – оператор Лапласа.

Или, даже, в следующем более компактном, операторном виде

$$\left\{ \begin{aligned} (A_{11}u + A_{12}\vartheta) &= f_1(\varepsilon^{th}, \varepsilon^s, \varepsilon_{ij}^c); \\ (A_{21}u + A_{22}\vartheta) &= f_2(\varepsilon^{th}, \varepsilon^s, \varepsilon_{ij}^c). \end{aligned} \right. \quad (4.6)$$

Здесь A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} – специальные дифференциальные операторы:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \left[(\eta+2)\Delta_1 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta^2} \right], \quad A_{12} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(\eta+1) \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\eta+3}{r} \right], \\ A_{21} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(\eta+1) \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\eta+3}{r} \right], \quad A_{22} = \left[\Delta_1 + \frac{\eta+2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta^2} \right], \\ \Delta_1 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2}, \quad \eta = \frac{2\mu}{1-2\mu}, \quad \frac{\partial}{\partial r} \neq 0, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \neq 0. \end{aligned}$$

Функции f_1 , f_2 , определяемые правыми частями системы (4.4), соответственно равны

$$f_1(\varepsilon^{th}, \varepsilon^s, \varepsilon_{ij}^c) = \frac{1-2\mu}{(1-\mu)r} \left(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial \theta} + r \frac{\partial \varepsilon_{rr}^c}{\partial r} \right) + \frac{1+\mu}{1-\mu} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial r} \right), \quad (4.7)$$

$$f_2(\varepsilon^{th}, \varepsilon^s, \varepsilon_{ij}^c) = \frac{4}{r} \varepsilon_{r\theta}^c + 2 \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\partial \theta} + \frac{2(1+\mu)}{r(1-2\mu)} \left(\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial \theta} + \frac{\partial \varepsilon^s}{\partial \theta} \right). \quad (4.8)$$

Таким образом, система (4.3) в преобразованном виде (4.4), (4.5) или (4.6) должна однозначно определять процесс деформирования цилиндрической области сплошной упруговязкой среды, находящейся в экстремальных условиях нагружения. Указанная система нелинейных дифференциальных уравнения в частных производных представляет собой синтез всей совокупности квазистатических, геометрических и физических решений для основной поставленной в исследовании задачи. Ее общее решение ищется в перемещениях, для каждого момента времени, для которого известен закон распределения температуры, зависимости радиационного распухания и терморadiационной ползучести.

Искомые перемещения $u = u(r, \theta)$ и $\vartheta = \vartheta(r, \theta)$ должны удовлетворять граничным условиям на поверхности модельного тела. Следует отметить, что с учетом конфигурации тела (полый, сплошной или многослойный цилиндр) определяющую систему нелинейных дифференциальных уравнений (4.6) могут замыкать различные граничные условия деформирования. Заметим, что эти условия, в независимости от их вида, с помощью уравнений Коши и физических соотношений (4.1) всегда можно представить в виде комбинации искомых величин и их производных. Полученные таким образом выражения в перемещениях в дальнейшем необходимо разрешить для любого момента времени совместно с основной системой (4.6). Так, исходя из общей схемы нагружения для сплошного цилиндра, представленной на рис. 4.1, краевую задачу необходимо дополнить следующими граничными условиями: на внешнем контуре цилиндрического модельного тела ($r=R$) должно выполняться первое из соотношений (1.33) для радиальных напряжений в виде

$$\sigma_{rr}(R, \theta) = -P_{ext}(t), \quad (4.9)$$

а также равенство нулю касательных напряжений в соответствии со вторым равенством (1.33)

$$\sigma_{r\theta}(R, \theta) = 0. \quad (4.10)$$

Выразив указанные условия на границе по формулам (4.2), получим два соотношения, которые должны соблюдаться на поверхности цилиндра в любой момент нагружения

$$\begin{aligned} (1-\mu)\frac{\partial u}{\partial r} + \mu\left(\frac{u}{R} + \frac{1}{R}\frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} + C\right) + (2\mu-1)\varepsilon_{rr}^c - (1+\mu)(\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) = \\ = \frac{-P_{ext}(t)(1+\mu)(1-2\mu)}{E}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{R}\right) = \varepsilon_{r\theta}^c. \quad (4.12)$$

Условия закрепления некоторого сечения тела (например, $r=0$) запишется равенством:

$$u(0, \theta) = \vartheta(0, \theta) = 0. \quad (4.13)$$

Замыкаем данную систему граничными условиями, которые обусловлены особенностями решения задачи в перемещениях с точностью до поступательного перемещения тела в целом

$$\frac{\partial u(r, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial \vartheta(r, \theta)}{\partial \theta} = 0, \quad \theta = 0, \theta^0, \quad (4.14)$$

где θ^0 может принимать различные значения в зависимости от закона распределения заданной функции температур $T(r, \theta)$ по периметру сечения; $0 \leq \theta \leq \theta^0$ – условие периодичности решения, определяемое периодом функции распределения температур. Граничные условия на торцах цилиндрического тела не рассматриваются, так как цилиндр считается длинным, и мы анализируем сечения, достаточно удаленные от торцов, в соответствии с принципом Сен-Венана. Таким образом, расчетная область интегрирования для механико-математической модели квазистатического неосесимметричного деформирования длинного сплошного цилиндра может быть представлена в следующем виде (рис. 4.2):

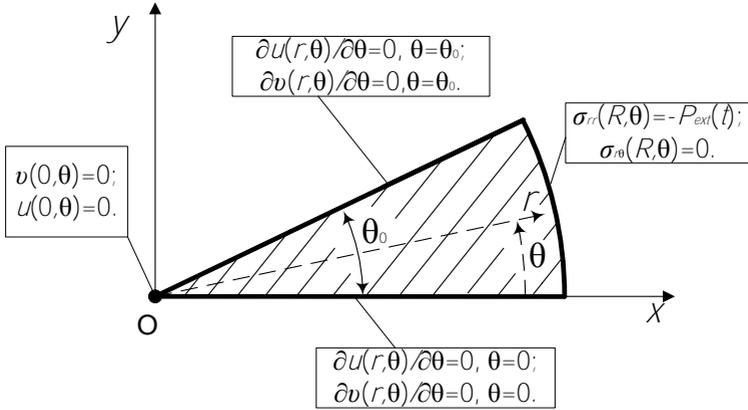


Рис. 4.2. Расчетная область и условия на границе для длинного тела односвязной цилиндрической геометрии

Не ограничивая общности построения механико-математической модели неосесимметричного НДС длинных цилиндрических тел, дополним рассмотренный случай для сплошного цилиндра моделями деформирования полого и многослойного цилиндров. Так, для длинного тела двусвязной цилиндрической геометрии выражения (4.6) необходимо разрешить для любого момента времени вместе с системой граничных условий на внутренней и внешней поверхности, представленной в напряжениях. Таким образом, к условиям периодичности решения (4.14) и соотношениям на внешней границе в виде (4.11) и (4.12), где $R = R_{ext}$, добавятся следующие условия на внутренней поверхности

$$\sigma_{rr}(R_{int}, \theta) = -P_{int}(t), \quad (4.15)$$

$$\sigma_{r\theta}(R_{int}, \theta) = 0, \quad (4.16)$$

которые в соответствии с (4.2) примут в перемещениях вид:

$$\begin{aligned}
 (1-\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \mu \left(\frac{u}{R_{int}} + \frac{1}{R_{int}} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} + C \right) + (\mu-1) \varepsilon_{rr}^c - (1+\mu)(\varepsilon^{th} + \varepsilon^s) = \\
 = \frac{-P_{int}(t)(1+\mu)(1-2\mu)}{E};
 \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{int}} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{R_{int}} \right) = \varepsilon_{r\theta}^c. \quad (4.18)$$

Сопутствующая расчетная область и условия на границе для механико-математической модели квазистатического неосесимметричного деформирования длинного тела двусвязной цилиндрической геометрии представлена на рис. 4.3.

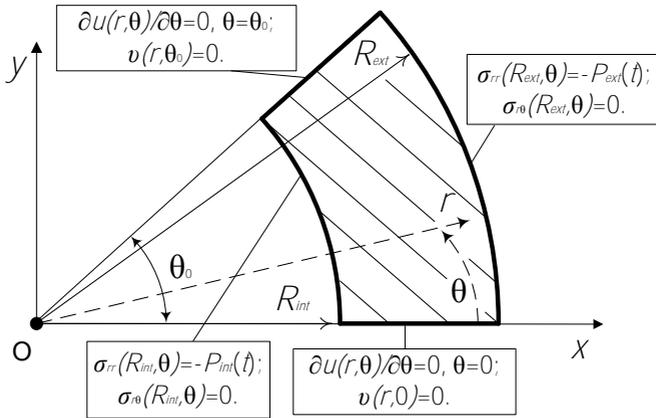


Рис. 4.3. Расчетная область и условия на границе для полого цилиндра

И наконец, в общем случае, для многослойного цилиндрического тела, как и ранее предполагая, что соседние слои не имеют свободы перемещений относительно друг друга (жесткое сцепление), дополнительно к (4.9)-(4.14) имеем

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^l(R_{ext}^l) &= \sigma_{rr}^{l+1}(R_{int}^{l+1}); \\
 \sigma_{r\theta}^l(R_{ext}^l) &= \sigma_{r\theta}^{l+1}(R_{int}^{l+1}); \\
 u^l(R_{ext}^l) &= u^{l+1}(R_{int}^{l+1}); \\
 \vartheta^l(R_{ext}^l) &= \vartheta^{l+1}(R_{int}^{l+1}).
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

Здесь $l=1,2,\dots,J$ – номер слоя, J – количество слоев; R_{int}^l, R_{ext}^l – внутренний и внешний радиус l -го слоя. К примеру, для двухслойного сплошного цилиндрического тела расчетная схема представлена на рис. 4.4.

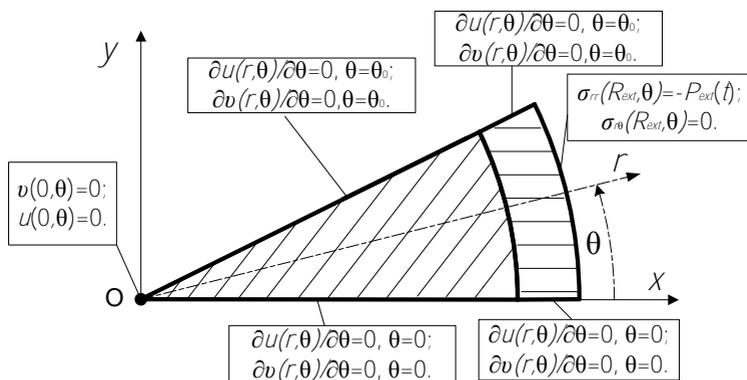


Рис. 4.4. Расчетная область для сплошного двухслойного цилиндра

Все приведенные выше соотношения, за исключением (4.13), будут справедливы и для полого многослойного цилиндра. На его внутренней поверхности граничные условия дополнятся выражениями (4.15), (4.16) в виде (4.17), (4.18) в соответствии с общей схемой нагружения указанной на рис. 4.5.

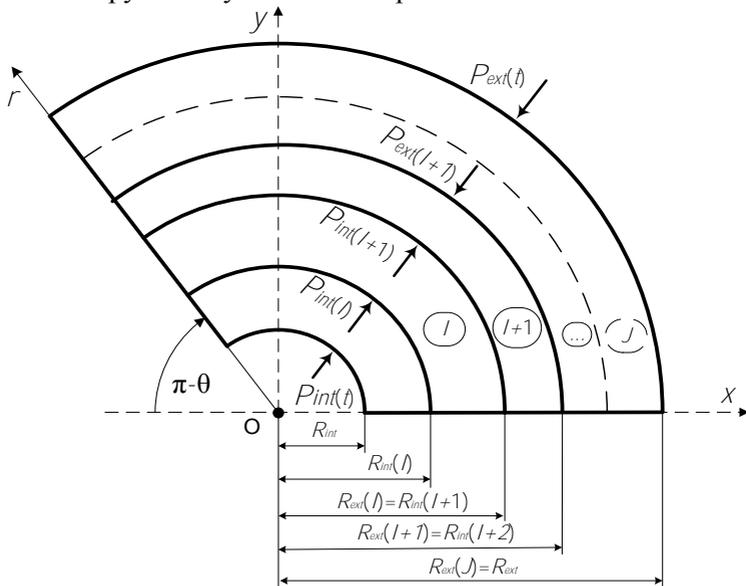


Рис. 4.5. Системы координат и общая расчетная схема для полого многослойного цилиндрического тела

Таким образом, общая механико-математическая модель квазистатического неосесимметричного НДС длинных тел цилиндрической геометрии в экстремальных условиях нагружения может быть представлена совокупностью определяющих зависимостей (4.1), (1.31), (1.27) и (4.6), которые дополняются соответствующими граничными условиями (4.9)-(4.14), (4.15)-(4.18), (4.19) для случаев сплошного, полого и многослойного цилиндрических тел соответственно. Такая замкнутая математическая модель представляет синтез всех возможных статических, геометрических и физических решений поставленной неосесимметричной задачи. Определение характеристик НДС сводится к совместному решению системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами относительно перемещений (4.6) с учетом соответствующих граничных условий (4.9)-(4.19) и последующему формированию тензоров полных деформаций и напряжений по (1.34) и (4.1). Общее решение для сформулированной задачи будем строить на основе численного подхода.

4.2. Метод численного решения. Принципиальная схема организации вычислительного процесса

В отношении нелинейных механических процессов в настоящее время наиболее перспективными методами являются численные, основанные на применении как современных персональных компьютеров, так и супер-ЭВМ (суперкомпьютеров). Как уже было отмечено в обзорной главе, решение многомерных задач механики деформируемого твердого тела численными методами до недавнего времени было затруднено отсутствием ЭВМ с большим объемом памяти. Это ограничивало применение данного подхода на практике. Как следствие, в настоящее время для решения данного класса задач механики больше делается акцент на вариационные принципы и только с появлением мощных многопроцессорных компьютеров стали в полной мере использоваться методы конечных элементов и граничных интегральных уравнений. С их помощью, учитывая сложный вид функций $T(r, \theta)$, $S[T(r, \theta), \varphi t]$ и вид уравнений (4.6), трудно построить приближенное решение для

неосесимметричной краевой задачи. А если и удастся его получить, то в большинстве своем оно ограничено лишь простейшими частными случаями. Такие решения, как правило, отражают интересы и возможности авторов и не исчерпывают задачу. Причем, к сожалению, в них затруднено как физическое понимание результатов, так и анализ принятых в методиках допущений и степень их согласованности с экспериментальными данными. С позиций механики деформируемого твердого тела, очевидно, что в данном случае для адекватного моделирования протекающих нелинейных процессов необходимо использовать расчетные схемы, которые базируются на общих закономерностях деформирования и разрушения материалов в терморadiационных потоках. При этом определяющие соотношения (уравнения состояния и баланса) должны соответствовать указанным закономерностям. Поэтому для интегрирования уравнений механико-математической модели, представленной в предыдущем разделе, разработана численная схема, которая имеет структуру, позволяющую вводить в расчет силовые, тепловые и радиационные условия нагружения, а также учитывать их изменение во времени. Данный подход базируется на общих закономерностях деформирования твердых сплошных сред в терморadiационных потоках, а общая методика и алгоритмы эффективного численного решения плоских квазистатических краевых задач в перемещениях включают в себя использование метода конечных разностей, идеи метода дробных шагов Н.Н. Яненко, теорию аппроксимации, интерполяции и экстраполяции функции, метод итераций и матричной прогонки решения дифференциальных уравнений.

Для реализации указанного выше подхода, в области изменения независимых переменных ($0 \leq \theta \leq \theta^0$, $0 \leq r \leq R$) строим криволинейную структурированную сетку из линий $\theta = \text{const}$ и $r = \text{const}$, связанную с внешней границей интегрируемой области. Специальные дифференциальные операторы нелинейной системы (4.6) аппроксимируем их конечно-разностными аналогами с учетом физических особенностей расчетной области. Для этого отрезок $[0, R]$ разбивается равноотстоящими точками: $r_0 = 0$, $r_k = R$, $r_i = ih_r$, $h_r = R/k$, $i = 0, 1, \dots, k$. Аналогично разобьем отрезок

$[0, \theta]: \theta_0 = 0, \theta_m = \theta^0; \theta_j = jh_\theta, h_\theta = \theta^0 / m, j = -1, 0, 1, \dots, m-1$, где h_r и h_θ – шаги сетки в радиальном и окружном направлениях. Заметим, что слой по кольцевой координате $j=-1$ (т.е. плоскость $\theta = -h_\theta$) является вспомогательным и служит исключительно для аппроксимации граничных условий. Регулярная структура такой сетки в дальнейшем должна позволить организовать эффективную работу с разреженными матрицами при решении систем уравнений, причем матрицы коэффициентов системы будут полнозаполненные.

Для получения конечно-разностных уравнений заменим функции непрерывного аргумента u и ϑ их разностными, дискретными эквивалентами (аналогично, как это представлено в разделе 3.2 монографии). В дальнейшем для функции радиальных и окружных перемещений, вычисленных в узлах сетки, будем использовать обозначения $u_{i,j}^n$ и $\vartheta_{i,j}^n$. Определяющие уравнения механической модели (4.6) применяются к каждому участку (сегменту) сечения, показанному на рис. 4.6. Теперь для расчетной модели каждый такой сегмент будет характеризоваться индексами i и j , представляющими радиальную и окружную координату, а также обладать индексом параметра деформирования во времени n . Таким образом, в дальнейшем на конечно-разностном шаблоне численного решения любой сегмент, изображенный на рис. 4.6 (а), заменяется узлом с уникальными индексами i, j, n . Причем при определенных параметрах разбиения двумерной координатной сетки такой сегмент можно считать элементарной площадкой для возникающих напряжений и деформаций. Заменяя производные по радиальной и окружной координате центральными разностями, систему непрерывных функций (4.6) сводим к дискретной системе нелинейных уравнений относительно неизвестных функций $u(r, \theta) = u_{i,j}, \vartheta(r, \theta) = \vartheta_{i,j}$ в соответствии со схемой, представленной на рис. 4.6 (б), где показан общий вид разбиения сечения модельного тела односвязной цилиндрической геометрии на радиальные и окружные зоны: здесь i – индекс переменной по радиусу r ; j – индекс переменной по окружной координате θ ; n – индекс параметра деформирования во времени t .

$t_n = n\Delta t$, $\Delta t = L/l$, $n = 0, \dots, l$, где L – общее время деформирования.

а)

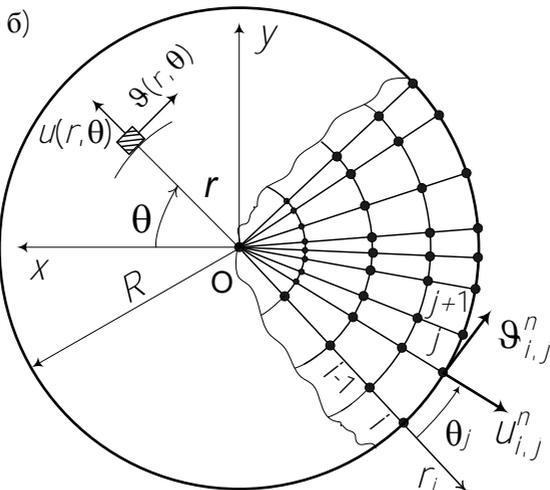
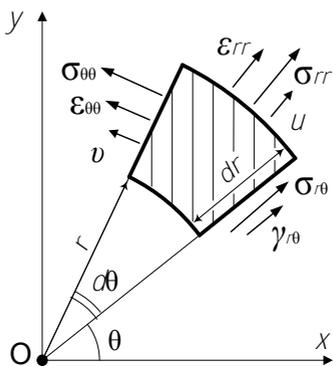


Рис. 4.6. а) элементарный участок сечения цилиндрического тела при неосесимметричном деформировании; б) системы координат и расчетная область неосесимметричной задачи

Таким образом, пусть t_0 – первоначальный момент времени, соответствующий началу процесса деформирования из исходного равновесного состояния, для которого известны значения начальных механических нагрузок, температура, флюенс нейтронов и характеристики материала исследуемого тела. Для каждого

последующего момента времени $t_n = t_{n-1} + \Delta t$ (или текущего момента) считаем известными внешнее воздействие на тело в виде значения термического и радиационного нагружения ($\Phi = \varphi(t_n)$), а также значения поверхностных сил. Полагаем, что при любом текущем моменте времени t_n все характеристики НДС, определяющие необратимое деформирование, являются функциями перемещений $u_{i,j}^n, \vartheta_{i,j}^n$ (зависимые переменные) и координат материальных точек (r_j, θ_j) модельного тела (независимые переменные). Для наглядности численной схемы устанавливаем $t_0 = 0$ ($n=0$). Тогда, на первом временном этапе решается чисто термоупругая задача т.к.:

$$S(t_0) = \varepsilon_{rr}^c(t_0) = \varepsilon_{r\theta}^c(t_0) = \varepsilon_{\theta\theta}^c(t_0) = \varepsilon_{zz}^c(t_0) = 0. \quad (4.20)$$

В связи с этим, в начальный момент при $n=0$ (далее везде по тексту верхний временной индекс $n=0$ пропущен), получим известные решения упругой ($T(r, \theta) = 0$) и термоупругой задач ($P_{int} = P_{ext} = 0$), что даст возможность проверки точности численного решения системы дифференциальных уравнений (4.6).

Заметим, что если не рассматривать необратимые процессы набухания и ползучести, то задача сводится к обычной плоской неосесимметричной задаче термоупругости, для которой, как было отмечено в обзорной главе монографии, возможны точные аналитические решения. Частные варианты этих решений в дальнейшем будут приняты за эталонные при тестировании разработанной методики и алгоритмов расчета. В отличие от линейных уравнений термоупругости, наличие зависимых от времени постоянно накапливаемых необратимых деформаций набухания и ползучести, а также заметных изменений механических свойств в зависимости от координат (в основном за счет действия температур) требует численного решения соответствующих нелинейных уравнений. Более того, процесс радиационного формоизменения в дальнейшем вводит время как основной параметр процесса деформирования. Таким образом, при численном решении задачи определения неизвестных перемещений материальных точек тела, следует учитывать в первую очередь их неявную временную параметрическую зависимость. В основу предлагаемого численного метода решения полученной разностной системы уравнений заложены метод конечных разностей, метод

матричной прогонки, идеи метода дробных шагов Н.Н. Яненко, теория аппроксимации, интерполяции и экстраполяции функции, а также итерационные методы. Суть метода изложена ниже.

Выпишем общую неявную разностную схему с весовыми коэффициентами [158] для выражений (4.6). В этом случае для вычисления частных производных по r в точках θ_j разностной схемы используются значения сеточных функций на $(m+1)$ -м и $(m-1)$ -м слоях по окружной координате, так, например, вторые производные по радиусу аппроксимируются следующими разностными выражениями [188-191]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}(r, \theta) &= h_r^{-2} \Lambda_2(\alpha u_{i, j+1} + \beta u_{i, j-1}), \\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2}(r, \theta) &= h_r^{-2} \Lambda_2(\alpha \vartheta_{i, j+1} + \beta \vartheta_{i, j-1}),\end{aligned}$$

где параметры α, β – весовые коэффициенты схемы ($\alpha + \beta = 1$); $\Lambda_2 u_{i, j} = u_{i+1, j} - 2u_{i, j} + u_{i-1, j}$, $\Lambda_2 \vartheta_{i, j} = \vartheta_{i+1, j} - 2\vartheta_{i, j} + \vartheta_{i-1, j}$. С учетом вышеизложенного, приведем нелинейную дифференциальную систему уравнений (4.6) к конечно-разностному аналогу в виде (2.49). Причем в дальнейшем нам будет более удобна несколько иная форма записи (4.6), получающаяся простой перегруппировкой слагаемых. В случае первого уравнения разрешающей начальной системы (4.4) имеем

$$\frac{2\mu - 1}{2r^2(1 - \mu)} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + F_1(u, \vartheta) = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}, \quad (4.21)$$

$$F_1(u, \vartheta) = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r^2} - \frac{1}{2r^2(1 - \mu)} \left(r \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r \partial \theta} - (3 - 4\mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) + C_1. \quad (4.22)$$

Здесь C_1 – нелинейный член, учитывающий все неупругие деформации, причем:

$$\begin{aligned}C_1 = \psi_1(r, \theta, \varepsilon^c, \varepsilon^{th}, \varepsilon^s) &= \frac{1 - 2\mu}{r(1 - \mu)} \left(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c + \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial \theta} + r \frac{\partial \varepsilon_{rr}^c}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{1 + \mu}{1 - \mu} \left(\frac{\partial(\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)}{\partial r} \right).\end{aligned} \quad (4.23)$$

В соответствии со схемой конечно-разностного разбиения рис. 4.6 (б), получим

$$\frac{2\mu-1}{2r_i^2(1-\mu)} \left(\frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{h_\theta^2} \right) + F_1^n(u, \vartheta) = \quad (4.24)$$

$$= h_r^{-2} \Lambda_2(\alpha u_{i,j+1}^n + \beta u_{i,j-1}^n),$$

$$u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n + \frac{2r_i^2(1-\mu)}{2\mu-1} F_1^n(u, \vartheta) h_\theta^2 = \quad (4.25)$$

$$= \frac{2r_i^2(1-\mu)}{2\mu-1} \frac{h_\theta^2}{h_r^2} \Lambda_2(\alpha u_{i,j+1}^n + \beta u_{i,j-1}^n).$$

Введем обозначения

$$\chi_{1i} = \frac{2r_i^2(1-\mu)}{2\mu-1} \frac{h_\theta^2}{h_r^2} \alpha; \quad \chi_{2i} = \frac{2r_i^2(1-\mu)}{2\mu-1} \frac{h_\theta^2}{h_r^2} \beta; \quad (4.26)$$

Тогда система неоднородных алгебраических уравнений, отвечающая первому равенству из системы (4.6), может быть записана в следующем виде

$$\chi_{1i} u_{i+1,j+1}^n - (1 + 2\chi_{1i}) u_{i,j+1}^n + \chi_{1i} u_{i-1,j+1}^n = -2u_{i,j}^n + \quad (4.27)$$

$$+ u_{i,j-1}^n (1 - \chi_{2i} \Lambda_2) - F_1^n(u, \vartheta) \frac{2r_i^2(1-\mu) h_\theta^2}{2\mu-1}.$$

Заметим, что слагаемые $F_1^n(u, \vartheta)$ нелинейны относительно $u_{i,j+1}, \vartheta_{i,j+1}$, поэтому для решения уравнений непосредственно неприменимы многочисленные методы, развитые для линейных систем. Однако решение может быть построено по методу итераций [157] в соответствии с общими соотношениями (1.18)-(1.26). Теперь на каждом шаге последовательных вычислений, величины F_1^n определяются по значениям сеточных функций, найденных в результате предыдущей итерации. Следовательно, на каждом временном этапе итерационного процесса уравнения будут линейны, т.е. модельное тело в процессе нелинейного деформирования будет проходить ряд равновесных состояний. Приближение для начала итерационного процесса задается

дополнительными начальными условиями (4.20), а также находится путем экстраполяции уже вычисленных значений искомых сеточных функций (в данном случае радиальных перемещений), относящихся к предыдущей окружной координате с учетом исходных граничных условий.

