

## РАСЧЕТ МАГНИТНОГО СОСТОЯНИЯ СПЛОШНОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО СТЕРЖНЯ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ ПРОХОДНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

А. В. СТРЕЛЮХИН<sup>1</sup>, Ю. А. ЕРОХИНА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> к.т.н., доцент, доцент кафедры «Геотехника и строительная механика»,  
<sup>2</sup> старший преподаватель кафедры «Геотехника и строительная механика»  
Белорусский национальный технический университет  
г. Минск, Республика Беларусь

**Аннотация.** В работе рассмотрена методика расчета магнитного состояния сплошного ферромагнитного стержня, находящегося в постоянном неоднородном поле проходного преобразователя. Методика основана на применении метода пространственных интегральных уравнений, приводящая к нелинейному интегро-дифференциальному уравнению относительно вектора намагниченности. При ее реализации применена дискретная модель ферромагнетика с кусочно-постоянной аппроксимацией вектора намагниченности по элементам разбиения. Расчет проводился с использованием итерационного метода. Решение считается найденным, когда для каждого элемента разбиения стержня при сравнении модуля вектора намагниченности на двух соседних итерациях достигается заданная точность. Для учета нелинейных магнитных свойств материала в зависимости от величины намагничивающего поля использованы аппроксимирующие выражения. Проведено сравнение результатов расчета с использованием различных аппроксимирующих выражений, а также по значениям основной кривой намагничивания, полученных экспериментально.

**Ключевые слова:** неразрушающий контроль, магнитные методы, ферромагнетик, стержень, магнитное поле, намагниченность, метод пространственных интегральных уравнений, моделирование, численный расчет, итерационная схема.

## CALCULATION OF MAGNETIC STATE OF SOLID FERROMAGNETIC CORE IN THE NON-UNIFORM FIELD OF ENCIRCLING SOLENOID

A. V. STRELIUKHIN<sup>1</sup>, Y. A. YEROHINA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> PhD in engineering, associate professor,  
Department «Geotechnics and Structural Mechanics»,  
<sup>2</sup> Senior lecturer, Department «Geotechnics and Structural Mechanics»  
Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus

**Abstract.** Method of calculation of magnetic state of solid ferromagnetic core located in constant non-uniform field of encircling solenoid is considered. The technique is based on the application of the method of spatial integral equations, leading to a nonlinear integro-differential equation relative the magnetization. In its implementation a discrete model of a ferromagnet with a piecewise constant approximation of the magnetization on the elements of division was used. The calculation was carried out using the iterative method. The solution is considered to be found when for each element of division of the core at comparing the magnetization at two adjacent iterations the specified accuracy is achieved. To take into account the nonlinear magnetic properties of the material depending on the magnitude of the magnetizing field, approximating expressions are used. The calculation results using various approximating expressions, as well as by the values of the main magnetization curve obtained experimentally are compared.

**Keywords:** non-destructive testing, magnetic methods, ferromagnet, core, magnetic field, magnetization, method of spatial integral equations, modeling, numerical calculation, iteration scheme.

### Введение.

Магнитные методы получили широкое распространение при неразрушающем контроле механических свойств и структурного состояния изделий из ферромагнитных материалов [1]. До-

статочно часто эти методы основаны на использовании квазистатических магнитных полей. Поэтому для развития существующих методов, а также для разработки новых приборов и измерительных устройств необходимо знать магнитное состояние объекта контроля в зависимости от величины и конфигурации магнитного поля.

В настоящее время весьма актуальной является разработка физических и теоретических основ магнитной структуроскопии ферромагнитных изделий конечной формы, которые для обеспечения требуемых механических свойств подвергаются термообработке (изотермический отжиг, нормализация, улучшение, закалка с последующим отпусканием, поверхностное упрочнение ТВЧ и др.). Оценка прочностных характеристик стандартными разрушающими методами приводит к повреждению готовых изделий, требует временных затрат, является выборочной и не обеспечивает контроля всех изделий.

Дальнейшее развитие и расширение возможностей магнитных методов возможно за счет компьютерного моделирования процессов, происходящих в ферромагнетике при его перемагничивании. Невозможность применения аналитических методов объясняется явлением гистерезиса, нелинейным характером процесса намагничивание-перемагничивание объекта контроля, а также его зависимостью от размеров и формы образца и конфигурации внешнего поля. Решить такого плана задачи возможно только численным расчетом с использованием вычислительной техники.

#### Описание модели.

В настоящей работе рассмотрено моделирование магнитного состояния образца в форме сплошного ферромагнитного стержня круглого сечения, находящегося в постоянном неоднородном поле проходного преобразователя. При этом полагалось, что ось преобразователя совпадает с осью стержня, а поставленная задача в этом случае обладает цилиндрической симметрией.