Требуемый разностный вид второго уравнения первоначальной системы (4.6) будем определять так же, как и в предыдущем случае, поэтому, не приводя всех выкладок, даем окончательный результат, который легко получить на основании вышеописанных рассуждений, дополненных соотношениями (4.4) и (4.21)-(4.27). Таким образом, переходя от дифференциальных зависимостей к разностным, в соответствии с принятой схемой конечно-разностного разбиения, получим

$$\frac{2(\mu-1)}{r^2(1-2\mu)} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + F_2(u, \vartheta) = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2}, \quad (4.28)$$

$$F_2(u, \vartheta) = -\frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{\vartheta}{r^2} - \frac{1}{r^2(1-2\mu)} \left(r \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + (3-4\mu) \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + C_2, \quad (4.29)$$

$$C_2 = \frac{4}{r} \varepsilon_{r\theta}^c + 2 \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}^c}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\partial \theta} + \frac{2(1+\mu)}{r(1-2\mu)} \frac{\partial (\varepsilon^{th} + \varepsilon^s)}{\partial \theta}, \quad (4.30)$$

$$\frac{2(\mu-1)}{r_i^2(1-2\mu)} \left(\frac{\vartheta_{i,j+1}^n - 2\vartheta_{i,j}^n + \vartheta_{i,j-1}^n}{h_\theta^2} \right) + F_2^n(u, \vartheta) = \quad (4.31)$$

$$= h_r^{-2} \Lambda_2 (\alpha \vartheta_{i,j+1}^n + \beta \vartheta_{i,j-1}^n),$$

$$\vartheta_{i,j+1}^n - 2\vartheta_{i,j}^n + \vartheta_{i,j-1}^n + \frac{r^2(1-2\mu)}{2(\mu-1)} F_2^n(u, \vartheta) h_\theta^2 = \quad (4.32)$$

$$= \frac{r_i^2(1-2\mu)}{2(\mu-1)} \frac{h_\theta^2}{h_r^2} \Lambda_2 (\alpha \vartheta_{i,j+1}^n + \beta \vartheta_{i,j-1}^n),$$

$$\begin{aligned} & \xi_{1i} \vartheta_{i+1,j+1}^n - (1+2\xi_{1i}) \vartheta_{i,j+1}^n + \xi_{1i} \vartheta_{i-1,j-1}^n = \\ & = -2\vartheta_{i,j}^n + \vartheta_{i,j-1}^n (1-\xi_{2i} \Lambda_2) - F_2^n(u, \vartheta) \frac{r_i^2(1-2\mu) h_\theta^2}{2(\mu-1)}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\text{Где } \xi_{1i} = \frac{r_i^2(1-2\mu)}{2(\mu-1)} \frac{h_0^2}{h_r^2} \alpha; \quad \xi_{2i} = \frac{2r_i^2(1-\mu)}{2\mu-1} \frac{h_0^2}{h_r^2} \beta.$$

Заменяя в (4.6) дифференциальные зависимости уравнений баланса на аппроксимирующие их дискретные выражения, получаем разностную систему уравнений равновесия, описывающую общий случай неосесимметричного НДС в условиях квазистатического терморрадиационного нагружения [184,204]

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_{1i} u_{i+1,j+1}^n - (1+2\chi_{1i}) u_{i,j+1}^n + \chi_{1i} u_{i-1,j+1}^n = d_{i,j}^n, \\ d_{i,j}^n = -2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n (1-\chi_{2i}\Lambda_2) - F_{1i,j}^n(u_{i,j}, \vartheta_{i,j}) H_i, \\ H_i = \frac{2r_i^2(1-\mu)h_0^2}{2\mu-1}; \\ \xi_{1i} \vartheta_{i+1,j+1}^n - (1+2\xi_{1i}) \vartheta_{i,j+1}^n + \xi_{1i} \vartheta_{i-1,j+1}^n = k_{i,j}^n, \\ k_{i,j}^n = -2\vartheta_{i,j}^n + \vartheta_{i,j-1}^n (1-\xi_{2i}\Lambda_2) - F_{2i,j}^n(u_{i,j}, \vartheta_{i,j}) M_i, \\ M_i = \frac{r_i^2(1-2\mu)}{2(\mu-1)} h_0^2. \end{array} \right. \quad (4.34)$$

Здесь $\chi_{1,i}$, $\chi_{2,i}$, $\xi_{1,i}$, $\xi_{2,i}$ зависят только от текущего радиуса r_i ; $d_{i,j}^n$, $k_{i,j}^n$ – функции от перемещений на предыдущих уже известных слоях по окружной координате $(j, j-1)$, т.е. $d_{i,j}^n$, $k_{i,j}^n$ не содержат независимых переменных для рассматриваемого $(j+1)$ -го слоя по углу и являются экстраполированными числовыми значениями;

$$F_1^n = \frac{-u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{r_i h_r} + \frac{u_{i,j}^n}{r_i^2} - \frac{r_i \frac{\vartheta_{i,j}^n - \vartheta_{i,j-1}^n - \vartheta_{i-1,j}^n + \vartheta_{i-1,j-1}^n}{h_r h_0} + \frac{(4\mu-3) \vartheta_{i,j}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{r_i h_0}}{2r_i^2(1-\mu)} + C_{(1)i,j}^n, \quad (4.35)$$

$$F_2^n = \frac{-\mathfrak{G}_{i,j}^n + \mathfrak{G}_{i-1,j}^n}{r_i h_r} + \frac{\mathfrak{G}_j^i}{r_i^2} - \frac{r_i}{h_r h_\theta} \frac{U_{i,j}^n - U_{i,j-1}^n - U_{i-1,j}^n + U_{i-1,j-1}^n}{r_i h_\theta} - \frac{4\mu - 3}{r_i} \frac{U_j^n - U_{j-1}^n}{h_\theta} + C_{(2)i,j}^n \quad (4.36)$$

Где нелинейные члены C_1 и C_2 определяются по выражениям (4.23) и (4.30), представленными в конечно-разностной форме с учетом неупругих деформаций термического расширения (1.10) и радиационного распухания (1.17)-(1.19), а также особенностей алгоритма вычисления деформаций ползучести (1.24) – (1.26).

Граничные условия (4.9) – (4.14) в общем виде для n -го временного этапа деформирования запишутся в дискретной форме в следующем виде

$$U_{0,j}^n = 0; \mathfrak{G}_{0,j}^n = 0; U_{i,-1}^n = U_{i,0}^n; U_{i,m-2}^n = U_{i,m-1}^n; \mathfrak{G}_{i,-1}^n = \mathfrak{G}_{i,0}^n;$$

$$\mathfrak{G}_{i,m-2}^n = \mathfrak{G}_{i,m-1}^n;$$

$$\frac{U_{k,j}^n - U_{k-1,j}^n}{h_r} (1 - \mu) + \frac{\mu}{R} \left(U_{k,j}^n + \frac{\mathfrak{G}_{k,j}^n - \mathfrak{G}_{k,j-1}^n}{h_\theta} + C \right) = \quad (4.37)$$

$$= (\varepsilon_{k,j}^{th} + \varepsilon_{k,j}^{s(n)}) (1 + \mu) - (2\mu - 1) \varepsilon_{(rr)k,j}^{c(n)} - \frac{P_{ext}^n (1 + \mu) (1 - 2\mu)}{E};$$

$$\frac{\mathfrak{G}_{k,j}^n - \mathfrak{G}_{k-1,j}^n}{h_r} + \frac{1}{R} \left(\frac{U_{k,j}^n - U_{k,j-1}^n}{h_\theta} \right) - \frac{\mathfrak{G}_{k,j}^n}{R} = \varepsilon_{(rr)k,j}^{c(n)}.$$

Теперь начальная система уравнений (4.6) стала эквивалентной системам (4.27) и (4.33) с условиями на границе (4.37). Эти системы уравнений имеют полнозаполненные матрицы трехдиагональной структуры и могут быть решены по методу матричной прогонки, на основе модификации разработанной в 2 главе численной схемы. Таким образом, для определения неизвестных функций $U_{i,j+1}$, $\mathfrak{G}_{i,j+1}$ на каждом шаге по окружной координате мы имеем систему уравнений (2.34) с граничными условиями (4.37). Далее система

(4.34) расщепляется на две системы, которые решаются прогонками с учетом параметра времени t : первая по радиальному перемещению, а вторая по окружному. Такие прогонки имеют свои особенности, вызванные характером сетки, расчетной областью и видом рассматриваемых физически нелинейных эффектов. В общем случае наиболее просто прогонка осуществляется по радиусам, которые для каждого луча начинаются в центре сечения цилиндра и оканчиваются на границах исследуемой области. Заметим, что при определенных граничных условиях, процесс численного решения можно организовать и прогонками по переменной θ в окружном направлении, но это несколько сложнее и годится только для некоторых частных случаев. Общая схема численного решения представлена на рис. 4.7.

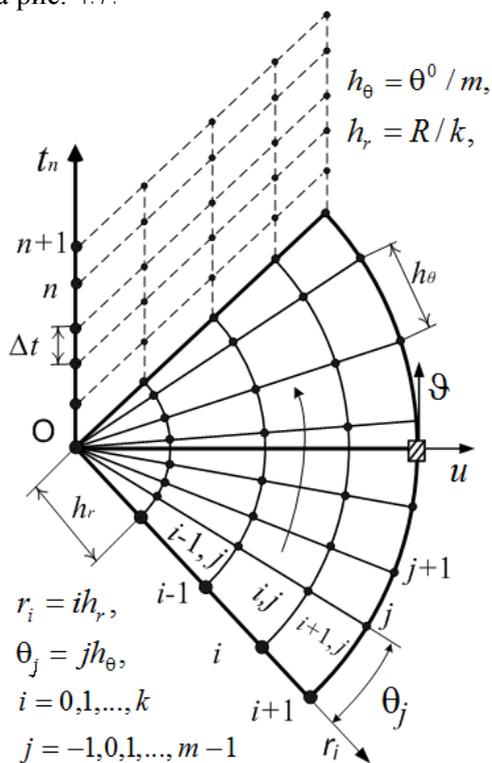


Рис. 4.7. Численная схема пространственно-временного разбиения сечения модели

Все вышеприведенные соотношения математической модели неосесимметричного НДС сплошного цилиндра будут справедливы и для модельного тела двусвязной цилиндрической геометрии, если из (4.37) исключить первые два соотношения, а также дополнить условиями (4.17) и (4.18) на внутренней поверхности в разностной форме. Таким образом, граничные условия для полого цилиндра при неосесимметричном деформировании имеют вид [184,188]:

$$\begin{aligned}
 & u_{i,-1}^n = u_{i,0}^n; \quad u_{i,m-2}^n = u_{i,m-1}^n; \quad \vartheta_{i,-1}^n = \vartheta_{i,0}^n; \quad \vartheta_{i,m-2}^n = \vartheta_{i,m-1}^n; \\
 & \frac{u_{k,j}^n - u_{k-1,j}^n}{h_r} (1 - \mu) + \frac{\mu}{R} \left(u_{k,j}^n + \frac{\vartheta_{k,j}^n - \vartheta_{k,j-1}^n}{h_\theta} + C \right) = \\
 & = (\varepsilon_{k,j}^{th} + \varepsilon_{k,j}^{s(n)})(1 + \mu) - (2\mu - 1) \varepsilon_{(rr)k,j}^{c(n)} - \frac{P_{ext}^n (1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E}; \\
 & \frac{\vartheta_{k,j}^n - \vartheta_{k-1,j}^n}{h_r} + \frac{1}{R} \left(\frac{u_{k,j}^n - u_{k,j-1}^n}{h_\theta} \right) - \frac{\vartheta_{k,j}^n}{R} = \varepsilon_{(rr)k,j}^{c(n)}; \tag{4.38} \\
 & \frac{u_{1,j}^n - u_{0,j}^n}{h_r} (1 - \mu) + \frac{\mu}{R_{int}} \left(u_{0,j}^n + \frac{\vartheta_{0,j}^n - \vartheta_{0,j-1}^n}{h_\theta} + C \right) = \\
 & = (\varepsilon_{0,j}^{th} + \varepsilon_{0,j}^{s(n)})(1 + \mu) - (2\mu - 1) \varepsilon_{(rr)0,j}^{c(n)} - \frac{P_{int}^n (1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E}; \\
 & \frac{\vartheta_{1,j}^n - \vartheta_{0,j}^n}{h_r} + \frac{1}{R_{int}} \left(\frac{u_{0,j}^n - u_{0,j-1}^n}{h_\theta} \right) - \frac{\vartheta_{0,j}^n}{R_{int}} = \varepsilon_{(rr)0,j}^{c(n)}.
 \end{aligned}$$

В случае многослойного цилиндрического тела граничные условия (4.37) и (4.38) необходимо дополнить выражениями (4.19), также предварительно представив их в дискретной конечно-разностной форме.

Подобным образом находится численное решение задачи определения неосесимметричного НДС в радиальных и окружных перемещениях. Зная вектор перемещений, можно построить тензоры полных деформаций и напряжений в любой точке по периметру модельного тела с последующей оценкой его НДС на основе того или иного критерия. Отметим, что желаемая точность в процессе решения по предлагаемому методу может достигаться, с

одной стороны, измельчением шага криволинейной структурированной сетки в радиальном и окружном направлениях, с другой стороны повышением степени порядка аппроксимации самих выражений частных производных в конечных разностях (например, на основе дифференцирования интерполяционного полинома Лагранжа или более удобных для численного использования интерполяционных формул Ньютона).

4.3 Особенности реализации механико-математической модели

4.3.1 Вычисление необратимых деформаций

С помощью вышеописанного численного подхода решается задача отыскания распределения радиальных и окружных перемещений в длинном цилиндре при неосесимметричных перепадах температуры и радиационных условий нагружения. Причем в качестве первого приближения принимается гипотеза о плоской деформации $\epsilon_{zz}=0$ (т.е. $C=0$ как в основном алгоритме, так и в выражениях для главных напряжений). Для определения характеристик неосесимметричного НДС с учетом вязкоупругих свойств модельного тела при квазистатическом терморadiационном нагружении необходимо сначала разрешить задачу неосесимметричного деформирования относительно основных характеристик НДС без учета ползучести $\epsilon^c(t_0)=0$ и радиационного распухания $S(t_0)=0$ (при нулевом времени, т.е. $t=0$). Для этого, в соответствии с разработанной выше схемой, начинаем расчет с $j=0$ и, учитывая граничные условия, вычисляем сначала значения функции $F_{(1)i,j}^0$, а потом d_j^0 , затем решаем первое уравнение системы (4.34) методом прогонки вдоль радиальной независимой переменной (r_j) по известным формулам относительно $u_{j,1}^0$.

Определив все значения радиальных перемещений $u_{j,1}^0$, переходим к решению второго уравнения системы (4.34): вычисляем функции $F_{(2)i,j}^0$, k_j^0 и находим все окружные перемещения $\vartheta_{j,1}^0$ на первом кольцевом слое. После первого слоя переходим ко второму и т.д. Подобным образом, двигаясь по окружной координате θ_j от

предыдущих слоев к текущему и, «пробегая» вдоль r_i методом дифференциальной прогонки от $i=0$ до $i=k$, осуществляем вычисления всех значений зависимых переменных $u_{i,j+1}^0$ и $\vartheta_{i,j+1}^0$, вплоть до $j=m-1$. Зная вектор перемещений материальных точек цилиндра $u_{i,j+1}^0$ и $\vartheta_{i,j+1}^0$, по (1.33) и (4.2), которые предварительно нужно представить в конечно-разностной форме, легко построить тензоры деформаций и напряжений в любой точке по периметру сплошного цилиндра для общего случая термомеханического нагружения.

Таким образом, на первом временном этапе решается чисто термоупругая задача ($S_{i,j}^0 = \varepsilon_{rr(i,j)}^{c(0)} = \varepsilon_{r\theta(i,j)}^{c(0)} = \varepsilon_{\theta\theta(i,j)}^{c(0)} = \varepsilon_{zz(i,j)}^{c(0)} = 0$) при этом компоненты тензора полных напряжений будут вычисляться по следующим разностным формулам

$$\begin{aligned} \sigma_{rr(i,j)}^0 &= \frac{E \left[(1-\mu) \frac{u_{i+1,j}^0 - u_{i-1,j}^0}{2h_r} + \mu \left(\frac{u_{i,j}^0}{r_i} + \frac{\vartheta_{i,j+1}^0 - \vartheta_{i,j-1}^0}{2r_i h_\theta} \right) - (1+\mu) \varepsilon_{i,j}^{th} \right]}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \\ \sigma_{\theta\theta(i,j)}^0 &= \frac{E \left[(1-\mu) \left(\frac{u_{i,j}^0}{r_i} + \frac{\vartheta_{i,j+1}^0 - \vartheta_{i,j-1}^0}{2h_\theta} \right) + \mu \left(\frac{u_{i+1,j}^0 - u_{i-1,j}^0}{2h_r} \right) - (1+\mu) \varepsilon_{i,j}^{th} \right]}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \\ \sigma_{zz(i,j)}^0 &= \frac{E \left[\mu \left(\frac{u_{i,j}^0}{r_i} + \frac{\vartheta_{i,j+1}^0 - \vartheta_{i,j-1}^0}{2r_i h_\theta} + \frac{u_{i+1,j}^0 - u_{i-1,j}^0}{2h_r} \right) - (1+\mu) \varepsilon_{i,j}^{th} \right]}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \\ \sigma_{r\theta(i,j)}^0 &= \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{\vartheta_{i+1,j}^0 - \vartheta_{i-1,j}^0}{2h_r} + \frac{u_{i,j+1}^0 - u_{i,j-1}^0}{2r_i h_\theta} - \frac{\vartheta_{i,j}^0}{r_i} \right). \end{aligned} \quad (4.39)$$

На втором этапе n ($n > 0$), например, $n=1$: $t_1 = t_0 + \Delta t$, считая, что флюенс нейтронов превысил условный «инкубационный» период, но не достиг периода насыщения, в расчете учитываются неравномерные радиационные деформации

$\varepsilon^s(r, \theta) = S[T(r, \theta), \varphi t_1]/3$ (объемное распухание) и накапливаемые деформации термической и радиационной ползучести. Численная схема будет полностью аналогична вышеизложенному начальному этапу деформирования, за исключением вычисления функции от перемещений на предыдущих уже известных слоях по окружной координате $d_{i,j}^n, k_{i,j}^n$, в которых будет учитываться неупругость. Эти изменения обусловлены появлением необратимых деформаций радиационного распухания и ползучести в правой части разрешающих уравнений (4.34), а также в граничных условиях (4.37). Значение необратимых деформаций радиационного распухания, накопившихся за промежуток времени Δt , определяем по известным законам распределения температур и флюенса нейтронов, представленных в общем виде функциональной зависимостью

$$\varepsilon_{i,j}^{s(n)} = \varepsilon^s(t_n) = S[T(r_i, \theta_j), \varphi t_n]/3. \quad (4.40)$$

Следует отметить, что для случая терморadiационной задачи необходимо проверять выполнение условия (1.18) в процессе решения. Если оно нарушено, то на данном временном шаге счета в выражениях (4.23) и (4.30) опускаются текущие составляющие необратимого радиационного формоизменения. В случае же выполнения – учитываются необратимые деформации распухания по общей зависимости (4.40), причем только в тех точках сечения, где флюенс превысил допустимый уровень. После вычисления необратимого формоизменения модельного тела за счет распухания, необходимо определить значение деформации ползучести для временного интервала Δt . После этого уже с учетом неупругих деформаций следует определить радиальные и окружные перемещения по универсальному численному методу, изложенному во 3-ей главе монографии, а также пересчитать величины значений компонентов тензоров деформаций и напряжений с учетом распухания и ползучести материала за время Δt . Причем для вычисления ползучести необходимо организовать отдельную вычислительную процедуру.

Решение задачи ползучести будем осуществлять шаговым методом в квазистатической постановке, определяя на каждом интервале времени НДС и деформации терморadiационной

ползучести. С этой целью рассматриваемый промежуток времени нагружения $(0, L)$ разобьем на одинаковые интервалы Δt_n ($n=1, 2, \dots, l$), такие, что в пределах каждого из них изменение НДС будет сравнительно небольшим. Тогда деформации ползучести на каждом интервале определим интегрированием определяющих соотношений механико-математической модели (4.4), представленных в разностном виде (4.34-4.37). Начальные условия для этой процедуры получаются из решения терморadiационной задачи на предыдущем шаге с учетом накопленных начальных неупругих деформаций. При этом принимается, что приращение необратимых деформаций за малый промежуток времени определяется, в основном, предыдущим во времени напряженным состоянием системы и некоторой функцией закона ползучести. После прохождения каждого интервала времени к накопленным необратимым деформациям добавляются вычисленные деформации ползучести, а также изменяются значения напряжений, деформаций и перемещений. Таким образом, в конце каждого шага решается краевая задача с целью коррекции НДС с учетом накопленных необратимых терморadiационных деформаций.

Рассмотрим подробнее построение системы разрешающих уравнений задачи терморadiационной ползучести в случае неосесимметричного деформирования. Для построения разрешающих уравнений краевой задачи воспользуемся механико-математической моделью неосесимметричного деформирования представленной в разделе 4.1, применив к нему разработанную численную методику на основе МКР (раздел 4.2). Так, при известном законе изменения скорости ползучести материала с учетом вклада тепловой и радиационной ползучести $\dot{\varepsilon}_U^C = F_C(\sigma_U, t, T, \Phi)$, скорость деформации ползучести каждой точки по периметру сечения модельного тела на каждом временном шаге определим по общим зависимостям согласно (1.25), (1.26). Для этого определяем девиаторную и шаровую составляющие тензора напряжений, а также интенсивность напряжений. После этого, рассчитывается суммарная деформация терморadiационной ползучести на текущем этапе нагружения. Таким образом, в соответствии с уравнениями состояния облучаемого тела на стадии

вязкоупругого деформирования, приближенные значения деформаций ползучести можно определить по следующей схеме:

$$\begin{aligned}
 & U^{(n-1)}, \mathfrak{G}^{(n-1)} \xrightarrow{(1.33),(4.1),(4.2)} \varepsilon_{ij}^{(n-1)}, \sigma_{ij}^{(n-1)} \xrightarrow{(1.25),(1.26)} \sigma_{u(ij)}^{(n-1)}, \dot{\varepsilon}_{u(ij)}^{c(n-1)} \rightarrow \\
 & \rightarrow \dot{\varepsilon}_{ij}^{c(n-1)} \rightarrow \varepsilon_{ij}^{c(n)} \xrightarrow{(4.21)-(4.37)} U^{(n)}, \mathfrak{G}^{(n)} \xrightarrow{(1.33),(4.1),(4.2)} \varepsilon_{ij}^{(n)}, \sigma_{ij}^{(n)} \rightarrow \\
 & \xrightarrow{(1.25),(1.26)} \dot{\varepsilon}_{u(ij)}^{c(n)}, \sigma_{u(ij)}^{(n)} \rightarrow \dot{\varepsilon}_{ij}^{c(n)} \rightarrow \varepsilon_{ij}^{c(n+1)} \xrightarrow{(4.21)-(4.37)} \\
 & \rightarrow U^{(n+1)}, \mathfrak{G}^{(n+1)} \xrightarrow{(1.33),(4.1),(4.2)} \varepsilon_{ij}^{(n+1)}, \sigma_{ij}^{(n+1)}.
 \end{aligned}$$

Где $i, j = r, \theta, z$, а компоненты тензора деформаций ползучести в дискретной форме расписаны с помощью конечно-разностного представления в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{rr(i,j)}^{c(n)} &= \varepsilon_{rr(i,j)}^{c(n-1)} + \dot{\varepsilon}_{rr(i,j)}^{c(n-1)} \Delta t, \quad \dot{\varepsilon}_{rr(i,j)}^{c(n-1)} = \frac{2\sigma_{rr(i,j)}^{(n-1)} - \sigma_{\theta\theta(i,j)}^{(n-1)} - \sigma_{zz(i,j)}^{(n-1)}}{2\sigma_{u(i,j)}^{(n-1)}} \dot{\varepsilon}_{u(i,j)}^{c(n-1)}, \\
 \varepsilon_{\theta\theta(i,j)}^{c(n)} &= \varepsilon_{\theta\theta(i,j)}^{c(n-1)} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta(i,j)}^{c(n-1)} \Delta t, \quad \dot{\varepsilon}_{\theta\theta(i,j)}^{c(n-1)} = \frac{2\sigma_{\theta\theta(i,j)}^{(n-1)} - \sigma_{rr(i,j)}^{(n-1)} - \sigma_{zz(i,j)}^{(n-1)}}{2\sigma_{u(i,j)}^{(n-1)}} \dot{\varepsilon}_{u(i,j)}^{c(n-1)}, \\
 \varepsilon_{zz(i,j)}^{c(n)} &= \varepsilon_{zz(i,j)}^{c(n-1)} + \dot{\varepsilon}_{zz(i,j)}^{c(n-1)} \Delta t, \quad \dot{\varepsilon}_{zz(i,j)}^{c(n-1)} = \frac{2\sigma_{zz(i,j)}^{(n-1)} - \sigma_{\theta\theta(i,j)}^{(n-1)} - \sigma_{rr(i,j)}^{(n-1)}}{2\sigma_{u(i,j)}^{(n-1)}} \dot{\varepsilon}_{u(i,j)}^{c(n-1)}, \\
 \varepsilon_{r\theta(i,j)}^{c(n)} &= \varepsilon_{\theta r(i,j)}^{c(n)} = \varepsilon_{r\theta(i,j)}^{c(n-1)} + \dot{\varepsilon}_{r\theta(i,j)}^{c(n-1)} \Delta t, \quad \dot{\varepsilon}_{r\theta(i,j)}^{c(n-1)} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{u(i,j)}^{c(n-1)}}{\sigma_{u(i,j)}^{(n-1)}} \sigma_{r\theta(i,j)}^{(n-1)};
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Здесь

$$\sigma_{u(i,j)}^{(n)} = \frac{\sqrt{(\sigma_{rr(i,j)}^{(n)} - \sigma_{\theta\theta(i,j)}^{(n)})^2 + (\sigma_{\theta\theta(i,j)}^{(n)} - \sigma_{zz(i,j)}^{(n)})^2 + (\sigma_{zz(i,j)}^{(n)} - \sigma_{rr(i,j)}^{(n)})^2 + 6(\sigma_{r\theta(i,j)}^{(n)})^2}}{\sqrt{2}};$$

i, j – сеточные индексы независимых и зависимых переменных в радиальном и окружном направлении соответственно: $i = 0, 1, \dots, k$, $j = -1, 0, 1, \dots, m-1$; n – индекс параметра деформирования во времени: $n = 0, \dots, l$, $\Delta t = L/l$, $t_n = n\Delta t$, где L – общее время протекания процесса деформирования; σ_u – интенсивность напряжений; $\dot{\varepsilon}_u^c$ – интенсивность скоростей деформаций ползучести, представленная в разностной форме;

$\dot{\varepsilon}_{u(i,j)}^{c(n-1)} = F_c(\sigma_{u(i,j)}^{(n-1)}, t_{n-1}, T_{i,j}, \Phi_{n-1})$ – закон ползучести в дискретной форме, в общем виде включающий как тепловую, так и радиационную составляющую.

Заметим, что после вычисления необратимых деформаций также потребуется конечноразностная аппроксимация их частных производных в соотношениях (4.23) и (4.30). После этого снова запускается алгоритм, реализующий математическую модель, представленную в разделе 4.1, с помощью метода, предложенного в разделе 4.2. Далее необходимо пересчитать компоненты тензора полных деформаций и тензора напряжений с учетом накопившихся необратимых деформаций материала за время Δt . Общие дискретные зависимости для определения компонент тензора полных деформаций в случае плоской деформации имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr(i,j)}^n &= \frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta(i,j)}^n = \frac{2h_\theta u_{i,j}^n + \vartheta_{i,j+1}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta}; \\ \varepsilon_{r\theta(i,j)}^n &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n - 2h_\theta \vartheta_{i,j}^n}{2r_i h_\theta} + \frac{\vartheta_{i+1,j}^n - \vartheta_{i-1,j}^n}{2h_r} \right). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Для нахождения величин компонент тензора полных напряжений в случае плоской деформации используем следующие разностные представления

$$\begin{aligned} \sigma_{rr(i,j)}^n &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left((1-\mu) \frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r} + \right. \\ &+ \mu \left(\frac{u_{i,j}^n}{r_i} + \frac{\vartheta_{i,j+1}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta} \right) + (2\mu-1) \varepsilon_{rr(i,j)}^{c(n)} - (1+\mu) (\varepsilon_{i,j}^{th(n)} + \varepsilon_{i,j}^{s(n)}); \\ \sigma_{\theta\theta(i,j)}^n &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left((1-\mu) \left(\frac{u_{i,j}^n}{r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\vartheta_{i,j+1}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{2h_\theta} \right) + \right. \\ &+ \mu \left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r} \right) + (2\mu-1) \varepsilon_{\theta\theta(i,j)}^{c(n)} - (1+\mu) (\varepsilon_{i,j}^{th(n)} + \varepsilon_{i,j}^{s(n)}); \end{aligned}$$

$$\sigma_{r\theta}^n(i,j) = \frac{E}{(1+\mu)} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\mathfrak{g}_{i+1,j}^n - \mathfrak{g}_{i-1,j}^n}{2h_r} + \frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta} - \frac{\mathfrak{g}_{i,j}^n}{r_i} \right) - \varepsilon_{r\theta}^{c(n)}(i,j) \right).$$

$$\sigma_{zz}^n(i,j) = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\mu \left(\frac{u_{i,j}^n}{r_i} + \frac{\mathfrak{g}_{i,j+1}^n - \mathfrak{g}_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta} + \frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r} \right) + \right. \quad (4.43)$$

$$\left. + (2\mu - 1) \varepsilon_{zz}^{c(n)}(i,j) - (1+\mu) (\varepsilon_{i,j}^{th(n)} + \varepsilon_{i,j}^{s(n)}) \right);$$

Здесь i – индекс переменной по радиусу r ; j – индекс переменной по окружной координате θ ; n – индекс параметра деформирования во времени.

Заметим, что компоненты НДС должны находиться для каждого временного шага. Экстраполирование значений начального решения на все остальные здесь также не допускается, т.к. для каждого промежутка времени существует определенная взаимосвязь между компонентами девиаторов напряжений и скоростями деформации ползучести, зависящая от параметров, которые связаны с НДС, температурой, облучением и временем.

По окончании текущего шага расчета в алгоритме, реализующем механико-математическую модель с учетом необратимых деформаций, фиксируются величины, характеризующие НДС каждой точки по периметру модельного тела в конце n -го этапа нагружения, и начинается расчет $(n+1)$ -го этапа. В результате, для получения решения на следующем $n+1$ временном слое решается новая система неоднородных линейных уравнений по изложенной выше численной методике. Таким образом, для любого текущего момента времени t_n имеем полную замкнутую систему из $2km$ линейных неоднородных алгебраических уравнений с $2km$ неизвестными. В результате, получаемая на каждом шаге расчета общая система конечно-разностных уравнений дает возможность определять напряжения и деформации длинного цилиндрического тела в стационарных условиях с учетом терморadiационного нагружения при ползучести. Причем разработанный метод учитывает изменение характеристик НДС по периметру сечения.

Таким образом, в соответствии с вышеизложенным алгоритмом, поэтапно строится численное решение в перемещениях задачи неосесимметричного деформирования при квазистатическом термосиловом и радиационном нагружении модельного тела. Зная вектор перемещений, по (4.42) и (4.43) можно вычислить все величины тензора деформаций и напряжений в любой материальной точке по периметру сечения для текущего момента времени. Отметим, что описанная схема проектирования является общей механико-математической моделью длинных цилиндрических тел под облучением, позволяющей проследить изменение напряжений и деформаций при вязкоупругих условиях нагружения и больших перепадах температуры, а также производить оценку НДС на основе того или иного критерия.

Расчетная схема решения неосесимметричной задачи о неупругом деформировании длинного сплошного цилиндра показана на рис. 4.7, а упрощенная диаграмма расчета представлена ниже на рис. 4.8. Указанная диаграмма представляет собой совокупность предписаний, операций и процедур, необходимых для получения адекватных численных решений. В функциональное назначение программы расчета входит создание геометрии расчетной области (полый, сплошной или многослойный цилиндр), задание модели среды, расстановка начальных и граничных условий, генерация криволинейной структурированной расчетной сетки и задание критериев сходимости. После этого начинается процесс счета на основе общей методики, предложенной в разделах 4.2 и 4.4. При достижении требуемого значения критерия сходимости процесс счета может быть остановлен, при этом результаты расчета непосредственно доступны для обработки, визуализации и сохранения во внешние форматы данных. Такое построение программы расчета позволяет проводить моделирование и анализ получаемых результатов одновременно, визуализируя значение изменения любой характеристики неосесимметричного НДС.

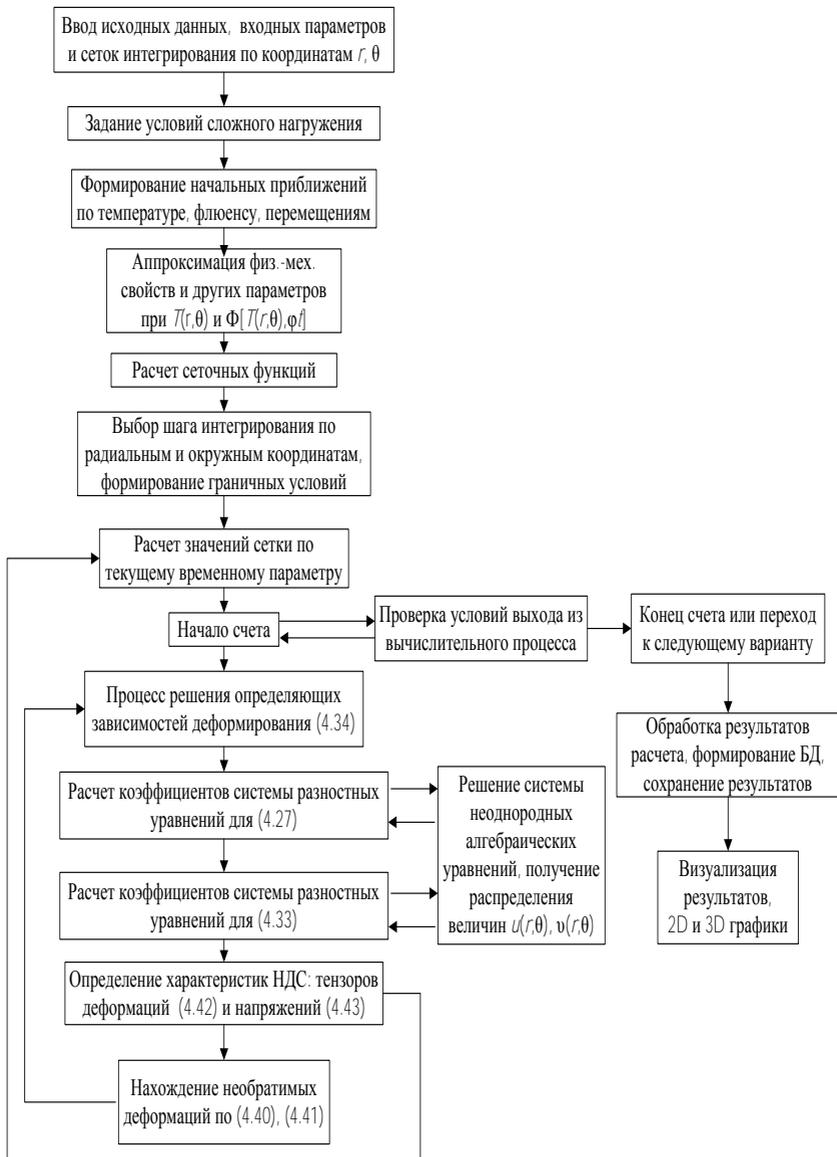


Рис. 4.8. Упрощенная диаграмма расчета

В дальнейшем, для исследования механико-математической модели, вышеизложенный алгоритм будет записан в форме, воспринимаемой персональным компьютером с целью проведения численных (виртуальных) экспериментов [193-195].

4.3.2 Моделирование квазистатического плоского деформированного состояния

Общеизвестно, что моделирование НДС протяженных в одном направлении массивных цилиндрических элементов конструкций, когда форма тела и внешние воздействия постоянны в этом направлении или меняются незначительно, осуществляется с учетом допущения о плоском деформированном состоянии, которое характеризуется тем, что при решении задач полагается равной нулю осевая деформация. В то же время, если к торцам тела приложены внешние усилия или имеет место интенсивное терморadiационное нагружение, причем температура и суммарный флюенс элементарных частиц большой энергии существенно высоки, допущение о плоском деформированном состоянии ($\varepsilon_{zz}=0$) может привести к значительному искажению реального НДС. Следует заметить, что решение задачи в уточненной $3D(r,\theta,z)$ по пространству постановке связано как с большими математическими трудностями, так и с существенными затратами машинного времени. Как правило, трехмерный расчет возможен только на мощных многопроцессорных компьютерах (кластерах или суперкомпьютерах). В этой связи, более близкую к реальному поведению тела картину может дать двумерный $2D(r,\theta)$ расчет в условиях обобщенного плоского деформированного состояния (предполагается, что осевая деформация константа, отличная от нуля). Ниже приведена конечноразностная формулировка обобщенного плоского деформированного состояния, при котором осевая деформация не равна нулю и, вообще говоря, в процессе нагружения может меняться. Заметим, что в данной ниже формулировке наличие $\varepsilon_{zz}=C(t)\neq 0$ учитывается не введением в конечноразностную систему уравнений равновесия дополнительных неизвестных, а преобразованием правой части уравнений, причем вновь введенные слагаемые подобны тем, которые вычисляются при решении физически нелинейной

осесимметричной задачи по общей методике, изложенной в 3-ей главе монографии. Поэтому предложенную здесь процедуру определения $\varepsilon_{zz} = C(t) \neq 0$ легко можно реализовать в уже существующих конечно разностных алгоритмах расчета неосесимметричного 2D (r, θ) НДС как при термическом воздействии, так и с учетом необратимых деформаций.

Как и ранее, считаем, что в любой n -ый момент нагружения выполняется условие баланса всех сил в осевом направлении

$$\iint_W \sigma_{zz}(r, \theta) r dr d\theta = F_z. \quad (4.44)$$

Где W – поперечное сечение сплошного цилиндра, а F_z – суммарная продольная сила.

Из соотношения (1.30) получим общую зависимость для осевых напряжений

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = \mu(\sigma_{rr}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}(r, \theta)) + E(\varepsilon_{zz} - \varepsilon^{th}(r, \theta) - \varepsilon^s(r, \theta) - \varepsilon^c(r, \theta)) \quad (4.45)$$

Заметим, если $P_{ext} \neq 0$, то для общего случая необходим учет деформаций ползучести, которые могут включать и радиационную компоненту вязкого состояния тела.

Теперь с помощью (4.45), разрешая (4.44) относительно неизвестной осевой деформации, в n -ый момент нагружения получим

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\int_0^{\theta^0} \int_0^R \left(\varepsilon^{th}(r, \theta) + \varepsilon^s(r, \theta) + \varepsilon^c(r, \theta) - \frac{\mu}{E}(\sigma_{rr}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}(r, \theta)) \right) r dr d\theta}{D_W E} + \frac{F_z}{D_W E}. \quad (4.46)$$

Здесь $D_W = \int_0^{\theta^0} \int_0^R r dr d\theta$ – площадь расчетной области сечения модели.

Последнюю зависимость можно использовать при условии, что известны значения радиальных и окружных перемещений, которые могут быть определены по общей методике решения для плоской задачи, изложенной в разделах 4.2 и 4.4. На основании этих

значений формируются радиальные и окружные компоненты тензора напряжений, представленные в разностном виде для n -ого момента времени соотношениями (4.43). Причем в дальнейшем потребуется интегрирование (4.46), которое удобно проводить численно, заменяя интегралы конечной суммой. Определив постоянную осевой деформацию $C = \varepsilon_{zz}$ для n -ого момента времени, следует откорректировать НДС. Эту процедуру можно осуществить следующим образом. Необходимо учесть найденную константу в вычислительном алгоритме по граничным условиям (4.11), представленным в конечно-разностном виде (4.37), и пересчитать задачу заново для текущего времени, чтобы получить истинные значения перемещений, деформаций и осевого напряжения материальных точек исследуемого модельного тела за n -ый этап нагружения. По найденным величинам радиальных и окружных перемещений (для случая обобщенной плоской деформации) компоненты тензора напряжений можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^n(i,j) &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} ((1-\mu) \frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r} + \\
 &+ \mu \left(\frac{u_{i,j}^n}{r_i} + \frac{\vartheta_{i,j+1}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta} + C^n \right) + (2\mu - 1) \varepsilon_{rr(i,j)}^{c(n)} - (1+\mu) (\varepsilon_{i,j}^{th(n)} + \varepsilon_{i,j}^{s(n)})); \\
 \sigma_{\theta\theta}^n(i,j) &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} ((1-\mu) \left(\frac{u_{i,j}^n}{r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\vartheta_{i,j+1}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{2h_\theta} \right) + \\
 &+ \mu \left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r} + C^n \right) + (2\mu - 1) \varepsilon_{\theta\theta(i,j)}^{c(n)} - (1+\mu) (\varepsilon_{i,j}^{th(n)} + \varepsilon_{i,j}^{s(n)})); \\
 \sigma_{zz}^n(i,j) &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\mu \left(\frac{u_{i,j}^n}{r_i} + \frac{\vartheta_{i,j+1}^n - \vartheta_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta} + \frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2h_r} \right) + \right. \\
 &+ (1-\mu) C^n + (2\mu - 1) \varepsilon_{zz(i,j)}^{c(n)} - (1+\mu) (\varepsilon_{i,j}^{th(n)} + \varepsilon_{i,j}^{s(n)})); \\
 \sigma_{r\theta}^n(i,j) &= \frac{E}{(1+\mu)} (1/2 \left(\frac{\vartheta_{i+1,j}^n - \vartheta_{i-1,j}^n}{2h_r} + \frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2r_i h_\theta} - \frac{\vartheta_{i,j}^n}{r_i} \right) - \varepsilon_{r\theta(i,j)}^{c(n)}).
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Здесь i – индекс переменной по радиусу r ; j – индекс переменной по окружной координате θ ; n – индекс параметра деформирования во времени. Соответственно, компоненты тензора деформаций будут задаваться как и прежде зависимостями (4.42) причем продольная деформация $\varepsilon_{zz}=C$ определена (4.46).

В соответствии с вышеизложенным, алгоритм определения обобщенного плоского неосесимметричного НДС определяется следующей расчетной схемой:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^{s(0)}, \varepsilon^{th(0)} = \varepsilon^{th}, \varepsilon^{c(0)} &\xrightarrow{(4.21)-(4.27)} U_*^{(0)}, \vartheta_*^{(0)} \xrightarrow{(4.39),(4.46)} \varepsilon_{zz}^{(0)} \rightarrow \\
 &\xrightarrow{(4.21)-(4.27)} U^{(0)}, \vartheta^{(0)} \xrightarrow{(4.42)} \varepsilon_{rr}^{(0)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \xrightarrow{(4.47)} \sigma_{ij}^{(0)} \rightarrow \\
 &\xrightarrow{(4.40),(4.41)} \varepsilon^{s(n)}, \varepsilon_{ij}^{c(n)} \xrightarrow{(4.21)-(4.27)} U_*^{(n)}, \vartheta_*^{(n)} \rightarrow \xrightarrow{(4.43),(4.46)} \\
 \rightarrow \varepsilon_{zz}^{(n)} &\xrightarrow{(4.21)-(4.27)} U^{(n)}, \vartheta^{(n)} \xrightarrow{(4.42)} \varepsilon_{rr}^{(n)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} \xrightarrow{(4.47)} \sigma_{ij}^{(n)} \rightarrow (4.48) \\
 &\xrightarrow{(4.40),(4.41)} \varepsilon^{s(n+1)}, \varepsilon_{ij}^{c(n+1)} \xrightarrow{(4.21)-(4.27)} U_*^{(n+1)}, \vartheta_*^{(n+1)} \rightarrow \\
 &\xrightarrow{(4.43),(4.46)} \varepsilon_{zz}^{(n+1)} \xrightarrow{(4.21)-(4.27)} U^{(n+1)}, \vartheta^{(n+1)} \xrightarrow{(4.42)} \\
 \rightarrow \varepsilon_{rr}^{(n+1)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(n+1)} &\xrightarrow{(4.47)} \sigma_{ij}^{(n+1)}.
 \end{aligned}$$

Здесь $i, j=r, \theta, z$; $n=L/\Delta t$, где L – общее время протекания процесса деформирования; U_*, ϑ_* – перемещения соответствующие случаю плоской деформации ($\varepsilon_{zz}=0$); U, ϑ – истинные перемещения при обобщенном плоском деформировании, когда $\varepsilon_{zz}=C(t) \neq 0$. Отметим, что вышеизложенный алгоритм согласуется с методикой, изложенной в 2 главе для осесимметричного деформирования, а при отсутствии окружной координаты определяющие соотношения расчетной схемы (4.48) принимают вид, выражений представленных в разделах 2.2 и 2.4. Что может служить проверкой правильности составления уравнений.

Рассмотрим частный случай, когда к торцам тела дополнительных усилий не приложено, но имеют место температурные деформации и радиационное распухание при отсутствии внешних механических сил ($P_{ext}=0$), т.е. $\sigma_{rr}(R_{ext}, \theta)=0$. Температурное поле $T(r, \theta)$ предполагается известным из решения задачи теплопроводности или задано численно на основании

экспериментальных данных. Таким образом, если квазистатическое радиационное нагружение постоянно по длине модельного тела, на которое действует стационарное температурное поле $T(r, \theta)$, также не зависящее от осевой координаты, то деформация $\varepsilon_{zz} = C(t)$ постоянна по сечению и не зависит от координаты z . В предположении, что нагрев и облучение не вызывают возникновения деформаций ползучести определим неизвестную осевую деформацию.

Из соотношения (4.45) при отсутствии ползучести и внешних сил получим выражение для определения продольного напряжения

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = \mu(\sigma_{rr}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}(r, \theta)) + E(\varepsilon_{zz} - \varepsilon^{th}(r, \theta) - \varepsilon^s(r, \theta)) \quad (4.49)$$

Осевую деформацию найдем из условия равенства нулю суммарной продольной силы в (4.44). Таким образом, подставляя в последнее выражение соотношение (4.49), задаем общую зависимость для осевых деформаций при отсутствии внешних сил

$$\varepsilon_{zz} = \left(1 / \int_0^{\theta^0 R} \int_0^R r dr d\theta \right) \int_W (\varepsilon^{th}(r, \theta) - \varepsilon^s(r, \theta)) r dr d\theta, \quad (4.50)$$

где $\theta \in [0; \theta^0]$. Далее обозначим $\Delta T(r, \theta) = T(r, \theta) - T_0$.

Теперь в случае отсутствия любых продольных нагрузок получим

$$\varepsilon_{zz} = \left(1 / \int_0^{\theta^0 R} \int_0^R r dr d\theta \right) \left(\alpha \int_0^{\theta^0 R} \int_0^R \Delta T(r, \theta) r dr d\theta + \int_0^{\theta^0 R} \int_0^R \varepsilon^s(r, \theta) r dr d\theta \right) \quad (4.51)$$

В дальнейшем нам будет более удобна несколько иная форма записи для (4.51):

$$\varepsilon_{zz} = \alpha \Delta \bar{T}(r, \theta) + \bar{\varepsilon}^s(r, \theta) \quad (4.52)$$

$$\Delta \bar{T}(r, \theta) = \frac{2}{R^2 \theta^0} \int_0^{\theta^0 R} \int_0^R \Delta T(r, \theta) r dr d\theta. \quad (4.53)$$

Тогда в соответствии с (1.17) для обобщенного деформированного квазистатического состояния при нагреве и облучении осевая константа равна

$$\varepsilon_{zz} = \alpha \Delta \bar{T}(r, \theta) + 1/3 \bar{S}(r, \theta), \quad (4.54)$$

$$\bar{S}(r, \theta) = \frac{2}{R^2 \theta^0} \int_0^{\theta^0} \int_0^R S(r, \theta) r dr d\theta. \quad (4.55)$$

Таким образом, с учетом (4.49) и (4.54), для общего случая терморadiационной задачи (без учета механического нагружения), окончательная формула для вычисления осевого напряжения будет иметь следующий вид

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = \mu(\sigma_{rr}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}(r, \theta)) + E\alpha(\bar{T}(r, \theta) - T(r, \theta)) + 1/3(\bar{S}(r, \theta) - S(r, \theta)). \quad (4.56)$$

Как видно, запись (4.56) означает, что условие равновесия в осевом направлении выполняется в среднем, и в соответствии с принципом Сен-Венана это выражение достаточно близко к точному решению на некотором удалении от торцов сплошного цилиндра. Из (4.56), как частный случай, можно получить известное решение термической задачи для обобщенного деформированного состояния [21]:

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = \mu(\sigma_{rr}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}(r, \theta)) + E\alpha(\bar{T}(r, \theta) - T(r, \theta)) \quad (4.57)$$

Таким образом, окончательная формула для вычисления постоянной осевой деформации в любой n -ый момент терморadiационного нагружения имеет вид

$$\varepsilon_{zz} = C(t) = \frac{2\alpha}{R^2 \theta^0} \int_0^{\theta^0} \int_0^R \Delta T(r, \theta) r dr d\theta + \frac{2}{3R^2 \theta^0} \int_0^{\theta^0} \int_0^R S(r, \theta) r dr d\theta \quad (4.58)$$

Отметим, что для общего случая терморadiационной задачи в процессе решения необходимо проверять выполнение условия (1.18). Если оно нарушено, то на данном временном шаге расчета в выражениях (4.59) и (4.56) опускаются составляющие необратимого радиационного формоизменения. В случае выполнения (1.18) учитываются необратимые деформации набухания по общим зависимостям (1.17) только в тех точках сечения, где флюенс нейтронов превысил допустимый предел.

Неизвестные величины (радиальные и кольцевые перемещения), можно определить численно, по методу, предложенному в разделе

4.2. Далее, на основании численных значений вектора перемещений для случая обобщенной плоской деформации, компоненты тензора напряжений в поперечной плоскости сечения (σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{r\theta}$) вычисляются по разностным зависимостям (4.47), а осевое напряжение определяется формулой (4.56). Соответственно, компоненты тензора полных деформаций рассчитываются по зависимостям (4.42), причем продольная деформация для данного этапа терморadiационного нагружения задана соотношением (4.58). Пользуясь приведенной методикой определения компонент вектора перемещений и тензоров деформаций и напряжений, возникающих в модельном теле в случае обобщенного плоского деформированного состояния под действием термосиловых и радиационных нагрузок, можно осуществить процедуру решения соответствующей задачи ползучести в условиях облучения, по схемам, изложенным в разделе 4.4.

В дальнейшем, для проведения исследований на разработанной в текущей главе общей механико-математической модели деформирования цилиндрических тел в условиях сложных немеханических воздействий потребуются виртуальные эксперименты. Их основная задача заключается в проверке механико-математической модели неосесимметричного НДС заявленным свойствам, ее соответствия общим процессам неосесимметричного деформирования, а также исследование модели в условиях ползучести и облучения. Для осуществления вычислительных испытаний, в первую очередь, и разработан вышеописанный алгоритм, реализующий математические модели обобщенного неосесимметричного деформирования с учетом необратимых деформаций. По средствам программного моделирования он представлен в форме воспринимаемой персональным компьютером [194]. Пользовательский модуль написан на языке C#. Внешний вид программы соответствует всем стандартам и рекомендациям к приложениям для операционных систем Windows (XP, Vista, 7). Расчетный алгоритм определения обобщенного плоского неосесимметричного НДС при ползучести и облучении представлен определяющими зависимостями (4.48), а структурная схема программы моделирования неосесимметричного НДС приведена на рис. 4.9.