Численный расчет магнитных систем обычно строится относительно формальных источников поля [2]. Одним из подходов является использование интегральных уравнений. В настоящей работе за основу выбран метод пространственных интегральных уравнений, при использовании которого, в отличие от метода граничных интегральных уравнений, не требуется вводить на границах разнородных в магнитном отношении сред краевые условия. Кроме того, использование метода пространственных уравнений позволяет проводить расчет только в области, занимаемой ферромагнитным материалом.

Для расчета магнитного состояния ферромагнитного стержня в приложенном поле проходного преобразователя использовалось выражение для скалярного магнитного потенциала, полагая, что в объеме намагниченного вещества макроскопические токи отсутствуют:

$$\vec{H}^{FM}(Q) = -\text{grad}_Q \left( -\frac{1}{4\pi} \int_{V_M} \frac{\text{div} \vec{M}(N)}{|r_{NQ}|} dV_N + \frac{1}{4\pi} \int_{S_M} \frac{M_n(N)}{|r_{NQ}|} dS_N \right), \quad (1)$$

где  $V_M$  – объем ферромагнитного стержня,  $S_M$  – площадь его поверхности;  $N$  и  $Q$  – соответственно обозначения точки источника магнитного поля в ферромагнитном стержне и точка наблюдения;  $\vec{r}_{NQ}$  – радиус-вектор из точки  $N$  в точку  $Q$ ;  $\vec{H}^{FM}$  – поле, создаваемое ферромагнитным стержнем;  $\vec{M}$  – намагниченность материала стержня.

Напряженность результирующего магнитного поля системы «сплошной ферромагнитный стержень – проходной преобразователь» в любой точке, как в материале стержня, так и вне его в области наблюдения, вычисляется как векторная сумма полей от намагниченного стержня  $\vec{H}^{FM}(Q)$  и проходного преобразователя  $\vec{H}^{VN}(Q)$ :

$$\vec{H}(Q) = \vec{H}^{FM}(Q) + \vec{H}^{VN}(Q). \quad (2)$$

В модели полагаем материал стержня изотропным, тогда вектора напряженности магнитного поля и намагниченности коллинеарны, а выражения (1) и (2) можно записать в следующем виде:

$$\vec{H}(Q) = \frac{\vec{M}(Q)}{\varepsilon} = -\frac{1}{4\pi} \text{grad}_Q \int_{V_M} \vec{M}(N) \text{grad}_N \left( \frac{1}{|r_{NQ}|} \right) dV_N + \vec{H}^{VN}(Q), \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – магнитная восприимчивость.

Выражение (3) представляет собой нелинейное интегро-дифференциальное уравнение относительно намагниченности. Существуют различные приближения в представлении распределения намагниченности в ферромагнетике. Более точное приближение к описанию распределения намагниченности в объеме ферромагнитного стержня можно получить при использовании кусочно-постоянной аппроксимация намагниченности. Для этого разобьем объем, занимаемый ферромагнитным стержнем, на  $N_1$  достаточно малых элементов (ввиду цилиндрической симметрии рассматриваемой системы это будут элементарные кольца), в каждом из которых будет выполняться условие постоянства компонент вектора намагниченности.

Тогда компоненты напряженности магнитного поля в любой точке  $Q$  можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} z(Q) &= \frac{M_z(Q)}{\varepsilon} = \sum_{n=1}^{N_1} (M_{zn}(N) \cdot GZ_1 + M_{rn}(N) \cdot GZ_2) + \frac{V^N(Q)}{z}; \\ r(Q) &= \frac{M_r(Q)}{\varepsilon} = \sum_{n=1}^{N_1} (M_{zn}(N) \cdot GR_1 + M_{rn}(N) \cdot GR_2) + \frac{V^N(Q)}{r}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $GZ_1$ ,  $GZ_2$ ,  $GR_1$ ,  $GR_2$  – безразмерные геометрические коэффициенты, определяющие поле в точке  $Q$  от элемента разбиения  $n$  при его единичной намагниченности.

Решение системы (4) приводит к системе линейных алгебраических уравнений, решить которую можно прямыми или итерационными методами. В настоящей работе использовался итерационный метод. Критерием прекращения счета являлось совпадение модуля вектора намагниченности для каждого элемента на двух соседних  $k$  и  $k + 1$  итерациях с заданной точностью  $\varepsilon$ :

$$\left| \frac{M_n^{k+1} - M_n^k}{M_n^{k+1}} \right| \leq \varepsilon. \quad (5)$$

Система (4) для решения должна быть дополнена уравнением, описывающим зависимость намагниченности  $M$  от напряженности магнитного поля  $H$ . Самым простым способом является введение в расчет линейной зависимости  $M(H)$ . Однако такое представление является идеализированным. Более правильным является использование различных аппроксимирующих выражений [3; 4], учитывающих основные параметры реального материала (коэрцитивная сила, намагниченность насыщения и т. д.), либо использование основной кривой намагничивания материала, полученную экспериментально.