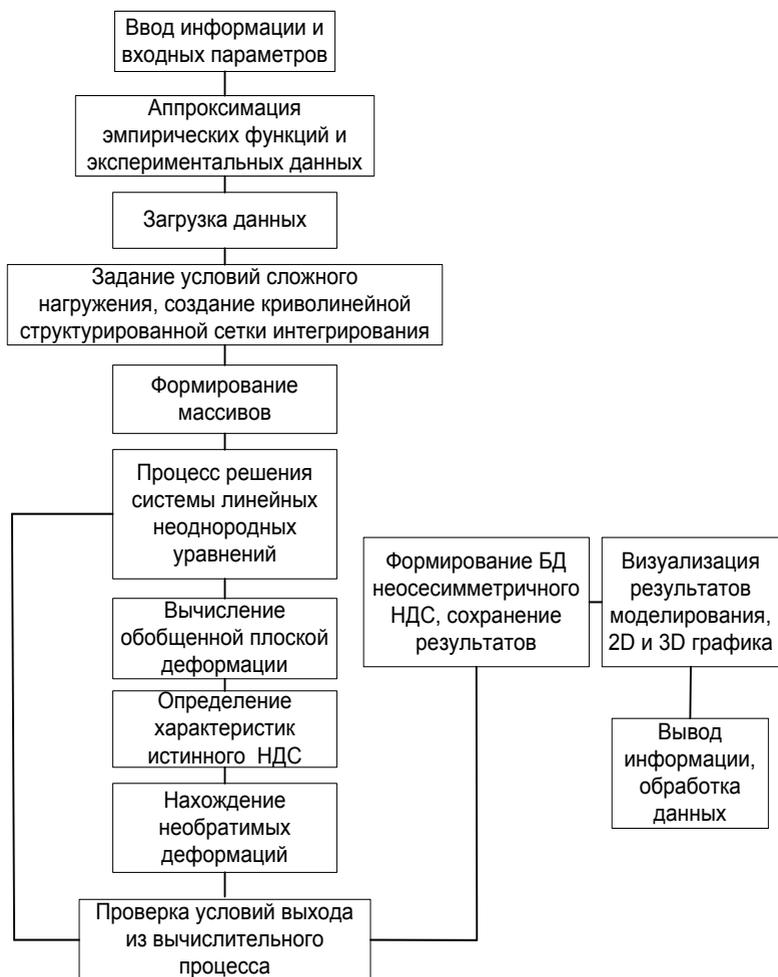


Рис. 4.9. Структурная схема программы

В функциональное назначение программы входит загрузка данных и входных параметров, аппроксимация эмпирических функций и экспериментальных данных, импорт геометрии расчетной области, задание модели среды, расстановка начальных и граничных условий, генерация криволинейной структурированной расчетной сетки, задание критериев сходимости и т.д. После этого управление передается решателю, выполненного на основе

разработанного численного метода, который начинает процесс счета с учетом алгоритма определения необратимых деформаций, изложенного в подразделе 4.4.1. Следует отметить также, что решение может осуществляться как для бесконечно длинных цилиндрических тел, так и с учетом обобщенной плоской деформации (по алгоритму, представленному в 4.4.2). При достижении требуемого значения критерия сходимости вычислительный процесс может быть остановлен. В дальнейшем результаты доступны для их обработки, формирования базы данных, сохранения и визуализации. Отметим, что такое построение программы позволяет проводить виртуальное моделирование и одновременно, визуализируя значение характеристик НДС, анализировать получаемые результаты, менять условия нагружения, а также параметры механико-математической модели. В целом, указанная структурная схема представляет собой совокупность предписаний, обеспечивающих выполнение операций и процедур, необходимых для получения решений, позволяющих исследовать процессы функционирования рассматриваемой механической системы. Архитектура программного комплекса является модульной, что дает возможность в дальнейшем легко добавлять новые функциональные возможности и вносить улучшения.

Предложенная общая механико-математическая модель и численный метод определения НДС могут послужить базой для разработки отечественных компьютерных кодов, моделирующих поведение цилиндрических элементов конструкций и компонентов оборудования, работающих в условиях экстремальных механических, термических и радиационных нагрузок в машиностроении, энергетике, аэрокосмической отрасли. Возможно применение изложенной методики и разработанного пакета прикладных программ при проведении прочностных расчетов с целью повышения точности прогнозирования ресурса широко применяемых в современной технике конструктивных элементов оборудования в виде цилиндрических тел в различных условиях экстремального нагружения. Полученные результаты могут быть также использованы для подготовки отечественных специалистов по прочностным расчетам в области энергетического и атомного машиностроения.

4.4. Некоторые обобщения

Обобщая изложенные в данной главе результаты, можно отметить, что предложенная общая постановка задачи, об упруговязком деформировании длинных тел цилиндрической геометрии при квазистатическом терморadiационном нагружении, позволяет определить терморadiационное напряженно-деформированное состояние различных цилиндрических конструктивных элементов. Получены разрешающие уравнения для неосесимметричного НДС в перемещениях, являющиеся основой механико-математической модели неосесимметричного НДС цилиндрического тела с учетом неравномерного нагрева и нейтронного облучения в условиях ползучести. При этом рассмотрены как однородные цилиндрические тела, так и многослойные. Предложен численный метод, базирующийся на конечно-разностном представлении уравнений равновесия в перемещениях, идеи метода дробных шагов Н.Н. Яненко, методе матричной прогонки и итерационных методах при решении системы алгебраических уравнений, теории аппроксимации, интерполяции и экстраполяции функций. При определении деформаций ползучести на каждом временном шаге используется теория течения с учетом радиационной составляющей. Деформации радиационного распухания на каждом этапе нагружения определяются с помощью эмпирических зависимостей, полученных на основе внутриреакторных испытаний топливных и конструкционных материалов. Разработана эффективная численная схема и алгоритмы нахождения основных характеристик плоского неосесимметричного НДС длинных цилиндрических тел в условиях ползучести и нейтронного облучения.

Предложен и реализован оригинальный алгоритм расчета неосесимметричного НДС и компьютерная программа решения $2D(r, \theta)$ задачи ползучести в условиях облучения. Программная модель реализована на C# в среде Microsoft Visual Studio 2011 Express и позволяет обрабатывать и визуализировать результаты расчетов кинетики НДС длинных цилиндрических тел. Архитектура программного комплекса NDS_Solver является модульной, что дает возможность в дальнейшем легко добавлять новые функциональные возможности и вносить улучшения. Разработанная специальная

методика проведения виртуальных экспериментальных исследований и программный модуль для имитационного моделирования и исследования НДС тепловыделяющих цилиндрических тел, позволяют описывать реально происходящие процессы неосесимметричного деформирования при ползучести и облучении материалов. Такое построение позволяет проводить моделирование и одновременно, визуализируя значение любой переменной, анализировать результаты расчета, менять граничные условия и параметры математической модели.

Предложенные механико-математическая модель, численный метод определения НДС, алгоритмы и блок-схемы являются основой для разработки компьютерного кода, позволяющего моделировать терморadiационномеханическое поведение различных цилиндрических конструктивных элементов во всем спектре возможных эксплуатационных нагрузок.

ГЛАВА 5

РЕШЕНИЕ КОНКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО НДС ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ НАГРЕВЕ И ОБЛУЧЕНИИ

В предыдущей главе сформулирован вариант механико-математической модели неосесимметричного НДС, учитывающий изменение напряжений и деформаций по периметру цилиндрических тел с учетом влияния тепловых и радиационных эффектов в условиях плоской и обобщенной плоской деформации. На основе предложенных моделей созданы эффективные методики, алгоритмы и программные средства, позволяющие проводить численное исследование кинетики упруговязких процессов деформирования элементов конструкций и компонентов оборудования, работающих в условиях сложных квазистатических терморadiационных воздействий. Дальнейшая задача заключается в проверке представленной модели на соответствие заявленным свойствам, в первую очередь, неосесимметричному деформированию в условиях ползучести и облучения. Для окончательных заключений требуется детальное исследование в широком поле изменения температур, окружной неравномерности, радиационных нагрузок. Также приведем результаты сравнения с осесимметричной моделью [174-183,193,196-200].

Используя приведенную методику, выполним виртуальное моделирование $2D(r,\theta)$ деформирования односвязного цилиндрического тела в условиях терморadiационных воздействий и оценим влияние окружной неравномерности на неосесимметричное НДС для различных значений амплитуд температур. В качестве модельных тел, будем рассматривать сплошные цилиндры, выполненные как из конструкционного, так и из топливного делящегося (тепловыделяющего) материала.

5.1 Неравномерно нагретый цилиндр с внутренними источниками тепловыделения

Для удобства анализа получаемых результатов условно разделим сечение модельного тела на три участка: внутренний $0 \leq \rho \leq 1/3$; средний $1/3 \leq \rho \leq 2/3$ и внешний $2/3 \leq \rho \leq 1$. В дальнейшем, в

зависимости от распределения неосесимметричного температурного поля (5.63), для внутреннего (I), среднего (II) и внешнего (III) участка условно выделим две зоны – горячих ($\theta \in [0; \pi/4]$) и холодных ($\theta \in [\pi/4; \pi/2]$) сечений согласно схеме, представленной на рис. 5.1. Отметим, что все решения, рассматриваемых далее задач, были получены с использованием лицензионной программной среды Visual Studio 2011 Express, которая была бесплатно предоставлена компанией Microsoft.

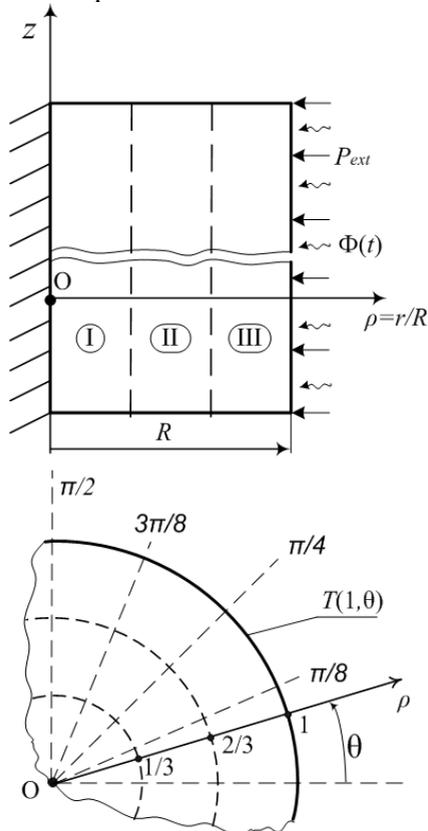


Рис. 5.1. Схема анализа НДС

В соответствии с известными решениями интегродифференциальных уравнений распухания, например, [110,114,147], при неоднородном по периметру нагреве (5.1) радиационное

распухание цилиндра с внутренними источниками тепловыделения (топливный материал) примет с учетом различных амплитудных значений температур ($2A=40$ и $2A=80$) следующий вид (рис. 5.2)

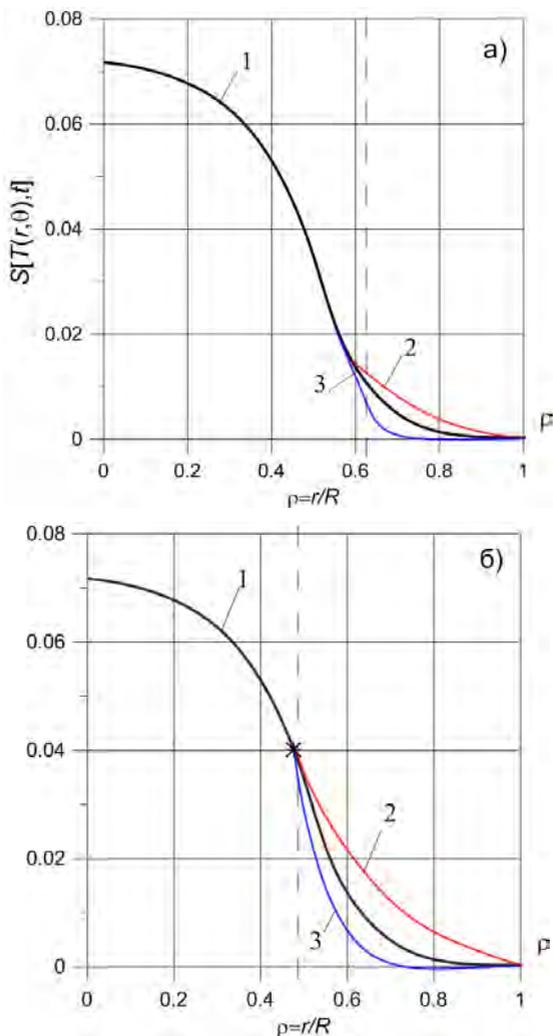


Рис. 5.2. Распределение радиационного распухания за 5000ч в зависимости от окружной координаты (1- $\theta=0$; 2- $\theta=\pi/8$; 3- $\theta=3\pi/8$) и амплитудного значения неравномерности температур: а) $A=20$; б) $A=40$

Далее, используя методику, изложенную в разделах 3.2–3.3, получим картину изменения характеристик напряженного состояния тепловыделяющего цилиндрического тела за 1000ч деформирования (рисунки 5.3–5.5) для различных амплитудных значений окружной температурной неравномерности [199,200].

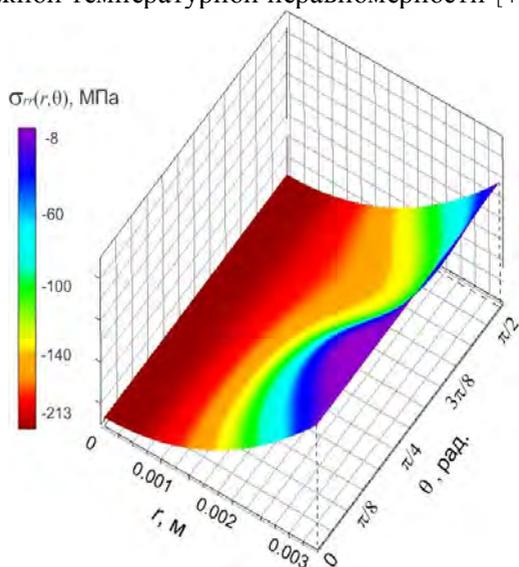


Рис. 5.3. Поверхности радиальных напряжений за 1000 ч нагружения ($A=50$)

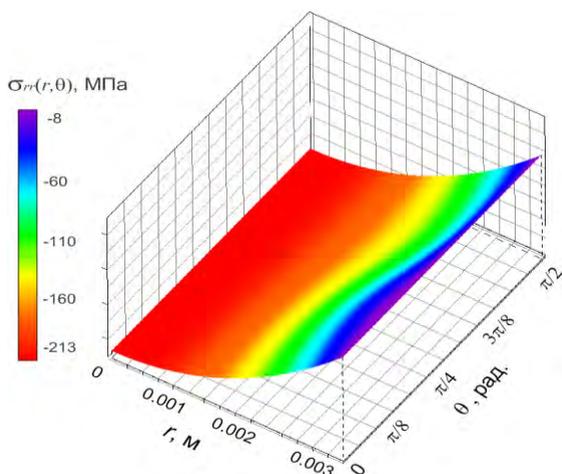


Рис. 5.4. Поверхности радиальных напряжений за 1000 ч нагружения ($A=30$)

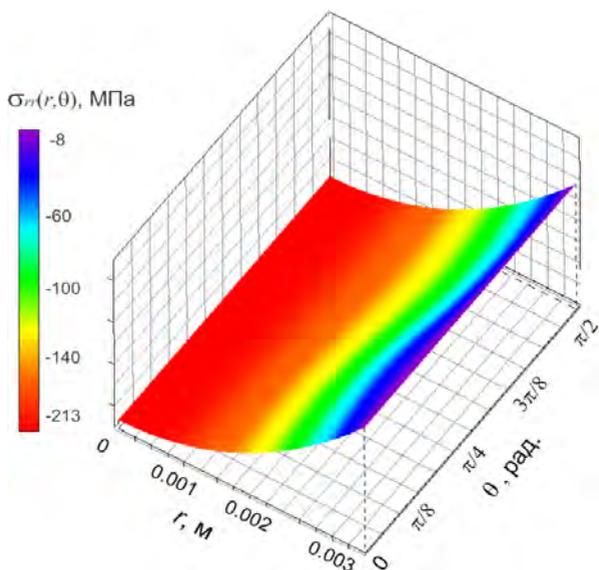


Рис. 5.5. Поверхности радиальных напряжений за 1000 ч нагружения ($A=20$)

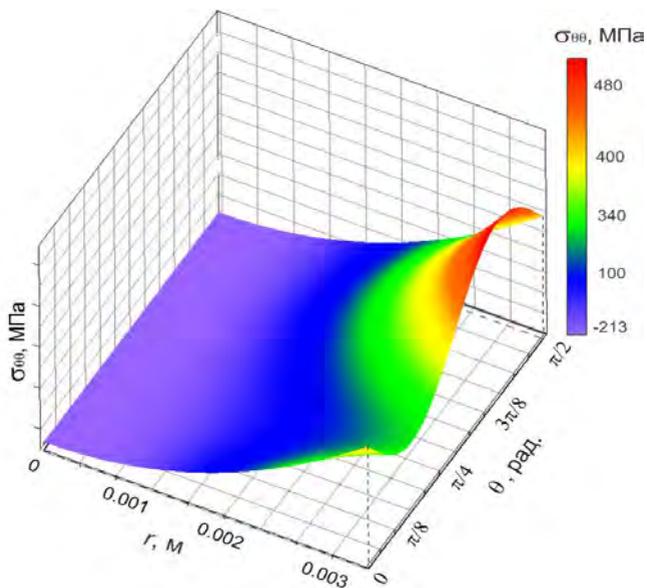


Рис. 5.6. Поверхности окружных напряжений за 1000 ч деформирования ($A=50$)

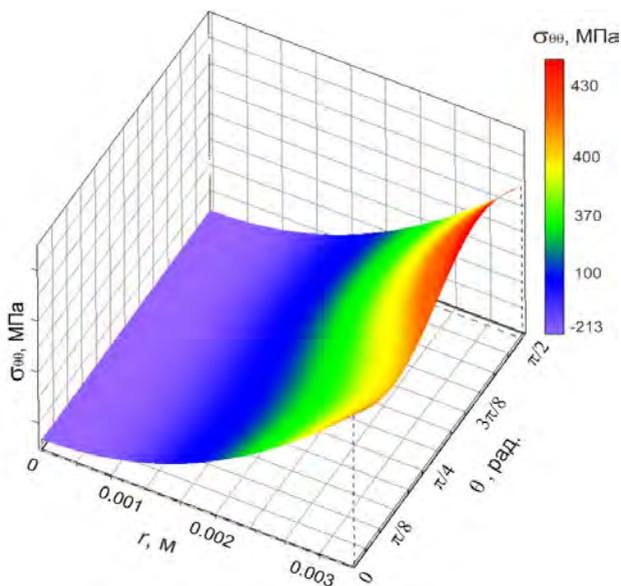


Рис. 5.7. Поверхности окружных напряжений за 1000 ч деформирования ($A=30$)

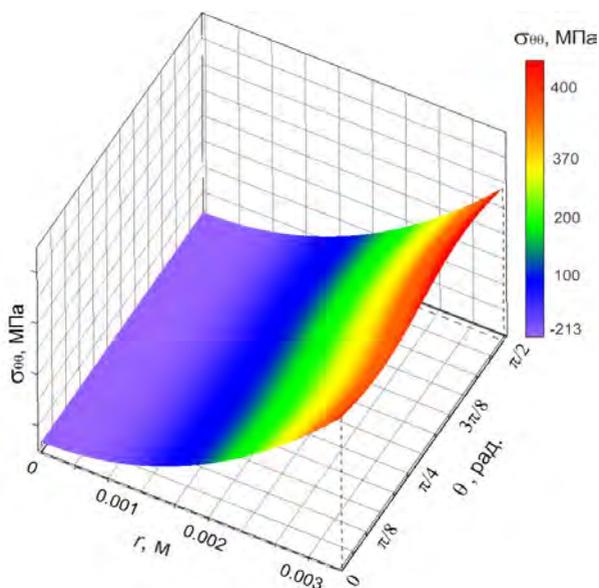


Рис. 5.8. Поверхности окружных напряжений за 1000 ч деформирования ($A=20$)

Как видно, на графиках рис. 5.3-5.8, радиальная и окружная компоненты тензора напряжений значительно меняются по периметру сплошного сечения на центральном ($1/3 \leq \rho \leq 2/3$) и внешнем ($2/3 \leq \rho \leq 1$) участках. Причем радиальные напряжения в тепловыделяющем цилиндре малы по сравнению с окружными для всех значений кольцевой температурной развертки (наиболее четко это заметно на внешнем участке), являются сжимающими по всей толщине и в сечениях $\theta = 3\pi/8$ имеют свое максимальное по модулю значение для текущей координаты r . По мере приближения к внешней поверхности цилиндра сжимающие радиальные напряжения уменьшаются и при $\rho = 1$ становятся равными 8 МПа для любой окружной координаты, следовательно, граничные условия (4.9) для поставленной задачи выполняются. В отличие от радиальных, тангенциальные напряжения на третьем участке ($2/3 \leq \rho \leq 1$) являются растягивающими и наибольшими, причем максимальные по величине соответствуют сечениям $\theta \in [\pi/4; \pi/2]$ внешней поверхности цилиндра. В то же время, по мере приближения к центральной оси окружные напряжения уменьшаются, а на II участке меняют знак.

Характер распределения осевых напряжений схож с окружными. Заметим, что на внутреннем интервале ($0 \leq \rho \leq 1/3$) распределение всех компонент тензора напряжений становится однородным, как для окружной, так и для радиальной координат материальных точек исследуемого тела.

В целом, проведенные численные эксперименты за 1000ч деформирования показали, что изменение окружной координаты по круговой оси незначительно влияет на величину напряжений при амплитудном значении неравномерности $2A < 40$. Причем увеличение кольцевой амплитуды температур в полтора раза ($2A = 60$) увеличивает величину максимальных радиальных напряжений на 8%, а тангенциальных на 15% в соответствующих сечениях. Дальнейшее изменение амплитудного значения окружной неравномерности, например, при $2A > 80$ довольно сильно сказывается на максимальных значениях напряжений, особенно касательных (рис. 5.9).

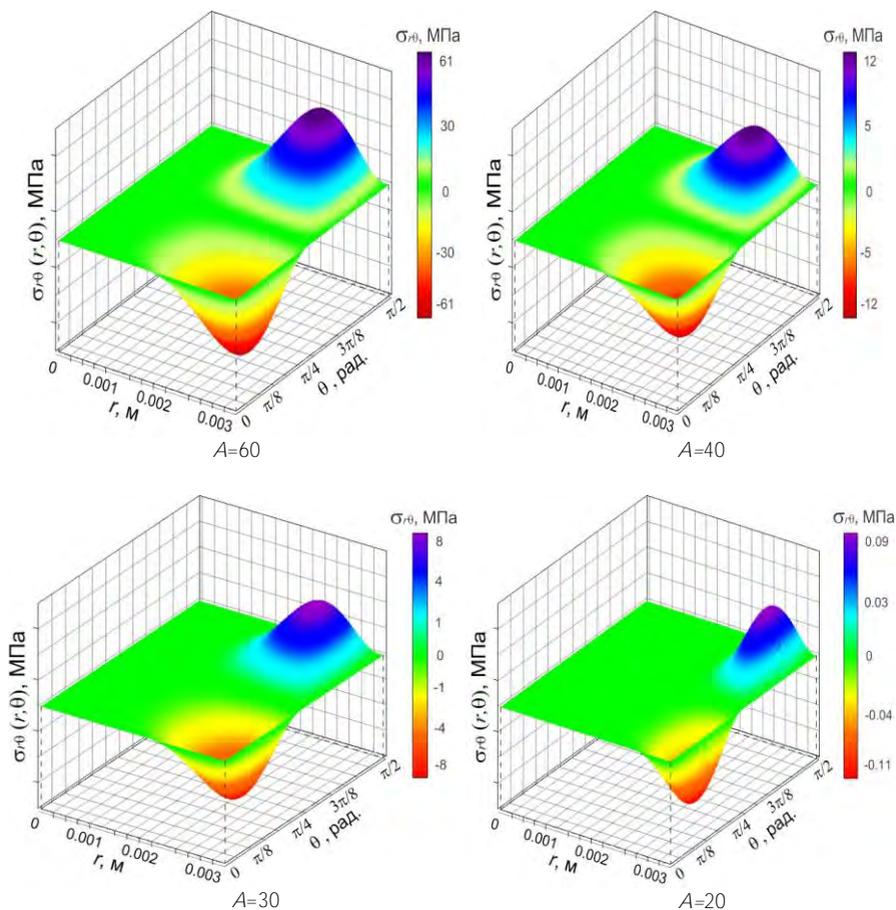


Рис. 5.9. Поверхности распределения касательных напряжений за 1000 ч при различных значениях окружной температурной неравномерности

Изменение со временем напряженного состояния в зависимости от амплитудного значения температур в точках экстремума окружных координат средних сечений (при $\rho=2/3$) представлено ниже в таблицах 5.1 и 5.2, в которых сведены обработанные числовые значения серии расчетов для максимальных и минимальных величин радиального напряжения и интенсивности напряжений, соответственно, за $t=0$; 500; 1000; 2000; 3000 часов деформирования.

Табл. 5.1 – Изменение радиальных напряжений со временем в зависимости от амплитудного значения температур для $r/R=2/3$

A	θ , рад.	σ_{rr} , МПа				
		t , ч				
		0	500	1000	2000	3000
0	$\pi/8$	-110	-122	-156	-195	-214
	$3\pi/8$	-110	-122	-156	-195	-214
10	$\pi/8$	-109	-121	-156	-195	-214
	$3\pi/8$	-113	-123	-158	-195	-214
20	$\pi/8$	-103	-115	-150	-190	-220
	$3\pi/8$	-116	-130	-162	-202	-227
40	$\pi/8$	-89	-103	-138	-175	-224
	$3\pi/8$	-131	-142	-175	-205	-241
50	$\pi/8$	-70	-100	-125	-160	-235
	$3\pi/8$	-140	-150	-160	-200	-260

Табл. 5.2 – Изменение интенсивности напряжений со временем в зависимости от амплитудного значения температур для $r/R=2/3$

A	θ , рад.	$\sigma_{\theta\theta}$, МПа				
		t , ч				
		0	500	1000	2000	3000
0	$\pi/8$	136	150	200	246	306
	$3\pi/8$	136	150	200	246	306
10	$\pi/8$	135	150	200	246	306
	$3\pi/8$	138	151	200	246	306
20	$\pi/8$	130	144	195	243	304
	$3\pi/8$	144	158	207	252	310
40	$\pi/8$	100	115	180	240	301
	$3\pi/8$	150	165	225	270	321

Исходя из представленной кинетики напряженного состояния, можно предположить, что вместе с постоянным ростом напряжений со временем терморadiационного нагружения прослеживается общее снижение неоднородности напряженного состояния по периметру. Как видно из табл. 5.1, уровень неравномерности разболтки напряжений прямо пропорционален изменению параметра неосесимметричности A в (5.63). Неоднородность

интенсивности напряжений по периметру также возрастает с увеличением окружной неравномерности (табл. 5.2). Таким образом, чем больше первоначальная окружная развертка температур ($2A$), тем больше остаточная амплитуда изменения неоднородности напряженного состояния по периметру модельного тела. Вместе с тем, следует отметить, что даже при высоком уровне окружной амплитуды температур (например, $2A=80$) за 3000 часов деформирования неравномерность напряженного состояния в кольцевом направлении значительно снижается, причем в холодных сечениях уровень напряжений остается несколько выше, чем в горячих. Закономерность изменения поверхности распределения радиальных напряжений за 500, 2000 и 3000 часов нагружения при значении окружной неравномерности $A=50$ представлена на рис. 5.10 и 5.11 (поверхность радиальных напряжений за 1000 часов показана на рис. 5.3).

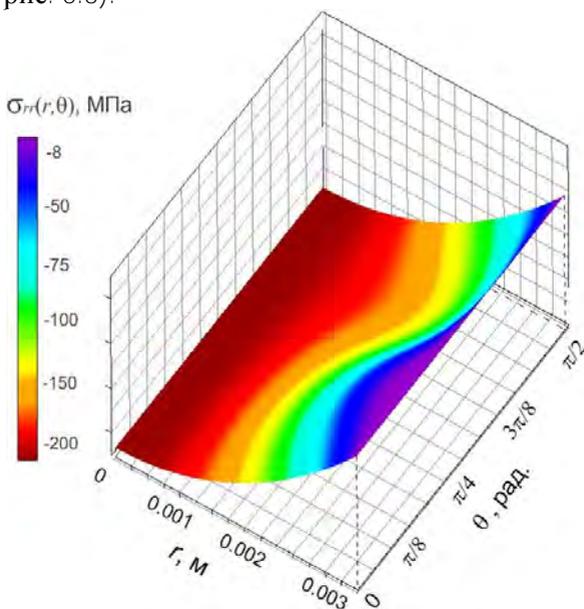


Рис. 5.10. Общий вид изменения поверхности распределения радиальных напряжений за 500 часов нагружения при значении окружной неравномерности $A=50$

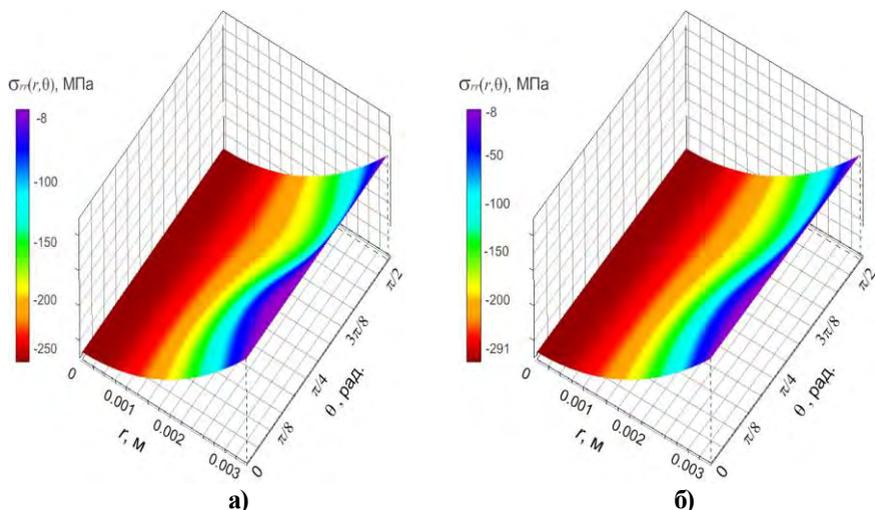


Рис. 5.11. Общий вид изменения поверхности распределения радиальных напряжений 2000ч (а) и 3000ч (б) часов нагружения при значении окружной неравномерности $A=50$

На основании проведенной серии расчетов видно, значительная неоднородность напряжений на начальных этапах нагружения ($t=0\dots 500$ ч) обусловлена в первую очередь неосесимметричностью температурного поля $T(r, \theta)$ по периметру модельного тела с внутренними источниками тепловыделения. Причем максимум и минимум окружной неоднородности в соответствии с (5.1) достигается для сечений $\theta=\pi/8$ и $\theta=3\pi/8$ радиальной плоскости. Особенно сильно неравномерность напряжений проявляется на среднем ($1/3 \leq r \leq 2/3$) и внешнем ($2/3 \leq r \leq 1$) участках. В тоже время, на внутреннем интервале ($0 \leq r \leq 1/3$) распределение напряжений близко к осесимметричному. С течением времени ($0\dots 3000$ ч) окружная неравномерность полей напряжений для II и III участков сглаживается, что связано, в первую очередь, с большой термической ползучестью материала. Заметим, что величина сжимающих радиальных напряжений, также как и абсолютная величина напряжений (табл. 5.2), снижается в сечениях, где предполагаются большие радиационные деформации (в соответствии с принятым распределением распухания на рис. 5.2). Так, в горячих сечениях на внешнем (III) и среднем (II) участках наблюдается общее снижение максимальных сжимающих

напряжений на 25-30%, что наиболее четко видно на графиках изменения радиальных напряжений. Это говорит о том, что в данном случае возникающие радиационные напряжения (растягивающие) со временем способны несколько снизить общий уровень первоначальных термоупругих напряжений. Таким образом, совместный учет необратимых деформаций ползучести и распухания приводит к значительному уменьшению неоднородности напряжений, а также к их изменению примерно на 5-25%: увеличению растягивающих и уменьшению по модулю сжимающих напряжений по периметру II и III участков модельного тела. Вместе с тем, нужно отметить, что на II и III участках неравномерность распределения деформаций остается значительной, кроме того, с течением времени, такая неоднородность стремительно увеличивается, причем меняется качественный характер ее распределения по периметру. Эпюры изменения полной окружной деформации по периметру сплошного цилиндра при $A=50$ для 3000ч и 5000ч терморadiационного нагружения представлены на рис. 5.12.

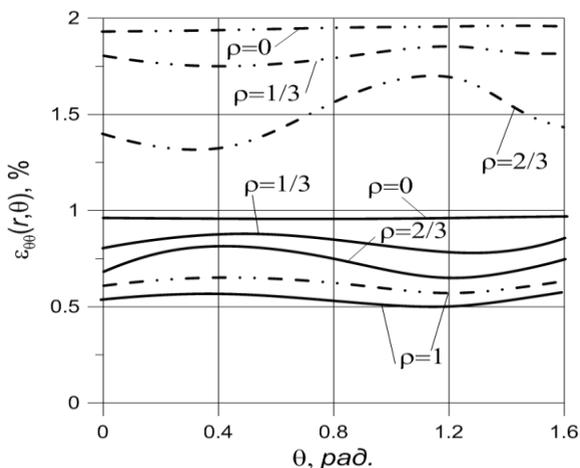


Рис. 5.12. Изменение окружных деформаций по периметру сечения со временем: _____ — 3000ч; - - - - - — 5000ч

Можно предположить, что при $t=1000...3000ч$ неравномерность деформаций обусловлена действием неоднородного радиационного распухания в различных точках сечения по окружному

направлению, которое на рис. 5.2 особенно заметно на центральном ($1/3 \leq \rho \leq 2/3$) и внешнем ($2/3 \leq \rho \leq 1$) участках. В дальнейшем ($t=3000 \dots 5000$ ч), действующие напряжения вызывают значительные дополнительные деформации терморadiационной ползучести по периметру сечения, скорость которых изменяться в первую очередь с градиентом неосесимметричности нагрева (5.1). Совместное действие радиационного распухания и ползучести приводит к необратимому формoизменению, которое при $t=5000$ ч достигает максимальных величин. В этой связи окружное изменение температур только способствует усилению неравномерности распределения деформаций по периметру сечения тепловыделяющего цилиндра со временем. В первую очередь такое усиление осуществляется за счет влияния на механизмы распухания и термической ползучести, причем амплитуда неоднородности деформаций в кольцевом направлении наибольшая для III участка ($2/3 \leq \rho \leq 1$).

Таким образом, в результате проведения серии вычислительных экспериментов установлено, что наименьшее амплитудное значение неравномерности температур, при котором необходимо использовать теорию неосесимметричного НДС, составляет 40 градусов ($A=20$). При значениях равной или меньших указанной величины относительное изменение напряжений по периметру не превышает 5% (амплитуда изменения радиальных напряжений 3.8%, окружных 5.7%, осевых 5.2%, касательных 2.5%). Учитывая, что погрешность проводимых численных экспериментов составила 4-5% (при числе разбиения $k=1000$, $m=100$, $n=100$), для данных условий нагружения и свойств тепловыделяющего цилиндра наименьшее значение амплитудное значение неравномерности температур при котором необходимо использовать теорию неосесимметричного НДС составляет $2A=40$. При $2A > 40$ осесимметричная модель в целом дает неудовлетворительные результаты: характерно увеличение сжимающих напряжений в горячих сечениях, а также уменьшение растягивающих в холодных сечениях на внешнем участке. В то время как по неосесимметричной модели происходит некоторое снижение терморadiационных напряжений по абсолютной величине в горячих сечениях, в тоже время в холодных сечениях наблюдается их рост. Следует, однако, отметить, что со временем

деформирования неоднородность напряженного состояния по кольцевой координате значительно сглаживается и уже при $t=3000$ ч не превышает 10% (для $A<50$). Кроме того расчеты по осесимметричной и неосесимметричной моделям отличаются и по накопленным деформациям на 2-ом и третьем участках: осесимметричная модель дает несколько завышенный результат при значительном времени нагружения. Причем на начальных этапах нагружения ($t<1000$ ч) при осесимметричном деформировании в холодных сечениях получается несколько завышенный результат, а в горячих сечениях – заниженный.

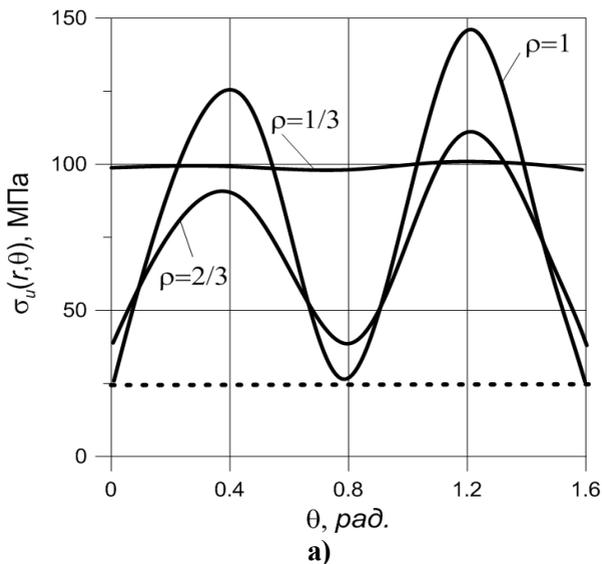
5.2 Цилиндр без внутренних источников тепла

В качестве другой модельной задачи рассмотрим неосесимметричное НДС неравномерно нагретого по периметру длинного сплошного цилиндра без внутренних источников тепловыделения, облучаемого потоком быстрых нейтронов ($\bar{E}>0.1$ МэВ) плотностью $\phi=2.81\cdot 10^{19}$ нейтрон/(см²·с), т.е. $\phi\approx 7.8\cdot 10^{19}$ нейтрон/(м²·с). Стационарный температурный нагрев осуществляется по закону (5.1) при $Q=0$, $A=50$, $R=0.003$ м, $T_s=823$ К. Упругие и теплофизические характеристики физико-механических свойств конструкционного материала соответствуют нержавеющей аустенитной стали ($E=2.1\cdot 10^5$ МПа; $\mu=0.3$; $\alpha=12.6\cdot 10^{-6}$ 1/К). Механическое давление, равномерно распределенное по внешней поверхности цилиндра равно $P_{exl}=8$ МПа.

На основании методики, изложенной в разделах 4.2 и 4.3, проведено 2 серии расчетов: при минимальных нагрузках и различных значениях амплитуды окружной неоднородности и при нагрузках, позволяющих исследовать влияние на НДС температурного и радиационного фактора. Также рассмотрим влияние неравномерного температурного распределения на работоспособность модельного тела при изменениях температуры от 500°С до 600°С и величине флюенса нейтронов вплоть до 10^{27} нейтрон/м². В результате выполненных численных экспериментов [201] получена общая картина характеристик неосесимметричного НДС в длинном сплошном цилиндре в условиях ползучести и облучения. Изменение по периметру модельного тела напряжений показано графиками рис. 5.13–5.15,

изменение деформаций приведено на эпюрах рис. 5.16–5.18. Анализ неосесимметричного НДС, как и прежде, будем проводить по схеме, представленной на рис. 5.1.

Для начала рассмотрим изменение напряженного состояния цилиндра, как по периметру, так и во времени. Распределение полей напряжений в указанном диапазоне терморadiационных нагрузений в зависимости от окружной координаты показано на рис. 5.13, в зависимости от радиуса на рис. 5.15. Из эпюр рис. 5.13–5.15 видно, что неоднородность напряженного состояния сглаживается по мере приближения к продольной оси, причем изменение интенсивности напряжений на внутреннем участке ($0 \leq \rho \leq 1/3$) близко к равномерному. В целом уровень напряжений в точках сечения для $1/3 \leq \rho \leq 2/3$ и $\theta \in [\pi/4; \pi/2]$ значительно выше, чем во всех остальных по периметру модельного тела. Это можно объяснить влиянием окружной температурной неравномерности согласно (5.2) и, как следствие, относительно небольшой, по сравнению с горячими сечениями термической ползучестью материала со временем на центральном и внешнем участке. Отметим, что даже при больших значениях флюенсов нейтронов возникающие в конструкции терморadiационные напряжения, не превышают предел пропорциональности.



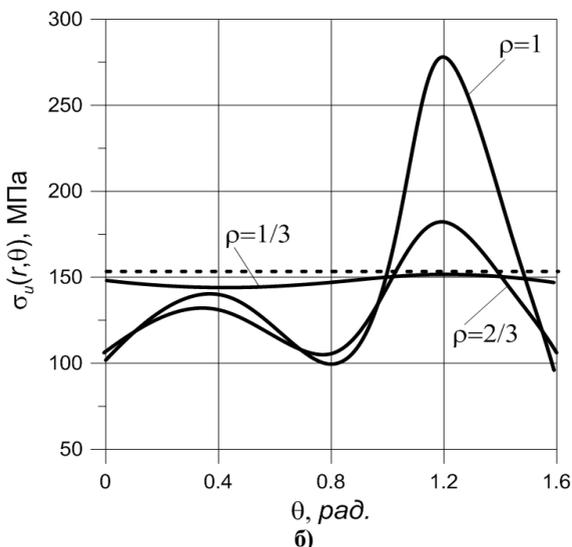


Рис. 5.13. Изменение интенсивности напряжений по периметру сечения при $t=1000$ ч (а) и $t=5000$ ч (б) с учетом (—) и без учета (---) окружной неравномерности температуры ($A=50$)

В тоже время, заметим, что учет окружной неравномерности, проявляющейся в первую очередь в увеличении доли объемных деформаций, со временем значительно увеличивает максимальные напряжения в холодных сечениях и снижает в горячих. Это хорошо видно на эпюрах рис. 5.13: напряжения с учетом окружной неравномерности ($A=50$) показаны сплошными линиями, без учета – штрихами.

Сравним полученные результаты по осесимметричной и неосесимметричной моделям. Из графиков рис. 5.13 видно, что изменение интенсивности напряжений на внутреннем участке равномерно в кольцевом направлении, причем при больших интервалах времени нагружения ($t > 4500$ ч) величина интенсивности напряжений первого участка ($0 \leq \rho \leq 1/3$) совпадает с результатами для осесимметричного деформирования (без учета окружной неравномерности температуры). В тоже время, на среднем ($1/3 \leq \rho \leq 2/3$) и внешнем ($2/3 \leq \rho \leq 1$) интервалах расчет напряжений по осесимметричной модели несколько завышает напряжения в горячих сечениях и значительно занижает в холодных. На начальных этапах нагружения осесимметричная модель дает

неудовлетворительные результаты (рис. 5.13, а). Можно предположить, что при больших интервалах времени деформирования ($t > 5000$ ч) напряженное состояние по осесимметричной модели достаточно точно определяется на внутреннем участке. На центральном и внешнем интервалах результаты разнятся: завышаются для сечений $\theta \in [0; \pi/4]$ и занижаются для $\theta \in [\pi/4; \pi/2]$. Так, сравнивая результаты приближенной и точной задач для $\theta \in [\pi/4; \pi/2]$ получаем, что максимальные напряжения, определяемые по неосесимметричной модели в холодных сечениях в 1.8 раза больше напряжений, определенных по осесимметричной модели, что может привести, в свою очередь, к ошибочным рекомендациям при проектировании элементов конструкций. Очевидно, что это объясняется принятыми допущениями в осесимметричном случае.

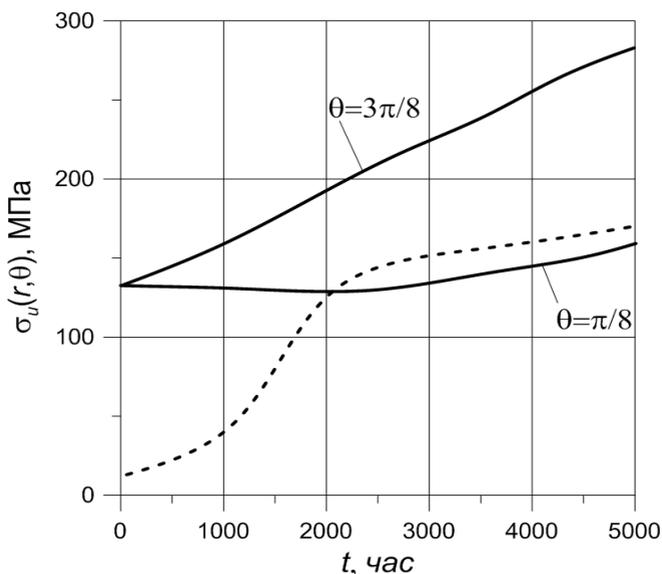
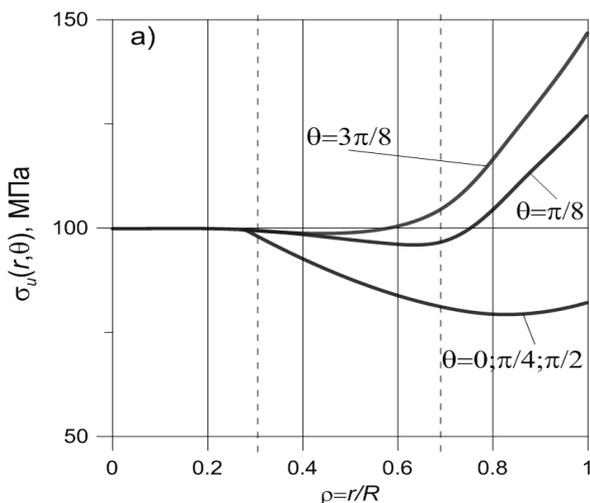


Рис. 5.14. Изменение интенсивности напряжений во времени для внешнего участка ($\rho=1$) в случае неосесимметричного температурного поля (5.64) с учетом (—) и без учета (---) окружающей неравномерности температуры ($A=50$)

Погрешность такого расчета в сравнении с неосесимметричной моделью в первую очередь зависит от величины амплитуды

окружной неравномерности и уровня температур, что определяет распухание материала и термическую ползучесть, а также некоторых других факторов: флюенса нейтронов, величины давления, физико-механические свойства материала. Следует, отметить, что при $A < 15$ распределение напряжений на I участке также становится осесимметричным, причем на II и III участках неоднородность напряженного поля при указанной амплитуде окружной развертки температур не превышает 9%. На рис. 5.13 (б) график изменение интенсивности напряжений по периметру внутреннего участка модельного тела при $A=15$ совпадает с распределением напряжений по периметру без учета окружной неравномерности (осесимметричное деформирование). Последнее свидетельствует о том, что при $A < 15$ окружную неравномерность для упрощения задач можно не учитывать так, как значения возникающих напряжений совпадают с осесимметричным напряженным состоянием (максимальное расхождение составляет 9% для $A=15$ при $\rho=1$).

Ниже на эпюрах рис. 5.15 представлены терморadiационные напряжения для различных сечений в зависимости от радиальной координаты. Условия задачи те же: термосиловое нагружение с учетом действия максимального флюенса нейтронов.



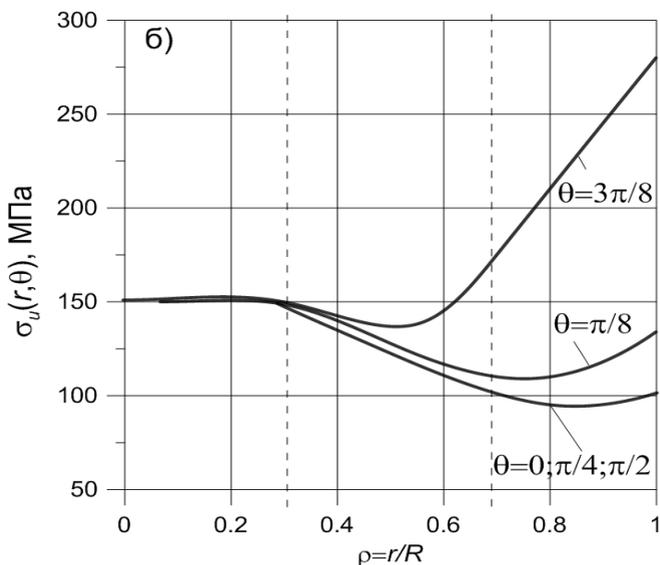


Рис. 5.15. Распределение напряжений вдоль радиуса при различных окружных координатах при $t=1000$ ч (а) и $t=5000$ ч (б)

Анализ влияния на напряженное состояние стального цилиндра переменности нагружения в окружном и радиальном направлениях показал, что значительная неоднородность интенсивности напряжений на начальных этапах нагружения ($t=0\dots1000$ ч) обусловлена в первую очередь неосесимметричностью температурного поля $T(r, \theta)$. Причем при $t=0\dots500$ часов наибольшие значения получает осевая компонента тензора напряжений, а напряжения в плоскости сечения меняются незначительно в окрестности нуля. В дальнейшем при $t=500\dots1000$ часов эта неравномерность проявляется наиболее сильно на среднем и внешнем участках сечений для $\theta \in [0; \pi/4]$. С течением времени ($1000\dots5000$ ч) резкая неоднородность полей напряжений для II и III участков горячих сечений сглаживается. Это связано в первую очередь с большой термической ползучестью материала в горячих точках сечений. В то же время на III участке при $\theta \in [\pi/4; \pi/2]$ неравномерность распределения напряжений остается достаточно большой, но вместе с тем, с течением времени, меняется характер такого распределения по периметру, что уже объясняется, в первую очередь, действием неоднородного радиационного распухания на

конструкционный материал. Распределение объемного радиационного распухания по периметру модельного тела показано ниже на рис. 5.16.

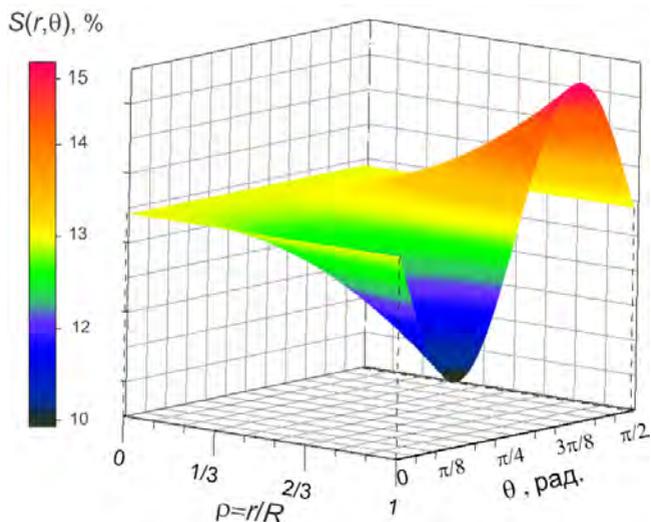
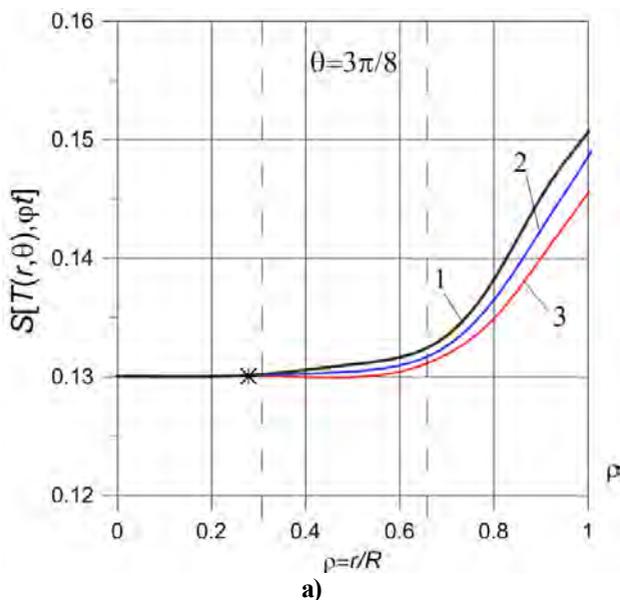


Рис. 5.16. Поверхность распределения радиационного распухания стального цилиндра за 5000ч облучения потоком быстрых нейтронов ($\bar{E} > 0.1$ МэВ) плотностью $\varphi = 2.81 \cdot 10^{19}$ нейтрон/(см²·ч) с учетом неосесимметричного нагрева ($A=50$)

Как видно из рис. 5.16 распределение распухания в горячих и холодных сечениях, резко неравномерно, что обусловлено значительным влиянием окружной неравномерности неосесимметричного температурного поля на третьем участке. В то же время абсолютные значения распухания на внешнем участке ($1/3 \leq \rho \leq 2/3$) изменяется незначительно ($\Delta S_{max} = 5\%$). Его величина достигает своего максимального значения на внешней поверхности при $\theta = 3\pi/8$, а минимум при заданных условиях терморadiационного нагружения внешней границе при $\theta = \pi/8$. В сечениях $\theta = 0, \pi/4, \theta = \pi/2$ наблюдается равномерное распухание, причем величина необратимой объемной деформации одинакова ($S \approx 13\%$). Такое же значение принимают радиационные деформации при $\rho < 1/3$ во всех окружных сечениях. Это обусловлено особенностями образования и соединения микропор в металле при облучении согласно моделям [105–110, 113, 128–142, 144, 146, 149, 150–152, 154–156]. Нужно отметить, что в данном случае картина распределения

радиационного распухания качественно повторяет обратное распределение несимметричного температурного поля. Это можно объяснить тем, что температурный интервал нагружения частично совпал с диапазоном рабочих температур, при котором процесс распухания происходит наиболее интенсивно (для металлов, это значение лежит в пределах от $0.2T_m$ до $0.6T_m$, T_m – температура плавления). В противном случае, в зависимости от значения температурного поля по периметру, в каждой точке сечения модельного тела распределение радиационных деформаций имело бы неоднородный характер. Также следует отметить, что картина радиационного распухания на первом участке (при $\rho < 1/3$) равномерна как по радиусу так и по окружности для всех амплитудных значений $A < 80$. На втором и третьем участках изменение параметра A существенно сказывается на распределении радиационных деформаций $S[T(r,\theta),\Phi]$ (до 45%) и наблюдается сдвиг кривых объемных деформаций в сторону продольной оси. Распределение объемного распухания по периметру модельного тела при различных амплитудных значениях окружной неравномерности показано ниже на рис. 5.17.



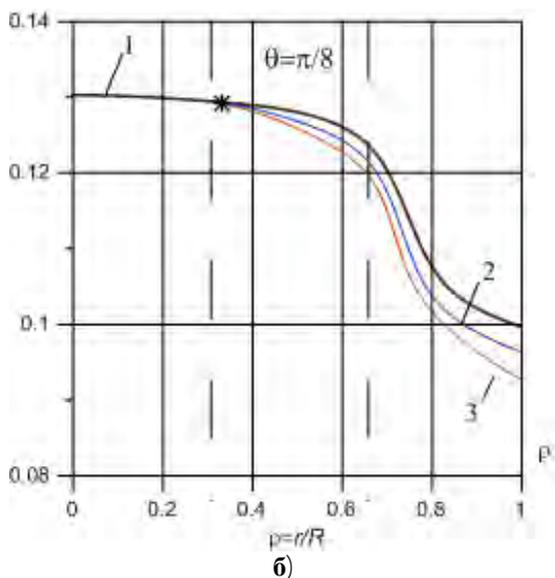


Рис. 5.17. Радиационное распухание в холодных (а) и горячих сечениях (б) стального цилиндра за 5000 ч облучения потоком быстрых нейтронов ($\bar{E} > 0.1$ МэВ) плотностью $\phi = 2.81 \cdot 10^{19}$ нейтрон/(см²·ч) и неосесимметричном нагреве (5.64) при различных значениях окружающей неравномерности температур:
 1 – $A = 50$; 2 – $A = 60$; 3 – $A = 70$

Таким образом, при облучении и неосесимметричном нагреве материал будет подвержен значительному неоднородному распуханию. Учет этой неравномерности, появляющейся в увеличении объемной деформации, и снижает максимальные сжимающие напряжения на 30%, что хорошо видно на графиках рис. 5.13 и 5.15. С одной стороны такое снижение максимальных напряжений при неупругой работе материала, позволяет повысить допустимую величину терморadiационной нагрузки, но с другой стороны необходимо следить, чтобы растягивающие напряжения, возникающие при данном значении флюенса и температуры, не приводили к разрушению тела в зоне растяжения. Численные эксперименты показали, что большой флюенс нейтронов и высокая рабочая температура делает совершенно необходимыми дальнейший учет вязких деформаций тела, причем для описания ползучести должна использоваться теория, адаптированная для

неосесимметричной модели деформирования в общем случае включающая как радиационную, так и термическую составляющую. Так, если при расчете холодных сечений целесообразно учитывать только радиационную ползучесть, то в горячих сечениях необходимо принимать во внимание как радиационную, так и тепловую составляющие необратимого деформирования.

На рис. 5.18 и 5.19 показано распределение деформаций по периметру модельного тела. Как можно заметить из эпюр рис. 5.18, распределение деформаций в горячих сечениях ($\theta \in [0; \pi/4]$), резко неоднородно, что обусловлено большой тепловой ползучестью в неосесимметричном тепловом поле (5.2). В холодных сечениях основной вклад вносит радиационная ползучесть, слабо зависящая от температуры. Поэтому в сечениях $\theta \in [\pi/4; \pi/2]$ распределение деформаций близко к равномерному.

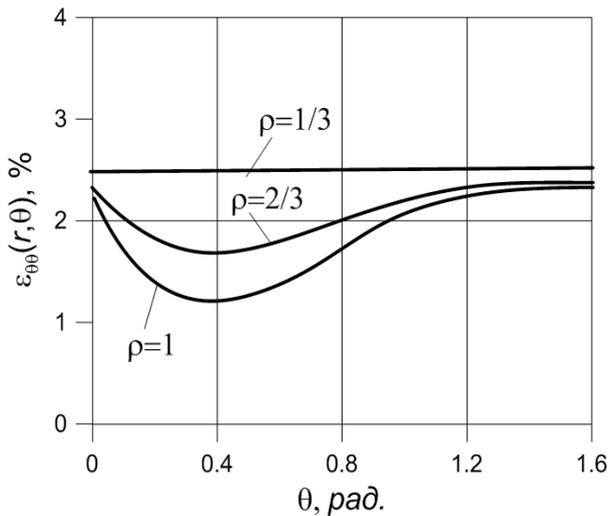


Рис. 5.18. Распределение окружных деформаций по периметру цилиндра в случае неосесимметричного температурного поля (5.2) с $A=50$ для $t=4000$ ч облучения

Ниже, на эпюрах рис. 5.19 показано изменение во времени полных окружных деформаций на внешнем, центральном и внутреннем участках для рассматриваемых горячих и холодных сечений.

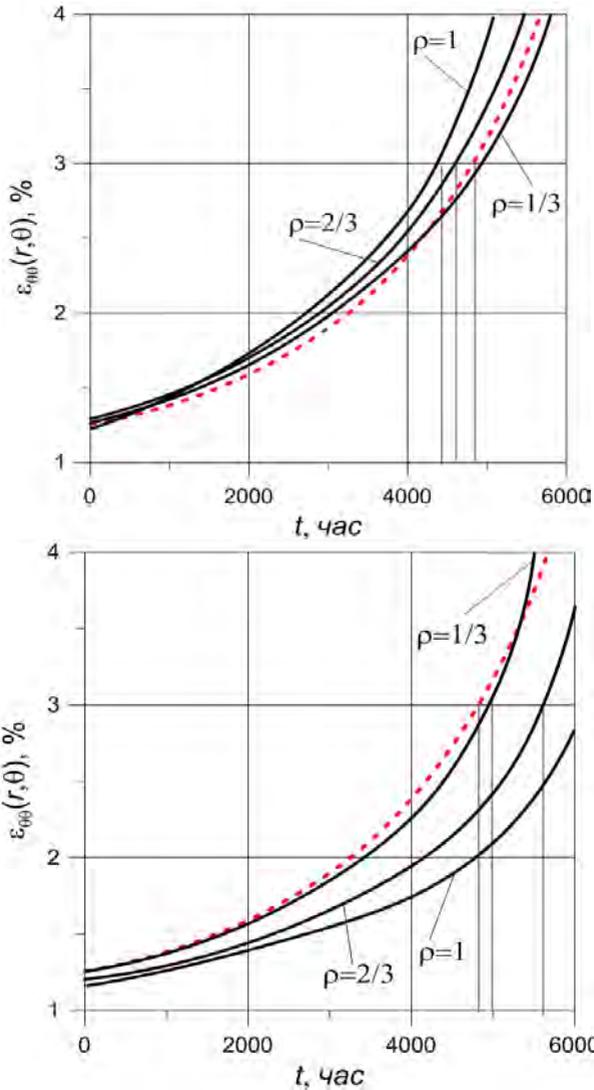


Рис. 5.19. Изменение максимальных окружных деформаций во времени для холодных ($\theta=3\pi/8$) и горячих ($\theta=\pi/8$) сечений с учетом (—) и без учета (- - -) окружной неравномерности температуры ($A=50$)

Если принять допускаемую деформацию равной $[\varepsilon]=3\%$, то для холодного сечения допускаемый ресурс времени $[t]$ при учете и без учета окружной неравномерности температур, как показано на рис.

5.19(a) изменится незначительно от 4500 до 4900. Максимум отклонения $[\Delta]$ составляет 350ч для внешнего ($2/3 \leq \rho \leq 1$), 250ч для центрального ($1/3 \leq \rho \leq 2/3$) и 50ч для внутреннего ($0 \leq \rho \leq 1/3$) участков. В тоже время для горячих сечений (рис. 5.19, б) окружная неравномерность температур дает существенный вклад при оценке работоспособности: максимум отклонения $[\Delta]$ для внешнего участка составляет 1150ч, а для центрального 750ч. Для внутреннего участка допустимый ресурс времени $[\Delta]$ при учете и без учета окружной неравномерности температур изменится незначительно от 4850ч до 4950ч. Как видно, величина деформаций в осесимметричной задаче больше, чем неосесимметричной. Таким образом, оценкой деформаций в горячих сечениях по осесимметричной модели можно пользоваться даже с некоторым запасом. В холодных сечениях деформации отличаются незначительно, так как в этом случае основной вклад в неупругие деформации вносят распухание и радиационная ползучесть, которые в случае двух моделей близки по величине.

Результаты серии виртуальных испытаний свидетельствуют о том, что окружная неравномерность температур существенно ухудшит работоспособность холодных сечений ($\theta \in [\pi/4; \pi/2]$) со временем. Следует отметить, что особенно большое влияние оказывает неравномерное по окружности распределение температуры для больших флюенсов нейтронов $\Phi_{max} = 10^{27}$. Учитывая то, что возникающие при указанных флюенсах деформации стали существенно зависят от температуры, очевидно, что неравномерное распределение последней и вызывает резко неравномерное по окружности распухание. В результате чего материал подвержен дополнительным необратимым деформациям в кольцевом направлении. Таким образом, из серии проведенных расчетов можно предположить, что для конструкционного материала флюенс нейтронов является основным фактором, влияющим на величину напряжений, а при его больших величинах, приводящих к радиационным деформациям более чем 3%, расчеты следует проводить с учетом радиационной ползучести. Численные эксперименты показали, что изменение окружной координаты незначительно влияет на величину напряжений при амплитудном значении неравномерности $2A < 20$. При этом увеличение $2A$ с 20 до 30 снижает величину радиальных и тангенциальных напряжений на

4%, а максимальное расхождение с осесимметричной моделью составляет 9% (при $\rho=1$). Дальнейшее изменение амплитудного значения окружной неравномерности, например, при $2A > 40$ довольно сильно сказывается на максимальных значениях напряжений, особенно окружных. Анализ результатов показал, что использование осесимметричной модели НДС завышает деформации в горячих сечениях и занижает напряжения в холодных сечениях стального цилиндра по сравнению с неосесимметричной моделью. Для холодных сечений накопленные деформации отличаются незначительно, т.к. в этом случае основной вклад вносят радиационные деформации, которые в холодных сечениях в обоих случаях $1D(r)$ и $2D(r,\theta)$ моделях близки по величине. При этом выявляется, что в случае горячих сечений, накопленные деформации по осесимметричной модели несколько больше, чем по неосесимметричной методике. В связи с этим, можно предположить, что оценкой неупругих деформаций по $1D$ модели можно пользоваться с некоторым запасом с точки зрения работоспособности конструкции.

5.3 Сравнение осесимметричной и неосесимметричной моделей НДС цилиндрических тел и пределы их применимости

Выполненные дополнительные исследования по неосесимметричному НДС (при $A=50$) и последующий анализ результатов виртуального моделирования выявили, что общее влияние на конечное решение допущений, имеющих место в осесимметричной модели в основном следующее.

Использование осесимметричной $1D(r)$ модели завышает напряжения в более горячих ($\theta \in [0; \pi/4]$) и занижает в более холодных ($\theta \in [\pi/4; \pi/2]$) сечениях стального цилиндра по сравнению с неосесимметричной $2D(r,\theta)$ моделью. При этом выясняется, что в случае более горячих сечений, полные деформации, вычисленные по осесимметричной модели, несколько больше, чем по неосесимметричной. Для холодных сечений накопленные деформации отличаются незначительно, так как в этом случае основной вклад в неупругие деформации вносят распухание и радиационная ползучесть, которые в случае двух моделей близки по величине. Следовательно, оценкой степени деформирования по

1D(r) модели можно пользоваться с некоторым запасом (допускаемый ресурс времени больше по неосесимметричной методике). Таким образом, можно сделать вывод, что для конструкционного материала (без внутренних источников тепловыделения) деформированное состояние в случае окружной неосесимметричности температур можно определять, используя осесимметричную модель, но напряженное состояние нельзя. В случае топливного (тепловыделяющего) материала расчеты по осесимметричной и неосесимметричной моделям отличаются не только по напряжениям, но и по деформациям. Осесимметричная модель дает несколько завышенный результат при значительном времени деформирования, причем на начальных этапах нагружения ($t < 1000$ ч) в горячих сечениях получается заниженный результат, а в холодных – завышенный. Окружная неравномерность температур существенно увеличивает неоднородность деформаций по периметру со временем, а также ухудшает работоспособность горячих сечений на начальных этапах. Также результаты численных экспериментов показывают, что 1D(r) модель дает неудовлетворительные результаты по напряжениям: характерно общее увеличение сжимающих напряжений в горячих сечениях, а также уменьшение растягивающих в холодных сечениях на внешнем участке. По неосесимметричной модели, наоборот, происходит некоторое снижение терморadiационных напряжений по абсолютной величине в горячих сечениях, но в тоже время в холодных сечениях наблюдается их рост. Следует, однако, отметить, что со временем деформирования такая неоднородность напряженного состояния по кольцевой координате значительно сглаживается и уже при $t = 3000$ ч не превышает 10%. В отличие от тепловыделяющего, для конструкционного материала окружной градиент неоднородности напряженного состояния со временем деформирования увеличивается. Вместе с тем, в обоих случаях неравномерность по периметру, сильно сказывающаяся на поверхности модельного цилиндрического тела, заметно сглаживается по мере приближения к продольной оси. Так, сравнение с осесимметричной моделью показало, что в результате обоих расчетов наблюдалось качественное и количественное совпадение решений при $\theta = 0$ и $\rho < 1/3$ ($\rho = r/R$, $R = 0.003$ м). Следует отметить, однако, что при $\rho > 1/3$ количественно может быть

довольно большое различие (до 70%) в зависимости от принятой амплитуды окружной неравномерности. В тоже время, напряжения, получаемые по $2D(r, \theta)$ модели в среднем сечении $\theta=0$ тепловыделяющего цилиндра близки по своему характеру с напряжениями по осесимметричной модели при той же нагрузке по всей толщине тела.

В целом, оценочные результаты виртуальных экспериментов для рассмотренных модельных задач дают основания полагать, что разрушение тел цилиндрической геометрии произойдет при длительном нагружении в области упругих напряжений. Вопрос состоит в определении времени, когда остаточные механические деформации модельных тел станут недопустимо большими, превышая предел ползучести. Действующие напряжения в общем случае вызывают дополнительные неоднородные деформации ползучести по периметру сечения, скорость которых будет изменяться с дозой облучения и градиентом неосесимметричного нагрева. Численные эксперименты показали, что большой флюенс нейтронов и высокая рабочая температура делают необходимыми дальнейший учет вязких деформаций тела, причем для описания ползучести должна использоваться теория, адаптированная для неосесимметричной модели деформирования и в общем случае включающая как радиационную, так и термическую составляющую. Так, результаты виртуальных испытаний, показали, что при расчете тепловыделяющего цилиндра целесообразно учитывать в основном только термическую ползучесть. Для расчета более холодных сечений конструкционного материала можно учитывать только радиационную ползучесть, а в его более горячих сечениях необходимо принимать во внимание как радиационную, так и тепловую составляющие необратимого механического деформирования. Таким образом, можно предположить, что для конструкционного материала флюенс нейтронов является основным фактором, влияющим на величину напряжений, поэтому при его больших величинах, приводящих к радиационным деформациям более чем 3%, расчеты следует проводить с учетом радиационной ползучести. Влияние неравномерности температурного поля на НДС цилиндрических тел в условиях ползучести и облучения показало, что для тепловыделяющего материала неоднородность

напряженного состояния со временем снижается, а для конструкционного материала – увеличивается.

Анализ влияния неравномерности температурного поля на НДС цилиндрических тел в условиях ползучести и облучения показал, что неравномерность температуры вызывает дополнительные к номинальным температурные напряжения, превышающие напряжения от внешнего механического нагружения, что существенно влияет на работоспособность модельного тела в экстремальных условиях нагружения, особенно при значительных дозах облучения, вызывающих неравномерное распухание. Учет этой неоднородности, появляющейся в увеличении объемной деформации, и снижает максимальные сжимающие напряжения до 30%. С одной стороны такое снижение максимальных напряжений при неупругой работе материала, позволяет повысить допустимую величину терморadiационной нагрузки, но с другой стороны необходимо следить, чтобы растягивающие напряжения, возникающие при данном значении флюенса и температуры, не приводили бы к разрушению тела в зоне растяжения.

Следует отметить, учет переменности НДС по $2D(r,\theta)$ модели дает достаточно существенные отклонения от осесимметричной модели. Однако, погрешность такого расчета по осесимметричной модели по сравнению с неосесимметричной, зависит от многих параметров сложного нагружения: величины неравномерности температур, уровня температур в целом, т.к. последние определяют распухание материала, а также выгорания и пористости для топливного (тепловыделяющего) материала и других факторов: флюенс нейтронов, механическое давление, физико-механические свойства. Поэтому для конкретного случая нужно вести конкретный расчет. Для окончательных рекомендаций требуется детальное численное исследование в более широких диапазонах изменения неравномерного поля температур и радиационных нагрузок. Влияние свойств материала и радиационной нагрузки не подвергалось подробному исследованию, однако даже несколько примеров расчетов с различными материалами (тепловыделяющий/конструкционный) показали, что это влияние значительно и требует отдельного дополнительного изучения.

Проведенные исследования дают также основания сделать несколько важных выводов при изучении неосесимметричного НДС в условиях неравномерного нагрева и облучения.

- На начальных этапах нагружения терморadiационные напряжения в плоскости сечения сплошного цилиндрического тела в основном определяются тепловыделением и механической нагрузкой. Если тепловыделение отсутствует, то поперечные напряжения малы и определяются только механической нагрузкой, а продольные дополнительно зависят от поля температур. При наличии внутренних источников тепловыделения напряжения прямо пропорциональны объемной плотности тепловыделения и обратно пропорциональны теплопроводности. Причем для неосесимметричной термической задачи для сплошного цилиндра из конструкционного материала (без внутренних источников тепловыделения) поперечные напряжения равны нулю, а продольные полностью определяются неравномерностью температурного поля.

- В то же время для терморadiационной задачи напряженное состояние в поперечном сечении цилиндра отлично от нуля, как при наличии, так и при отсутствии внутреннего тепловыделения в модельном теле односвязной геометрии. А уровень напряжений в конструкционном материале в первую очередь определяется флюенсом нейтронов.

- Полученные данные свидетельствуют о том, что градиент температуры по периметру не сказывается на температурных напряжениях в сплошном цилиндре без внутренних источников тепла (конструкционный материал), но сказывается на радиационных напряжениях и терморadiационном НДС. Таким образом, градиент температуры по периметру существенно влияет на прочностные характеристики длинных тел односвязной цилиндрической геометрии при радиационном облучении.

- Окружная неравномерность ($2A < 50$), сильно сказывающаяся на поверхности цилиндрического тела (вплоть до $\rho = 2/3$) заметно сглаживается при $1/3 < \rho < 2/3$, а при $\rho < 1/3$ различие снижается до нуля.

- Для конструкционного материала при значениях параметра окружной неравномерности $2A < 20$, а для делящегося при $2A < 40$

определение НДС можно проводить по осесимметричной модели (различие 4–5%). При больших величинах окружной неравномерности температур расчеты следует проводить по неосесимметричной модели (расхождение более чем 5%). Таким образом, при решении практических задач окружную неравномерность в некоторых случаях (для упрощения) можно не учитывать.

- В тоже время, в общем случае решение неосесимметричной задачи определения НДС не может быть заменено решением ряда осесимметричных задач в соответствующих меридиональных сечениях, так как это может привести к количественно и качественно неверным результатам.

Таким образом, можно заключить, что общий случай неосесимметричного терморadiационного НДС значительно отличается от осесимметричного, а решение неосесимметричной задачи деформирования не может быть заменено решением ряда осесимметричных задач в соответствующих меридиональных сечениях. Если рассмотренные в 2 главе осесимметричные модели НДС дают представление об интегральных изменениях в цилиндрическом теле, то неосесимметричная $2D(r, \theta)$ модель позволяет провести анализ его состояния в любой материальной точке как по радиусу, так и по периметру сечения с возможностью дальнейшей оценки прочности на основе того или иного критерия.

5.4 Оценка точности численного решения и обоснование достоверности полученных результатов

Необходимо было провести обоснование достоверности полученных результатов, так как неосесимметричное НДС в условиях ползучести и облучения было определено впервые. Для тестирования разработанной программы на точных аналитических решениях, а также сравнения полученных результатов с решениями, полученными по другим методикам и алгоритмам, решен ряд задач по определению НДС.

В первую очередь для исследования общей модели $2D(r, \theta)$ НДС использовалась представленная во второй главе базовая механико-математическая модель осесимметричного деформирования длинных цилиндрических тел различной формы. Хотя указанная

модель не учитывает изменение НДС по периметру сечения (во всех плоскостях, проходящих через ось вращения цилиндра, возникает одинаковое НДС для окружной координаты), ее вполне можно использовать для проверки правильности численного решения и тестирования модели неосесимметричного деформирования с учетом необратимых процессов в случае отсутствия окружной неравномерности. Таким образом, разработанный метод и алгоритм численного решения осесимметричных задач с учетом ползучести и облучения использовались для сравнения с более сложными решениями, полученными в данной главе при значениях операторов $\partial/\partial\theta=0$, $\partial/\partial r \neq 0$ в определяющих равенствах модели (3.6). Такое сравнение на более простых частных случаях позволит дать предварительную оценку принятой модели, используемого метода и полученного решения в целом.

С целью проверки достоверности учета изменения характеристик НДС при терморadiационном нагружении, проведено сравнение изложенной в 3 главе базовой осесимметричной модели деформирования с механико-математической моделью неосесимметричного НДС для случая отсутствия окружной неравномерности. Дальнейшая проверка достоверности решений терморadiационной задачи проводилась по средствам созданного программного комплекса *NDS_Solver*, разработанного на основе численного решения осесимметричных задач с учетом ползучести и облучения, представленного во второй главе монографии. В тестовых расчетах принимались данные, соответствующие свойствам как конструкционным, так и тепловыделяющим (топливным делящимся) материалов, представленные в разделе 3.4 настоящей работы. Рассматривалось нагружение модельных тел в виде длинного сплошного цилиндра. В результате серии расчетов наблюдалось качественное и количественное совпадение решений на всем интервале изменения радиальной координаты. Из чего можно заключить, что механико-математическая модель $2D(r,\theta)$ деформирования адекватно описывает НДС длинных цилиндрических тел в осесимметричном приближении. Также следует, что базовая осесимметричная модель НДС, представленная в 3 главе, является частным случаем общей модели неосесимметричного деформирования, разработанной в текущей главе. Отметим, что для сравнения и тестирования

программ расчета по неосесимметричной модели использовались результаты решения модельных задач из подразделов 3.3.1 и 3.3.2.

В качестве примера, иллюстрирующего точность предложенной общей методики решения краевых задач механики деформируемого твердого тела, найденное решение сравнивалось с аналитическим решением неосесимметричной термической задачи [21] определения НДС неравномерно нагретого по периметру длинного сплошного цилиндра, в случае, когда его поверхности свободны от механических нагрузок. Термонапряженное НДС вызвано чисто неравномерным распределением поля температур, задаваемым в виде

$$\Delta T(r, \theta) = T(r, \theta) - T_s = A \left(\frac{r}{R} \right)^4 \sin(4\theta), \quad (5.2)$$

где $2A=25$, $R=0.003\text{м}$.

Предполагалось, что процесс нагрева (5.2) не вызывал возникновения необратимых деформаций в модельном теле из конструкционного материала. Упругие и теплофизические характеристики свойств модельного тела соответствуют нержавеющей аустенитной стали: $E=2.1 \cdot 10^5$ МПа; $\mu=0.3$; $\alpha=12.6 \cdot 10^{-6}$ 1/К. Используя методику, изложенную в разделах 4.2 и 4.3, получим следующую поверхность изменения продольных напряжений по периметру модельного тела (рис. 5.20).

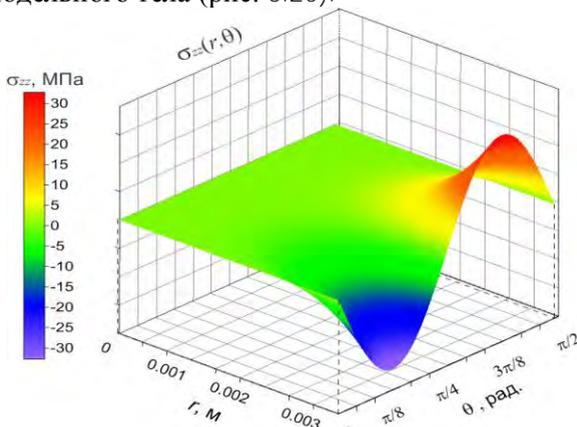


Рис. 5.20. Распределение осевых нормальных напряжений по периметру в неравномерно нагретом сплошном цилиндре из конструкционного материала

В результате, сопоставление напряжений, полученных по разработанной общей методике с термическими напряжениями, вычисленными на основе точного метода [21], указывает на их удовлетворительное совпадение: наибольшее отличие результатов по максимальным напряжениям достигает 5.6% (оценка точности полученных результатов выполнена путем вычисления относительной погрешности). Ниже, на рис. 5.21, проиллюстрировано изменение осевого напряжения от радиальной координаты при $\theta=\pi/24, \pi/12, \pi/8$ рад. Здесь результаты, полученные на основании аналитического решения, приведены сплошными линиями, а крестиками отмечены значения осевых напряжений, найденных по разработанной методике. Остальные компоненты тензора напряжений равны нулю ($\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r} = 0$).

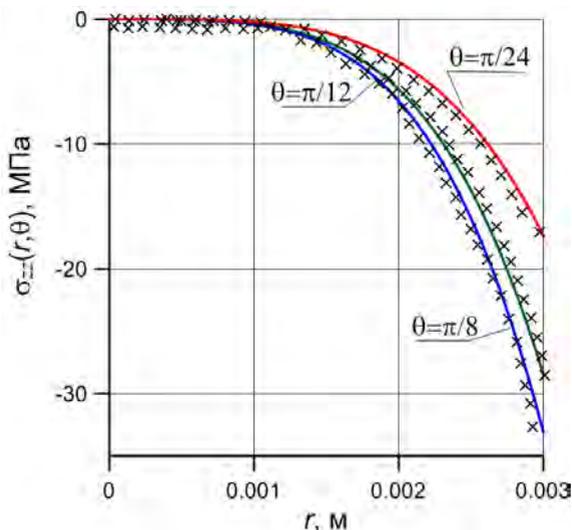


Рис. 5.21. Сравнение аналитического решения задачи определения НДС неравномерно нагретого по периметру стального цилиндра с численным по разработанной методике

Как видно, результаты решения термической задачи, полученные двумя разными методами (численным и аналитическим), близки по своему характеру и имеют расхождение между собой, не превышающее 5% (при числе разбиения криволинейной сетки в

пределах $m=200$ по радиусу и $k=100$ по окружной координате), что дает основание считать полученные данные достоверными.

В качестве третьего тестового примера были рассмотрены результаты, решения модельной задачи определения неосесимметричного НДС цилиндрического тела, полученные по численной методике отличной от предложенной. Так, полученные решения сравнивались с решениями, построенными на основе МКЭ для практической задачи, изложенной в [55]. Авторами указанного исследования рассматривался процесс стационарного неравномерного нагрева по периметру длинного цилиндра и возникающее при этом НДС. Причем поверхности цилиндра были свободны от нагрузки и предполагалось, что необратимые деформации не возникают. Коэффициент Пуассона материала принимался $\mu=0.15$, модуль сдвига $G=543\,478.5$ МПа, коэффициент линейного теплового расширения $\alpha=0.0000651/^\circ\text{C}$. Радиус цилиндра принимался равным $R=1.5$ см, при его общей длине 15 см. Отметим, что такая задача численно решена с помощью МКЭ в работах [86, 96], по общей методике, предложенной ранее в [55]. Изменение температурного поля при численных исследованиях задавалось функцией

$$\Delta T(r, \theta) = T(r, \theta) - T_0 = r^2 \cos 2\theta. \quad (5.3)$$

Кстати, в соответствии с [21], аналитическое решение для бесконечно длинного цилиндра будет иметь следующий вид

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = -2(1 + \mu)\alpha G r^2 \cos 2\theta. \quad (5.4)$$

Здесь $G = 0.5 E / (1 + \mu)$.

На рис. 5.22 приведены результаты расчетов распределения осевых нормальных напряжений в среднем сечении сплошного цилиндра (равноудаленном от его свободных торцов) вдоль окружной координаты для двух фиксированных значений радиуса: $r_1 = 1.12$ см и $r_2 = 1.42$ см. На двух графиках приведено изменение осевого напряжения по периметру бесконечно длинного цилиндра для $\theta \in [0; \pi]$. Результаты точного аналитического решения по [21] в соответствии с соотношением (5.4) приведены сплошными линиями. Крестиками отмечены результаты численного решения, полученного по разработанной методике, точками – результаты

приближенного расчета, приведенные в [86, 96] по методике [55] на основе МКЭ.

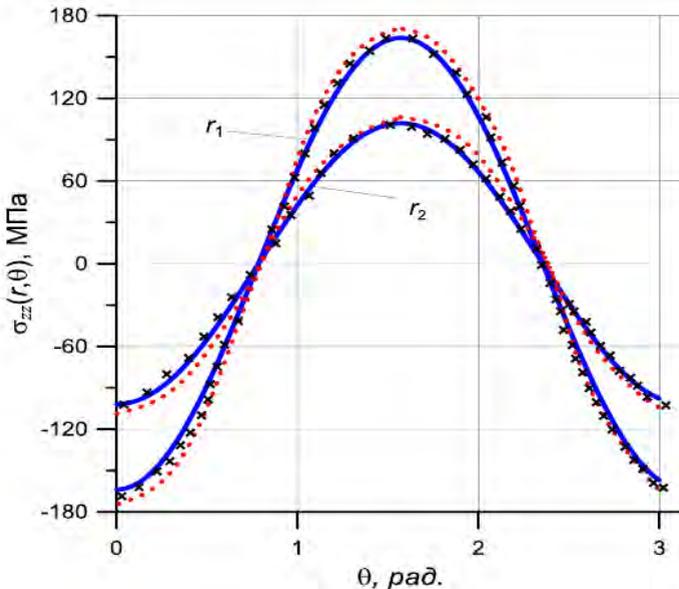


Рис. 5.22. Распределение осевых термических напряжений в окружном направлении длинного сплошного цилиндра: ———— – аналитическое решение [21]; **.....** – приближенное, по МКЭ [55]; **× × ×** – численное, по разработанной методике

Таким образом, сравнение результатов с расчетными данными других авторов, показало хорошее соответствие полученных численных значений с данными работ [55,86,96]: максимальное отличие значений напряжений не превышает 9%. Отметим, что остальные компоненты тензора напряжений равняются нулю. Т.е., как и в предыдущей тестовой задаче по определению термоупругого состояния сплошного цилиндра без внутренних источников тепловыделения, неосесимметричное температурное поле $T(r,\theta)$ не вызвало кроме продольных появления каких-либо других напряжений в сечении модельного тела. Этот факт согласуется с аналогичными аналитическими решениями для неосесимметричных стационарных термических задач, представленных Н.И. Мухелишвили на основании дислокационной аналогии [17,19]. В этой связи, предлагаемые в данном

исследовании общие терморadiационные решения можно считать расширением известных термоупругих решений на сплошные среды с нелинейными свойствами в условиях сложного немеханического нагружения. Также разработанная механико-математическая модель и общая методика определения неосесимметричного НДС, в процессе программного моделирования и отладки компьютерных расчетных средств, тестировались на соответствующих классических решениях для цилиндрических тел, представленных в работах [1,17,18,143].

Таким образом, решение ряда тестовых и модельных задач дает хорошее совпадение полученных численных результатов с известными решениями и расчетными данными других авторов: для различных параметров отклонение составляет от 5.6% до 9% соответственно. Оценка точности выполнялась путем вычисления относительной погрешности.

5.5 Заключительные замечания

В целом, проведенная серия вычислительных экспериментов позволяет заключить, что предложенная механико-математическая модель является приемлемой для решения конкретных прикладных задач. Установлено соответствие разработанной модели процессам неосесимметричного деформирования в условиях ползучести и облучения. Проверка осуществлялась путем решения тестовых и модельных задач неосесимметричного деформирования неравномерно нагретых цилиндрических тел с внутренними источниками тепла и без них.

Для исследования общей модели $2D(r,\theta)$ НДС использовалась базовая механико-математической модель осесимметричного деформирования длинных цилиндрических тел, представленная во 3-ой главе. Построенная неосесимметричная модель в точности описывает полученный в ходе вычислительных экспериментов массив данных по осесимметричной модели. Это говорит о том, что механико-математическая модель $2D(r,\theta)$ деформирования адекватно описывает НДС длинных цилиндрических тел в осесимметричном приближении, а базовая осесимметричная модель НДС, является частным случаем общей модели неосесимметричного деформирования. В целом, решение ряда

тестовых задач дает хорошее согласие с известными решениями и расчетными данными других авторов, приводя к допустимым значениям ошибки. В то же время численные решения модельных задач неосесимметричного деформирования показали, что изменение неосесимметричного НДС для случая как тепловыделяющего цилиндра (с внутренними источниками тепла), так и цилиндра из конструкционного материала (без внутренних источников тепла) носит достаточно сложный характер и существенно отличается от осесимметричного деформирования. Однако, погрешность расчета по осесимметричной модели, зависит от многих параметров сложного нагружения: величины неравномерности температур, уровня температур в целом, флюенса нейтронов, поверхностного давления и других факторов.

Представлено новое решение задачи определения квазистатического НДС цилиндрических тел при неосесимметричном нагреве в условиях ползучести и облучения. Приведены конкретные примеры численной реализации для случая как тепловыделяющего цилиндра так и цилиндра без внутренних источников тепла.

Рассмотрено влияние неосесимметричности терморadiационного нагружения на НДС цилиндрических конструктивных элементов из конструкционного и тепловыделяющего материалов. В результате виртуальных исследований установлено, что для цилиндра из тепловыделяющего материала наименьшее амплитудное значение окружной неравномерности температур, при котором необходимо использовать теорию неосесимметричного НДС, составляет 40 градусов ($A=20$). Для цилиндра из конструкционного материала, изменение окружной координаты незначительно влияет на величину напряжений при кольцевой неравномерности $2A < 20$. При амплитудах меньших указанных величин, учитывая, что погрешность проводимых численных экспериментов составила 4-5% (при числе разбиения $k=1000$, $m=100$, $n=100$) для данных условий нагружения и свойств модельных тел, допустимо использование осесимметричной модели (относительное изменение напряжений по периметру не превышает 5%). В то же время, дальнейшее увеличение амплитудного значения окружной неоднородности, как для тепловыделяющего, так и для

конструкционных материалов довольно сильно сказывается на максимальных значениях напряжений и их распределении по периметру сечения.

Достоверность результатов решения тестовых и модельных задач подтверждена совпадением их с известным аналитическим решением, частично с результатами натуральных экспериментов и данными, полученными с помощью других пакетов прикладных программ, корректность которых доказана многолетней практикой их использования: отклонение составляет от 4% до 9%. Также установлено соответствие предложенной модели заявленным свойствам. Таким образом, построенная механико-математическая модель неосесимметричного НДС цилиндрических тел в условиях квазистатического термосилового и радиационного воздействия вполне точно описывает объект исследований, приводя к допустимым значениям ошибки.

Подходы, приемы и методы, используемые и полученные в исследовании, а также собственно полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития и совершенствования методов моделирования и изучения терморadiационного НДС; при выполнении научно-исследовательских фундаментальных и прикладных тем, связанных с изучением прочностных характеристик твердых тел в условиях сложных термосиловых нагружений [203]. Предложенная общая механико-математическая модель и численный метод определения НДС могут послужить базой для разработки отечественных компьютерных кодов, моделирующих поведение цилиндрических элементов конструкций и компонентов оборудования, работающих в условиях экстремальных механических, термических и радиационных нагрузок в машиностроении, энергетике, аэрокосмической отрасли. Результаты проведенных исследований могут быть также использованы при чтении специальных курсов студентам специальностей, связанных с термомеханикой и компьютерным моделированием необратимых механических процессов [202], а также для подготовки отечественных специалистов по прочностным расчетам в области энергетического и атомного машиностроения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колтунов, М. А. Упругость и прочность цилиндрических тел. - М. : Высш. школа, 1975. – 526 с.
2. Огибалов, П.М. Упруго-пластические деформации полых цилиндров / П.М. Огибалов, А.А. Ильющин. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1960. – 227 с.
3. Кравчук, А.С. Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами / А.С. Кравчук, А.В. Чигарев. – Мн.: Технопринт, 2000. – 196 с.
4. Ляв, А. Математическая теория упругости/ Пер. с 4 англ. изд. Б. В. Булгакова и В. Я. Натанзона. - Л. - М.: Онти. Глав. ред. общетехн. лит-ры и номографии, 1935. – 674с.
5. Галеркин, Б. Г. Собрание сочинений / Акад. наук СССР; [Отв. ред. Н. И. Мухелишвили]. – М. : Изд-во Акад. наук СССР, 1952-53. – 2 т.
6. Aravas, N. Plane-Strain Problems for a Class of Gradient Elasticity Models—A Stress Function Approach / N. Aravas // Journal of Elasticity. – 2011. – Vol. 104, № 1-2. – P. 45–70.
7. Хан, Х. Г. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения / Пер. с нем. Е. А. Когана; Под ред. Э. И. Григолюка. - М.: Мир, 1988. – 343 с.
8. Попов, Г. Я. Об одном методе решения неосесимметричных краевых задач теории упругости для круговых цилиндров / Г.Я. Попов // Доклады Российской академии наук. – 2009. – Т. 428, № 2. – С. 186–190.
9. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
10. Александров, А. Я. Пространственные задачи теории упругости: Применение методов теории функций комплекс. переменного. – М.: Наука, 1978. – 462 с.
11. Савин, Г.Н. Механика деформируемых тел: Избр. тр. – Киев: Наук. думка, 1979. – 466 с.
12. Гейнц, О.М. Решение неосесимметричных задач теории упругости для пространства с тороидальной полостью: дис. ... кандидата физико-математических наук: 01.02.04 / О.М. Гейнц, Сибирский государственный университет путей сообщения. - Новосибирск, 2004. – 178 л.

13. Fahrenthold, E P. Asymmetric stress distribution around a slotted cylinder in a poroelastic medium / E.P. Fahrenthold, J.B. Cheatham // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. – Volume 23, Issue 6, Pages 238.
14. El-Raheb, M. Transient waves in an inhomogeneous hollow infinite cylinder / M. El-Raheb // International Journal of Solids and Structures. – 2005. – Vol.42, issue 20. – P. 5356–5376.
15. El-Raheb, M. Asymmetric transient response of a hollow cylinder enclosing a compressible fluid / M. El-Raheb // International Journal of Solids and Structures. – 2008. – Vol. 45, № 20. – P. 5356–5376.
16. Yin, X. Transient plane-strain response of multilayered elastic cylinders to asymmetric impulse / X. Yin, Z. Yue // ASME Journal of Applied Mechanics/ – 2002. – Vol. 69. – P.825–835.
17. Лебедев, Н. Н. Температурные напряжения в теории упругости. – М. – Л.: Онти, 1937. – 110 с.
18. Гейтвуд, Б. Е. Температурные напряжения применительно к самолетам, снарядам, турбинам и ядерным реакторам / Пер. с англ. М. Ф. Диментберга [и др.]. – М.: Изд. иностр. лит., 1959. – 349 с.
19. Купрадзе, В. Д. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости: Классич. и микрополярная теория. Статика, гармон. колебания, динамика. Основы и методы решения / В.Д. Купрадзе, Т.Г. Гегелиа, М.О. Башелейшвили, Т.В. Бурчуладзе. – М.: Наука, 1976. – 663 с.
20. Новацкий, В. Вопросы термоупругости: пер. с польского / В. Новацкий. - М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1962. – 364 с.
21. Мелан, Э. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями / Пер. с нем. В. И. Даниловской. Под ред. Г. С. Шапиро. - М.: Физматгиз, 1958. – 167 с.
22. Прусов, И. А. Основные двумерные краевые задачи теории упругости и термоупругости изотропного и анизотропного тела и методы их решения : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат.наук: 01.02.04 / И.А. Прусов, Бел.гос.политехн.акад.. – Минск, 1993. – 40с.
23. Василевич, Ю. В. Трехмерные задачи теории упругости и термоупругости для ортотропного полупространства: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.02.04/ Белорус. гос. политехн. акад. – Минск, 1992. – 30 с.

24. Коваленко, А. Д. Избранные труды / А. Д. Коваленко; АН УССР, Ин-т механики; [Ред. коллегия: акад. Г.С. Писаренко (отв. ред.) и др.]. – Киев: Наук. думка, 1976. – 762 с.
25. Boley, B.A. Theory of Thermal Stresses / B.A. Boley, J. Weiner. – John Wiley & Sons, 1960.
26. Валов, Г. М. Исследования по пространственным и плоским задачам термоупругости: дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 023/ Г.М. Валов, Ленингр. политехн. ин-т им. М. И. Калинина. – Л., 1972. – 214 л.
27. S. Marie, Analytical expression of the thermal stresses in a vessel or pipe with cladding submitted to any thermal transient/S. Marie// Int. J.Press. Vess. Pip. – 2004. – Vol. 81. – P. 303–312.
28. Segall, A.E. Thermoelastic stresses in an axisymmetric thick-walled tube under an arbitrary internal transient / A.E. Segall // ASME J. Press. Vess. Technol. – 2004. – Vol.126. – P.327–332.
29. Segall, A.E. Transient analysis of thick-walled piping under polynomial thermal loading/ A.E.Segall // Nucl. Eng. Des. – 2003. Vol. 226. P. 183–191.
30. Segall, A.E. Useful polynomials for the transient response of solids under mechanical and thermal excitations/ A.E. Segall// Int. J. Mech. Sci. – 2002. – Vol.44. – P. 809–823.
31. Shahani, A.R. Analysis of the thermoelasticity problem in thick-walled cylinders/ A.R.Shahani, S.M. Nabavi//Proceedings of the 10th Annual (International) Mechanical Engineering Conference (Tehran, Iran).– 2002. Vol.42. – P.2056–2062.
32. Shahani, A.R. Analytical solution of the quasi-static thermoelasticity problem in a pressurized thick-walled cylinder subjected to transient thermal loading / A.R. Shahani, S.M. Nabavia // Applied Mathematical Modelling. – 2007. – Vol. 31, issue 9. – P. 1807–1818.
33. Sen, S. Transient and residual thermal stresses in quenched cylindrical bodies/ S. Sen, B. Aksakal, A. Ozel // Int. J. Mech. Sci. – 2000. – Vol. 42. – P.2013–2029.
34. Segall, A.E. Thermoelastic analysis of thick-walled vessels subjected to transient thermal loading/ A.E. Segall // ASME J. Press. Vess. Technol. – 2001. – Vol.123. – P.146–149.
35. Yee, K.C. Plane thermal stress analysis of an orthotropic cylinder subjected to an arbitrary, transient, asymmetric temperature

distribution/ K.C. Yee, T.J. Moon // ASME J. Appl. Mech. – 2002. – Vol. 69. – P. 632–640.

36. Kandil, A. Transient thermal stress analysis of thick-walled cylinders/ A. Kandil, A.A. EL-Kady, A. EL-Kafrawy // Int. J. Mech. Sci. – 1995. – Vol. 37. – P. 721–732.

37. Chu, J.L. Thermal stresses in a long coaxial cylinder of two materials: Zero axial force/ J.L. Chu, Sanboh Lee // Mechanics of Materials. – 1995. – Vol. 20, issue 2. – P. 105–123.

38. Галин, Л. А. Упругопластические задачи / Отв. ред. Н. Е. Арутюнян, Г. С. Шапиро. - М.: Наука, 1984. – 232 с.

39. Черепанов, Г.П. Механика хрупкого разрушения/ Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640с.

40. Ивлев, Д.Д. Математическая теория пластичности / Д. Д. Ивлев, А.Ю. Ишлинский. – М.: Физматлит, 2003. – 701 с.

41. Товстик, П.Е. Асимптотические методы в механике тонкостенных конструкций /П.Е. Товстик, С.М. Бауэр, А.Л. Смирнов, С.Б. Филиппов. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1995. – 182 с.

42. Михасев, Г. И. Двумерные задачи локальной потери устойчивости тонких оболочек : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04/ Г.И. Михасев. – Л., 1984. – 14 с.

43. Ионов, В.Н. Прочность пространственных элементов конструкций / В.Н. Ионов, П.М. Огибалов. – М.: Высшая школа, 1972. – 752 с.

44. Огибалов, П. М. Оболочки и пластины / П.М. Огибалов, М.А. Колтунов. – М.: Изд. Моск. ун-та, 1969. – 697 с.

45. Ахмедов, Н.К. Построение неоднородного решения для радиально-неоднородного цилиндра в неосесимметричном случае / Н.К. Ахмедов // Вестник Бакинского университета. Серия физико-математических наук. – 2008. – № 1.– С. 99–106.

46. Андреев, Л. В. Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации /Л. В. Андреев, Н. И. Ободан, А. Г. Лебедев. - М.: Наука, 1988. - 208 с.

47. Галлагер Р. МКЭ. Основы / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428с.

48. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир. 1986. – 318с.

49. Оден, Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Дж. Оден. – М.: Мир, 1976. – 464с.
50. Алпаидзе, З.Г. Решение одной неосесимметричной задачи для двухслойного полого цилиндра конечной длины МКЭ / З.Г. Алпаидзе, Э.К. Оганесян, М.З. Погосян// Изв. Арм.ССР. Механика. – 1982. – Т.35, №6. – С. 51–59.
51. Гуляр, А.И. Эффективность КЭ с интегрированием в явном виде для исследования неосесимметричного упругого и упругопластического деформирования тел вращения / А.И. Гуляр, А.С. Сахаров, С.Г. Топор. – Киев. – 1984. – 36с.
52. Кархалев, В.Н. Упругое и упругопластическое деформирование неосесимметрично нагруженных тел вращения: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.03/ В.Н. Кархалев. - Киев, 1984. - 119 л.
53. Гуляр, А. И. Математическое моделирование упругопластического деформирования и разрушения пространственных конструкций на основе полуаналитического метода конечных элементов: дис. ... д-ра техн. наук: 01.02.04/ А.И. Гуляр, АН УССР, Ин-т пробл. прочности. - Киев, 1989. – 249л.
54. Квитка, А. Л. Напряженно-деформированное состояние тел вращения / А. Л. Квитка, П. П. Ворошко, С. Д. Бобрицкая. - Киев : Наук. думка, 1987. - 208 с.
55. Пространственные задачи термопластичности / Ю.Н. Шевченко, М.Е. Бабешко, В.В. Пискун. - Киев: Наук. думка, 1980. - 262 с.
56. Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. /Ю.Н. Шевченко [и др.]- Киев: Наук. думка, 1987. – Т.3: Термовязкопластичность/ Ю. Н. Шевченко, В. Г. Савченко. - 1987. - 260с.
57. Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ / Ю.Н. Шевченко, М. Е. Бабешко, В. В. Пискун. - Киев: Наук. думка, 1983. - 196 с.
58. Шнейдерман, Д.Н. Численное решение задач неосесимметричного упругопластического деформирования тел вращения: дис. ... канд. физ.-мат.наук: 01.02.04 / Д.Н. Шнейдерман. - М., 1994. - 151 л.

59. Singh Som, P. Elasto-plastic analysis of axisymmetric structures subject to arbitrary loads by hybrid-stress finite elements/ P. Singh Som, R.I. Spilker // *Comp. and Struct.* – 1984. – **Vol.19, №3.** – P.447–465.
60. Cheung, Y.K. Isoparametric hybrid hexahedral elements for creep stress analysis/ Y.K. Cheung, W.J. Chen// *Int. J. for Num. Math.* – 1988. – **Vol.26, №2.** – P.511–524/
61. Knight, C.W. Investigations into the influence of asymmetric factors and rolling parameters on strip curvature during hot rolling Original Research Article / C.W Knight, S.J Hardy, A.W Lees, K.J Brown // *Journal of Materials Processing Technology.* – 2003. – Vol.134, issue 2. – P.180–189.
62. Pesin, A. Mathematical modelling of the stress–strain state in asymmetric flattening of metal band /A. Pesin, V. Salganik, E. Trahtengertz, M. Cherniahovsky, V. Rudakov // *Journal of Materials Processing Technology.* – 2002. – Vol. 125–126. – P.689–694.
63. Mahnken, R. Simulation of asymmetric effects for shape memory alloys by decomposition of transformation strains /R. Mahnken, S.Wilmanns// *Computational Materials Science.* – 2008. – Vol. 42. – P. 295–305.
64. Mahnken, R. Simulation of asymmetric effects for shape memory alloys using the concept of stress mode dependent weighting functions / R. Mahnken, S. Wilmanns // *Materials Science and Engineering: A (Proceedings of the 7th European Symposium on Martensitic Transformations, ESOMAT 2006).* – 2008. – Vol. 481–482. – P.376–378.
65. Simsir, C. 3D FEM simulation of steel quenching and investigation of the effect of asymmetric geometry on residual stress distribution / C. Simsir, C. H. Gur // *Journal of Materials Processing Technology.* – 2008. – Vol. 207, issues 1–3. – P. 211–221.
66. Shaban, A. Simulation of rate dependent plasticity for polymers with asymmetric effects / A. Shaban, R. Mahnken, L. Wilke, H. Potente, H. Ridder // *International Journal of Solids and Structures.* – 2007. – Vol. 44, issues 18–19. – P. 6148–6162.
67. Kardomateas, G.A. Finite element investigation of plane strain asymmetric fully plastic fracture / G.A. Kardomateas // *Computers & Structures.* – 1988. – Vol. 30, issue 5. – P.1147–1151.
68. Mahnken, R. Creep simulation of asymmetric effects at large strains by stress mode decomposition / R. Mahnken // *Computer*

Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2005. – Vol. 194, issues 39–41. – P.4221–4243.

69. Mahnken, R. Creep simulation of asymmetric effects by use of stress mode dependent weighting functions / R. Mahnken // International Journal of Solids and Structures. – 2003. – Vol. 40, issue 22. – P. 6189–6209.

70. Richelsen, A.B. Elastic—plastic analysis of the stress and strain distributions in asymmetric rolling / A.B. Richelsen // International Journal of Mechanical Sciences. – 1997. – Vol. 39, issue 11. – P.1199–1211.

71. Mahnken, R. Thermoviscoplastic modelling of asymmetric effects for polymers at large strains / R. Mahnken, A. Shaban, H. Potente, L. Wilke // International Journal of Solids and Structures. – 2008. – Vol. 45, issue 17. –P. 4615–4628.

72. Бойл, Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести/ Дж. Бойл, Дж. Спенс: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 361с.

73. Noor A.K. Survey of computer programs for solution of nonlinear structural and solid mechanics problems// Comp. and Str. – 1988. – Vol.13, №1-3. –P.425–465.

74. Mackerle, J. Creep and creep fracture/damage finite element modelling of engineering materials and structures: an addendum /J. Mackerle// International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2004. – Vol. 81, №5. – P. 381–392.

75. Mackerle, J. Creep and creep fracture/damage finite element modelling of engineering materials and structures: A bibliography (1980-1999) / J. Mackerle // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2000. – Vol. 77, №1. – P. 53–77.

76. Бобрицкая, С.Д. Напряженное состояние толстостенных неоднородных тел вращения при воздействиях общего вида: дисс. ... канд. техн. наук: 022 (применит. к задачам турбомашиностроения) / С.Д. Бобрицкая. – Киев, 1987. – 156 л.

77. Андреев, В.И. Упругое и упруго-пластическое равновесие толстостенных цилиндрических и сферических непрерывно неоднородных тел : дис. ... д-ра техн. наук: 01.02.03/ В.И. Андреев. - М., 1985. – 244 л.

78. Морозова, Т. П. Задача термоупругости для двухсвязных пластин со смешанными граничными условиями: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.03/ Т.П. Морозова. – Саратов, 1988. - 180 л.
79. Деруга, А. П. Сверхсходящиеся вариационно-разностные модели расчета оболочечно-стержневых конструкций: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01; 05.23.17 / Деруга А. П. - Красноярск, 2002. - 164 л.
80. Макаренкова, Л.Г. Исследование нестационарных температурных полей и вызываемых ими напряжений в полых длинных эксцентрических цилиндрах: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.02 / Л.Г. Макаренкова. - Киев, 1977. – 153л.
81. Мотовиловец, И.А. О неосесимметричном термонапряженном состоянии цилиндра/И.А. Мотовиловец, А.М. Новикова, С.И. Шевченко // Тепловые напряжения в элементах конструкций – 1978. –Вып.18. – С.68–72.
82. Мерзляков, В.А. Термоупругопластическое неосесимметричное напряженное состояние оболочек вращения при процессах нагружения по траекториям малой кривизны: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04/ В.А. Мерзляков. - Киев, 1982.– 139 л.
83. Белевцова, Н. Л. Неосесимметричное упруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при простых неизотермических процессах нагружения с учетом истории их протекания: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.03 / Н.Л. Белевцова. - Киев, 1982. - 165 л.
84. Крамаренко, А. П. Ползучесть трехмерных тел при нестационарном термосиловом воздействии: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.04 / А.П. Крамаренко. - Харьков, 1990. - 144 л.
85. Мамедов, Л.И. Напряженно-деформированное состояние цилиндрических и сферических тел при неравномерном нагреве: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04/ Л.И. Мамедов. – Баку, 1996. – 112л.
86. Бобырь, В. И. Термоупругопластическое состояние тел вращения при неосесимметричных процессах нагружения по траекториям малой кривизны: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04/ В.И. Бобырь. - Киев, 1988. - 99 л.
87. Светличная, С.Д. Нестационарное неосесимметричное деформирование упругих тел цилиндрической формы: дис. ... канд. техн. наук : 01.02.04 / С.Д. Светличная. – Харьков, 1994 - 123 л.

88. Савченко, В. Г. Об одном методе решения пространственной неосесимметричной задачи термопластичности / В.Г. Савченко // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1978. – Вып.18. – С.24–29.
89. Савченко, В.Г. Упруго-пластическое напряженное состояние длинных многослойных цилиндров с учетом кратковременной ползучести/ В.Г. Савченко, Ю.Н. Шевченко // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1973. – Вып.13. – С.38–43.
90. Савченко, В.Г. Метод исследования неосесимметричного неупругого деформирования тел вращения с учетом вида напряженного состояния /В.Г. Савченко// Прикладная механика: Международный научный журнал.– 2008. – Т.44, № 9.– С. 26-35.
91. Lee, Z.Y. Hybrid numerical method applied to 3-D multilayered hollow cylinder with periodic loading conditions/ Z.Y. Lee//Appl. Math.Comput. – 2005. – №166. – P.95–117.
92. Jane, K.C. Thermoelastic transient response of an infinitely long annular multilayered cylinder/ K.C. Jane, Z.Y. Lee//Mech. Res. Commun. – 1999. – Vol.26, №6. – P. 709–718.
93. Tokovyy, Y.V. Analysis of residual stresses in a long hollow cylinder / Y.V. Tokovyy, C. Ma // Int. J. of Pressure Vessels and Piping. – 2011. – Vol.88, №5-7. – P.248–255.
94. Hinton, J.L. An airy function to rapidly predict stresses in wound metal strip having asymmetric thickness profile / J.L. Hinton, A. S. Malik, R. V. Grandhi // International Journal of Mechanical Sciences. – 2011. – Vol.53, issue 10. – P. 827–838.
95. Сахацкая, И.К. Упругопластическое напряженное состояние тел вращения при неосесимметричных неизотермических процессах нагружения : дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04/ И.К. Сахацкая. - Киев, 1984. – 143л.
96. Руденко, Е.К. Неосесимметричное деформирование тел вращения с учетом ползучести: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.04 / Е.К. Руденко. - Харьков, 1990. - 157 л.
97. Шевченко, Ю.Н. Численные методы решения прикладных задач / Ю. Н. Шевченко. – Киев: Наук. думка,1986. - 270 с.
98. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.

99. Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
100. Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций / Н.Н. Малинин. – М. Машиностроение, 1981. – 220с.
101. Ремнев Ю.И. О влиянии облучения на напряжения и малые деформации в твердом теле / Ю.И. Ремнев // ДАН СССР.–1959.– Т.124, №3 – С.59-62.
102. Ленский, В.С. Метод однородных приближений в несвязанных задачах терморadiационной упругости и пластичности /В.С. Ленский//Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1971. – Вып.11. – С.100-113.
103. Шевченко, Ю. Н. Уравнения терморadiационной пластичности/ Ю.Н. Шевченко//Тепловые напряжения в элементах конструкций.–1972. –Вып. 12.– С.39-52.
104. Ma, B.M. Radiation and creep analysis of strains and stresses in annular fuel elements / B. M. Ma, G. Murphy // Nuclear Structural Engineering. – 1965. – Vol. 1, №2. – P. 141–154.
105. Olander, D. R. Fundamental Aspects of Nuclear Reactor Fuel Elements/ D.R. Olander. – USA: Technical Information Center Energy Research and Development Administration, 1976. – 720p.
106. Лихачев, Ю. И. Прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов / Ю. И. Лихачев, В. Я. Пупко. - М.: Атомиздат, 1975. - 280 с.
107. Тутнов, А. А. Методы расчета работоспособности элементов конструкций ядерных реакторов. - М.: Энергоатомиздат, 1987. - 183 с.
108. Тутнов, А. А. Математическое моделирование поведения теплофизических, прочностных и надежностных характеристик твэлов энергетических реакторов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.14.03 / А.А. Тутнов, Рос. науч. центр "Курчат. Ин-т", Ин-т реактор. технологий и материалов. - М., 1998. - 54 с.
109. Куликов, И. С. Прочность элементов конструкций при облучении / И. С. Куликов, В. Б. Нестеренко, Б. Е. Тверковкин. - Минск: Навука і тэхніка, 1990. - 143с.
110. Куликов, И. С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов / Под ред. В. Б. Нестеренко. - Минск: Наука и техника, 1984. - 103с.

111. Аналитическое решение уравнений линейной теории вязкоупругости. Применение к твэлам ядерных реакторов / Ю.А. Захарко, А.А. Прошкин, В.Ю. Пляшкевич [и др.]. - М., 1994. - 34 с. - (Препринт/ ИАЭ-5757/4)
112. Захарко, Ю. А. Разработка новых расчетных и экспериментальных методик по изучению активных зон и характеристик реактора ВВЭР: Аналит. метод расчета напряжений и деформаций в твэле. - М.: ЦНИИатоминформ, 1986. - 36 с.
113. Забудько, Л.М. Работоспособность ТВС быстрых реакторов/ Л.М. Забудько, Ю.И. Лихачев, А.А. Прошкин.-М.: Энергоатомиздат, 1988. -168с.
114. Вахромеева, В. В. Численный метод решения системы нелинейных уравнений распухания бесконечного цилиндрического топливного сердечника. -Обнинск, 1974. - 17с.
115. Богуш, В. Б. Исследование напряженно-деформированного состояния твэлов с металлическим топливом. - Обнинск, 1978. - 11 с. - (Препринт/Физ.-энерг. ин-т; ФЭИ-820)
116. Леончук, М. П. Термомеханическая модель цилиндрического твэла при осесимметричном нагружении / М. П. Леончук, Э. Х. Пыльченков, Л. И. Дворцова. - Обнинск, 1977. - 12 с. - (Препринт /Физ.-энерг. ин-т; ФЭИ-776)
117. Гонтарь, А.С. Моделирование высокотемпературного распухания диоксида урана и деформационного поведения твэла / А.С. Гонтарь, М.В. Нелидов// Атомная энергия. – 2007. – Т. 103, вып. 3. – С. 172–178.
118. Манукян, К.М. Расчет напряженно-деформированного состояния и параметров нелинейной механики разрушения конструкционных элементов активной зоны ЯЭУ: дис. ... канд. техн. наук: 05.14.03 / К.М. Манукян. – Москва, 1995. – 201 л.
119. Горохов В.А. Численное моделирование упруговязкопластического деформирования конструкций из нержавеющей сталей и графитов при квазистатических терморadiационных нагружениях: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04 / В.А. Горохов. – Н. Новгород, 2007. – 113 л.
120. Ghorbanpour, A.A. Buckling analysis of a cylindrical shell, under neutron radiation environment / A.A. Ghorbanpour, M. Ahmadi, A. Ahmadi, A. Rastgoo, H.A. Sepyani // Nuclear Engineering and Design. – 2012. – Vol. 242. – P. 1–6.

121. Karahan, A. A new code for predicting the thermo-mechanical and irradiation behavior of metallic fuels in sodium fast reactors / A. Karahan, J. Buongiorno // *J. of Nuclear Materials.* – 2010. – Vol. 396, №2-3. – P. 283–293.
122. Williamson, R.L. Enhancing the ABAQUS thermomechanics code to simulate multipellet steady and transient LWR fuel rod behavior / R.L. Williamson // *J. of Nuclear Materials.* – 2011. – Vol. 415, №1. – P. 74–83.
123. Hall, M.M. Stress state dependence of in-reactor creep and swelling: Part I: Continuum plasticity model / M.M. Hall // *J. of Nuclear Materials.* – 2010. – Vol. 396, №1. – P. 112–118.
124. Sercombe, J. Power ramped cladding stresses and strains in 3D simulations with burnup-dependent pellet–clad friction / J.Sercombe, I. Aubrun, C. Nonon // *Nuclear Engineering and Design.* – 2012. – Vol. 242. – P. 164–181.
125. Marchal, N. Finite element simulation of Pellet-Cladding Interaction (PCI) in nuclear fuel rods / N. Marchal, C. Campos, C. Garnier // *Comput. Mater. Sci.* – 2009. – Vol. 45. – P. 821–826.
126. Analysis of intermetallic swelling on the behavior of a hybrid solution for compressed hydrogen storage, Pt II Finite element method simulation / Chapelle D., Hocine A., Carbillat S., Boubakar M.L. // *Materials and Design.* – 2012 – Vol.36. – P. 459–469.
127. Suzuki, M. Analysis of mechanical load on cladding induced by fuel swelling during power ramp in high burn-up rod by fuel performance code FEMAXI-6 code / M. Suzuki, H. Uetsuka, H. Saitou // *Nuclear Engineering and Design.* – 2004a – Vol. 229. – P. 1–14.
128. Karthik, V. Austenitic Stainless Steels for Fast Reactors - Irradiation Experiments, Property Evaluation and Micro structural Studies /V. Karthik, S. Murugan, P. Parameswaran, C.N. Venkiteswaran, K.A.Gopal, N.G. Muralidharan, S. Saroja and K.V. Kasiviswanathan // *Energy Procedia.* – 2011. – Vol.7. – P.257–263.
129. Singh, B.N. Effects of neutron irradiation on microstructure and mechanical properties of pure iron/ B.N. Singh, A. Horsewell, P. Toft//*Journal of Nuclear Materials.* –1999. –Vol.271-272. –P.97–101.
130. Semenov, A.A. Modeling dislocation structure development and creep–swelling coupling in neutron irradiated stainless steel/ A.A. Semenov, C.H. Woo// *J. of Nuclear Materials.* – 2009. – Vol. 393, №3. – P. 409–417.

131. Budykin, N.I. Neutron-induced swelling and embrittlement of pure iron and pure nickel irradiated in the BN-350 and BOR-60 fast reactors / N.I. Budykin, E.G. Mironova, V.M. Chernov, V.A. Krasnoselov, S.I. Porollo, F.A. Garner // *J. Nucl. Mater.* – 2008. – Vol.375. – P.359–364.
132. Singh, B.N. Void swelling in copper and copper alloys irradiated with fission neutrons / B.N. Singh, A. Norsewell, D.S. Gelles, F.A. Garner // *J. Nucl. Mater.* – 1992. – Vol.192-194. – P.1172–1176.
133. Hall, M.M. Stress state dependence of in-reactor creep and swelling: Part I: Continuum plasticity model / M.M. Hall // *J. of Nuclear Materials.* – 2010. – **Vol. 396, №1.** – P. 112–118.
134. Garner, F.A. Swelling and creep observed in AISI 304 fuel pin cladding from three MOX fuel assemblies irradiated in EBR-II/ F.A. Garner, B.J. Makenas, S.A. Chastain // *J. of Nuclear Materials.* – 2011. – **Vol. 413, №1.** – P. 53–61.
135. Garnier, J. Irradiation creep of SA 304L and CW 316 stainless steels: Mechanical behaviour and microstructural aspects. Part I: Experimental results/ J. Garnier, Y. Brechet, M. Delnondedieu, C. Pokor, P. Dubuisson, A. Renault, X. Averty, J.P. Massoud// *J. of Nuclear Materials.* – 2011. – **Vol. 413, №2.** – P. 63–69.
136. Hall, M.M. Errata to: “Stress state dependence of in-reactor creep and swelling. Part I: continuum plasticity model”, *Journal of Nuclear Materials* 396 (2010) 112–118 and “Stress state dependence of in-reactor creep and swelling. Part II: experimental results”, *Journal of Nuclear Materials* 396 (2010) 119–129 / M.M. Hall Jr// *J. of Nuclear Materials.* – 2011. – **Vol. 412, №2.** – P. 278–279.
137. Hall, M.M. Stress state dependence of in-reactor creep and swelling. Part 2: Experimental results / M.M. Hall Jr, J.E. Flinn // *J. of Nuclear Materials.* – 2010. – **Vol. 396, №1.** – P. 119–129.
138. Kutty, T.R.G. Creep behaviour of U–6%Zr alloy by impression creep technique / T.R.G. Kutty, C.B. Basak, A. Kumar, R.P. Singh // *Nuclear Engineering and Design.* – 2012. – Vol. 242. – P. 164–181.
139. Turski, M. Residual stress driven creep cracking in AISI Type 316 stainless steel / M. Turski, P.J. Bouchard, A. Steuwer, P.J. Withers // *Acta Materialia.* – 2008. – **Vol. 56, №14.** – P. 3598–3612.
140. Yacout, A.M. Thermal creep modeling of HT9 steel for fast reactor applications/ A.M. Yacout, H.J. Ryu, Y.S. Kim // *J. of Nuclear Materials.* – 2011. – **Vol. 409, №3.** – P. 207–213.

141. Vanaja, J. Creep deformation and rupture behaviour of 9Cr–1W–0.2V–0.06Ta Reduced Activation Ferritic–Martensitic steel/ J. Vanaja, K. Laha, R. Mythili, K.S. Chandravathi, S. Saroja, M.D. Mathew// Materials Science and Engineering: A. – 2012. – Vol. 533. – P. 17–25.
142. Lathaa, S. Creep behaviour of 14Cr–15Ni–Ti stainless steel at 923 K / S. Lathaa, M.D. Mathewa, P. Parameswarana, K.B.S. Raob, S.L. Mannanc // Materials Science and Engineering: A. – 2010. – Vol. 527, №20. – P. 5167–5174.
143. Тимошенко, С.П. Теория упругости/ С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576с.
144. Рябов, В. М. Действие излучения на конструкционные материалы/В.М. Рябов. - 2-е изд., доп. - М.: МЭИ, 1990. - 58 с.
145. Киселевский, В. Н. Изменение механических свойств сталей и сплавов при радиационном облучении / В. Н. Киселевский. - Киев: Ин-т пробл. прочности, 1977. - 103 с.
146. Киселевский, В. Н. Прочность конструкционных материалов ядерных реакторов / В. Н. Киселевский. - Киев: Наук. думка, 1990. – 163с.
147. Тутнов, А. А. Расчетное моделирование распухания топливных материалов по модели квазистатических пор/ А. А. Тутнов, А. И. Ульянов, К. К. Желтухин. - М., 1984. - 25 с. - (Ин-т атом. энергии им. И. В. Курчатова; ИАЭ-3999/4)
148. Малыгин, В. Б. Разработка модели радиационной ползучести керамического топлива на основе расчетно-экспериментальных исследований: дис. ... канд. техн. наук: 01.04.07 / В.Б. Малыгин. - М., 1979. – 142 л.
149. Писаренко, Г. С. Прочность и пластичность материалов в радиационных потоках /Г.С. Писаренко. - Киев: Наук. думка, 1979. - 284 с.
150. Аль-Самави, А. Х. Радиационное распухание металлов: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07 / А. Х. Аль-Самави - Барнаул, 2004. – 121 л.
151. Лапин, С. С. Повышение стойкости нержавеющей сталей против радиационного распухания при облучении высокоэнергетическими частицами: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07 / С.С. Лапин. - Екатеринбург, 1993. – 111 л.

152. Кобылянский, Г. П. Радиационный рост и радиационная ползучесть сплавов: Обзор. информ. / Г. П. Кобылянский, В. К. Самардин, В. М. Косенков. - Димитровград, 1982. - 34 с.
153. Павлий, К. В. Радиационная ползучесть диоксида урана применительно к переходным и базовым режимам эксплуатации ТВЭЛА ВВЭР: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07/ К.В. Павлий. - Ташкент, 1989. – 152 л.
154. Бондаренко, А. И. Радиационная ползучесть и скольжение дислокаций. – Обнинск: Физ.-энерг. ин-т, 1983. - 27 с.
155. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях: В 2-х т. / Под ред. Г. С. Писаренко. - Киев: Наук. думка, 1980.
156. Бородин, В.А. Влияние микроскопических процессов в ядрах дислокаций на кинетику их переползания и радиационную ползучесть материалов: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07 /В.А. Бородин. – М.: , 1986. – 176 л.
157. Годунов, С. К. Решение систем линейных уравнений. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980. – 177 с.
158. Годунов, С. К. Разностные схемы: Введ. в теорию / С.К. Годунов, В.С. Рябенкий. - М.: Наука, 1977. – 439 с.
159. Прочность. Устойчивость. Колебания : Справочник. В 3-х т. / Под общ. ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. - М. : Машиностроение, 1968.
160. Термопрочность деталей машин: Теория. Эксперим. исследования. Расчет / Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. И. А. Биргера и д-ра техн. наук, проф. Б. Ф. Шорра. - М. : Машиностроение, 1975. – 455 с.
161. Todreas, N.E. Nuclear Systems I. Thermal Hydraulic Fundamentals / N.E. Todreas, M.S. Kazimi. – New York: Hemisphere Publishing Co, 1990.
162. Reuss, P. Neutron physics / P. Reuss. – Paris: EDP Sciences, 2008.
163. Малыгин, В.Б. Эксплуатационные свойства материалов тепловыделяющих элементов энергетических реакторов / В.Б. Малыгин. – М.: Моск. инж.-физ. ин-т, 1989. – 76 с.
164. Hashimoto, N. Relationship between hardening and damage structure in austenitic stainless steel 316LN irradiated at low temperature

in the HFIR / N. Hashimoto, J.P. Robertson // Journal of Nuclear Materials. –1999. –Vol.273. –P.95-101.

165. Агапова, Н.П. Исследование структуры и механических свойств стали ОХ16Н15МЗБ, облученной ионами гелия / Н.П. Агапова, И.Н. Африканов, Ф.П. Бутра [и др.] // Атомная Энергия. – 1976. –Т.41. – С.314-317.

166. Реутов, В.Ф. Радиационная повреждаемость материалов при облучении высокоэнергетическими легкими заряженными частицами: дисс. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.07/ В.Ф. Реутов – Алма-Ата, 1990. –372 л.

167. Тутнов, А. А. Изменения размеров изделий из реакторных материалов под действием температуры и облучения: Обзор / А.А. Тутнов - М., 1984. - 55 с.

168. Платонов, П. А. Действие облучения на теплопроводность и электропроводность реакторного графита /П.А. Платонов. - М.: Ин-т атомной энергии им. И. В. Курчатова, 1976. - 25 с.

169. Власов, Н.М. Тепловыделяющие элементы ядерных ракетных двигателей / Н.М. Власов, И.И. Федик. – М.: ЦНИИатоминформ, 2001. – 208 с.

170. Лихачев, Ю. И. Методы расчета на прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов / Ю. И. Лихачев, В. Я. Пупко, В. В. Попов. - М. : Энергоатомиздат, 1982. - 87 с.

171. Shankara, V. Proton irradiation creep of beta-silicon carbide/ V. Shankara, G. S. Wasb// J. of Nuclear Materials. – 2011. – Vol. 418, №1. – P. 198–206.

172. Методика математического моделирования теплофизических, прочностных и надежностных характеристик твэлов энергетических реакторов / Ан.А.Тутнов, А.А.Тутнов, А.И.Ульянов. - М. : РНЦ "Курчат. ин-т", 1993. - 35с. - (Препринт/ ИАЭ-5679/4)

173. Захарко, Ю. А. О возможности и значении аналитического подхода при анализе напряженно-деформированного состояния тепловыделяющих элементов энергетических реакторов. - М. : ЦНИИатоминформ, 1986. - 26 с.

174. Ширвель, П.И. Решение радиационно-термоупругой задачи для сплошного цилиндра / П.И. Ширвель // Теоретическая и прикладная механика: респ. межвед. сб. – Минск: БНТУ, 2008. – Вып. 23. – С.55–63.

175. Ширвель, П.И. О численных методах исследования напряжено-деформированного состояния тепловыделяющих элементов АЭС / П.И. Ширвель // Весті НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. Приложение. – 2010. – Т. 5 – С. 226–235.
176. Ширвель, П.И. Прогнозирование ресурса и моделирование НДС трубопроводов, используемых на АЭС/ П.И. Ширвель, Т.И. Кулак // Весті НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2011. – № 4. – С. 60–69.
177. –Ширвель, П.И. Решение задачи Кирша в условиях радиационного облучения / П.И. Ширвель, Д.Н. Костюк, А.А. Сергей // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб. – Минск: БНТУ, 2012. – Вып. 27. – С. 275–282.
178. Левчук, А.В. Влияние механических нагрузок на напряженно-деформированное состояние тонкостенных цилиндрических оболочек в условиях ядерных реакторов / Левчук А.В., П.И. Ширвель, Клус С.А. // Машиностроение: респ. межвед. сб. – Минск: БНТУ, 2011. – Вып. 26. – С. 455–463.
179. Ширвель, П.И. Моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек при неравномерном нагреве и нейтронном облучении / П.И. Ширвель, С.А. Клус // Вестник Фонда фундаментальных исследований. – 2010. – № 4. – С. 90-100.
180. Ширвель, П.И. НДС тонкостенных цилиндрических оболочек при неравномерном нагреве и нейтронном облучении с учетом тепловой и радиационной ползучести / П.И. Ширвель, А.В. Левчук, С.А. Клус // Теоретическая и прикладная механика: респ. межвед. сб. – Минск: БНТУ, 2010. – Вып. 25. – С. 244–252.
181. Куликов, И.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек при неравномерном нагреве и нейтронном облучении / И.С. Куликов, П.И. Ширвель, С.А. Клус // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб. – Минск: БНТУ, 2011. – Вып. 26. – С. 238–244.
182. Покульницкий, А.Р. Моделирование взаимодействия топлива и оболочки твэла с помощью МКЭ в среде ANSYS / А.Р. Покульницкий, П.И. Ширвель // Машиностроение: респ. сб. – Минск: БНТУ, 2011. – Вып. 26. – С. 405–411.

183. Ширвель, П.И. Моделирование деформирования трубопровода АЭС / П.И. Ширвель, Кулак Т.И. // Машиностроение: респ. межвед. сб. – Минск: БНТУ, 2013. – Вып. 27. – С. 140-147.
184. Чигарев, А.В. Неосесимметричное термоупругопластическое деформирование цилиндрических тел в условиях облучения / А.В. Чигарев, П.И. Ширвель // Механика 2011: сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теорет. и прикладной механике, Минск, 26–28 окт. 2011 г.: в 2 т. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: М.С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2011. – Т. 2. С. 404–411.
185. Чигарев, А.В. Расчетная модель НДС для неосесимметричного цилиндра, подверженного неравномерному нагреву и нейтронному облучению при ползучести / А.В. Чигарев, П.И. Ширвель, И.С. Куликов // «Инновации в машиностроении»: сб. тр. междунар. науч.-техн. конф., Минск, 30–31 окт. 2008 г. – Минск: ОИМ, 2008. – С. 242–250.
186. Чигарев, А.В. Упруговязкопластическое деформирование тел цилиндрической геометрии при термосиловых нагрузениях в условиях нейтронного облучения / А.В. Чигарев, П.И. Ширвель // «Современные проблемы математики, механики, информатики»: Сб. материалов междунар. научн. конф., посвященной 100-летию со дня рождения А.А. Ильюшина, 19–23 сент. 2011 г. – Тула: ТулГУ, 2011. – С. 237–247.
187. Ширвель, П.И. Определение неосесимметричного НДС длинного сплошного цилиндра в условиях ползучести и облучения / П.И. Ширвель // «Математическое моделирование и краевые задачи»: тр. VII Всероссийской науч. конф. с междунар. участием, Самара, 3–6 июля 2010 г.: в 2 ч. – Самара: СамГТУ, 2010. – Ч. 1. – С. 395–398.
188. Ширвель, П.И. Модель расчета неосесимметричного напряженно-деформированного состояния облучаемых тел цилиндрической геометрии в условиях пластичности и ползучести / П.И. Ширвель, И.С. Куликов // Весці НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2012. – № 4. – С. 51–62.
189. Куликов, И.С. О неосесимметричном НДС неравномерно нагретых длинных цилиндрических тел в условиях ползучести и облучения / И.С. Куликов, А.В. Чигарев, П.И. Ширвель // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике

деформируемого твердого тела (Чебоксары, 16–21 июня 2014 г.): в 2 ч. Ч.2 / под ред. Н. Ф. Морозова, Б. Г. Миронова, А. В. Манжирова. – Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2014. – Ч.2. – С. 5–16.

190. Куликов, И.С. Решение неосесимметричной задачи термоупругости для неравномерно нагретого длинного цилиндра в условиях ползучести / И.С. Куликов, П.И. Ширвель // Вестник Белорусского национального технического университета. – 2009. – № 4. – С. 75–80.

191. Ширвель, П.И. О неосесимметричном НДС неравномерно нагретого длинного сплошного цилиндра, подверженного нейтронному облучению / П.И. Ширвель, И.С. Куликов // Машиностроение: респ. межвед. сб. в 2 т. – Минск: БНТУ, 2009. – Вып. 24, т. 1. – С. 185–191.

192. Ширвель, П.И. Неосесимметричное НДС цилиндрического тела в условиях терморadiационного нагружения с учетом пластической деформации / П.И. Ширвель // Научн. тр. Междунар. конф. ученых МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ, Москва-Луганск, 15–17 янв. 2010 г.: в 7 т. – М.: МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ, 2010. – Т. 6: Естественные и технические науки. – С. 35–40.

193. Shyrvel, P.I. Mechanical model and simulation of stress/strain state for the cermet fuel pin under operation of NPP's reactor / P.I. Shyrvel // «NuMat2010»: Proc. of The Nuclear Materials Congress, Karlsruhe, Germany, October 4–7, 2010 [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. и прогр. (530 Мб). – Karlsruhe, 2011. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM): зв., цв.

194. Ширвель, П.И. Численное моделирование процессов деформирования элементов конструкций и компонентов оборудования ЯЭУ/ П.И. Ширвель, А.А. Сергей, В.А. Чигарев // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб. – Минск: БНТУ, 2014. – Вып. 29. – С. 173-178.

195. Ширвель, П.И. Моделирование механического поведения топливного сердечника твэла при терморadiационных нагружениях в условиях пластичности и ползучести / П.И. Ширвель// Сборник тезисов докладов II Международной конференции «Ядерные технологии XXI века». – Минск: ГНУ «ОИЭЯИ-Сосны» НАН Беларуси, 2011. – С. 19-20.

196. Куликов, И.С. Расчет напряженно-деформированного состояния топливных элементов ядерного реактора с помощью функции напряжений Эри / И.С. Куликов, П.И. Ширвель // *Механика машин, механизмов и материалов*. – 2010. – № 1 (10). – С. 68–73.
197. Куликов, И.С. Моделирование термосилового воздействия на топливный сердечник твэла активной зоны АЭС / И.С. Куликов, П.И. Ширвель // *Энергетика – Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ*. – 2010. – № 3. – С. 55–62.
198. Shyrvel, P.I. The simulation of stress state for cermet fuel pin under NPP's reactor operating / P.I. Shyrvel // «Integrating science and technology for sustainable energy development as basis for secure future SSF-2010»: Proc. of II International Humboldt Conference, Minsk, June 3–6, 2010. – Minsk, 2010. – P. 22–24.
199. Ширвель, П.И. Неосесимметричное напряженно-деформированное состояние длинного тепловыделяющего цилиндра в условиях квазистатического терморadiационного воздействия / П.И. Ширвель, И.С. Куликов, А.В. Чигарев // *Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб.* – Минск: БНТУ, 2014. – Вып. 29. – С. 79–85.
200. Чигарев, А.В. Исследование неосесимметричного напряженного состояния при квазистатическом термосиловом нагружении в условиях облучения высокоэнергетическими частицами / А.В. Чигарев, П.И. Ширвель // *Наука и Техника*. – 2013. – №4. – С.46–53.
201. Ширвель, П.И. Результаты моделирования неосесимметричного НДС длинных цилиндрических тел при неоднородном нагреве и нейтронном облучении / П.И. Ширвель // *Теоретическая и прикладная механика: междунар. научный журнал*. – Минск: БНТУ, 2015. – Вып. 30. – С. 116–125.
202. Ширвель, П.И. Механика необратимых деформаций и разрушений. Учебно-методическое пособие для студентов высших технических учебных заведений: в 2 ч / П.И. Ширвель. – Минск: БНТУ, 2014 – Ч.1. – 176с.
203. Ширвель, П.И. Оценка деформирования тепловыделяющих элементов // *ВЕДЫ. Научная информационно-аналитическая газета Беларуси*. –2013. – №34(2450).

Научное издание

ШИРВЕЛЬ Павел Иванович
ЧИГАРЕВ Анатолий Власович
КУЛИКОВ Иван Семенович

**ПРОЧНОСТЬ НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ В УСЛОВИЯХ
ПОЛЗУЧЕСТИ И РАДИАЦИОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ**

Подписано в печать 15.12.2014. Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 14,65. Уч.-изд. л. 11,45. Тираж 100. Заказ 987.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.