В результате расчета по (4) можно получить распределение компонент вектора намагниченности в элементах разбиения по всему объему стержня (полагаем, что первоначально образец размагнитен). Исходя из полученных значений, по (4) также можно определить напряженность магнитного поля от ферромагнетика вне самого стержня в заданной области. Исходными параметрами при таком моделировании являются размеры образца, магнитные характеристики его материала и конфигурация намагничивающего поля, создаваемого внешним источником.

Предложенная модель была реализована в компьютерную программу, по которой проведен расчет распределения компонент напряженности магнитного поля, создаваемого сплошным ферромагнитным стержнем, находящимся в поле проходного преобразователя, внутри стержня и на расстоянии 2,5 мм от его поверхности с различными геометрическими параметрами стержня. Величина  $\varepsilon$  задавалась равной 0,01 %.

Проходной преобразователь имел следующие параметры: внутренний радиус  $a_1 = 35$  мм, внешний –  $a_2 = 50$  мм; длина  $2b = 20$  мм, количество витков  $\omega = 105$  и располагался симметрично относительно центра стержня. Рассматривались величины тока 1,5 и 10 А.

Магнитные характеристики материала стержня имели следующие значения: коэрцитивная сила  $H_{cs} = 724$  А/м, намагниченность насыщения  $M_s = 1,54 \cdot 10^6$  А/м, начальная восприимчивость  $\varepsilon_n = 82$ .

Экспериментальная проверка результатов расчета проводилась по интегральным значениям распределения индукции в сплошном ферромагнитном стержне, измеренными в разомкнутой магнитной цепи [5] и хорошо согласуется с результатами расчета.

В связи с тем, что имеющиеся аналитические выражения недостаточно точно описывают основную кривую намагничивания материала, в работе проведено сравнение результатов расчета компонент напряженности магнитного поля при использовании аппроксимирующих выражений [3; 4] и экспериментально полученной основной кривой намагничивания для материала стержня. Анализ результатов показал, что использование различных способов ввода в расчет

зависимости  $M(H)$  не приводит к существенным изменениям в распределении составляющих напряженности магнитного поля системы «сплошной ферромагнитный стержень – проходной преобразователь» в рассматриваемой области. Вместе с тем, использование в расчетах аппроксимирующего выражения из [4] и экспериментально снятой основной кривой намагничивания дает более близкие результаты.

#### **Выводы.**

1. Предложенный метод численного моделирования позволяет решить задачу магнитостатики по определению магнитного состояния сплошного цилиндрического стержня, находящего в приложенном поле проходного преобразователя, и определению магнитного поля в интересующей области.

2. Показано, что использование арктангенсовых аппроксимаций зависимости  $M(H)$  практически не влияет на результаты расчета напряженности магнитного поля вне сплошного ферромагнитного стержня в приложенном поле проходного преобразователя.

#### **Литература:**

1. Мельгуй, М. А. Магнитный контроль механических свойств сталей / М. А. Мельгуй – Минск : Наука и техника, 1980. – 184 с.
2. Курбатов, П. А., Аринчин, С. А. Численный расчет электромагнитных полей / П. А. Курбатов, С. А. Аринчин – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.
3. Мельгуй, М. А. Формулы для описания нелинейных и гистерезисных свойств ферромагнетиков / М. А. Мельгуй // Дефектоскопия. – 1987. – № 11. – С. 3–10.
4. Матюк, В. Ф. Математическая модель намагничивания ферромагнетиков / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Доклады НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, № 5. – С. 43–45.
5. Матюк, В. Ф. Установка УИМХ для измерения магнитных характеристик магнитомягких материалов и изделий / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Дефектоскопия. – 2007. – № 3. – С. 12–25.

#### **References:**

1. Melguy, M. A. Magnityi kontrol mekhanicheskikh svoistv stalei [Magnetic control of mechanical properties of steels] / M. A. Melguy – Minsk : Nauka i tekhnika, 1980. – 184 p. (rus)
2. Kurbatov, P. A., Arinchin, S. A. Chislennyi raschet elektromagnitnykh poley [Numerical calculation of electromagnetic fields] / P. A. Kurbatov, S. A. Arinchin – Moscow : Energoatomizdat, 1984. – 168 p. (rus)
3. Melguy, M. A. Formuly dlya opisaniya nelineynykh i gisterezisnykh svoystv ferromagnetikov [Formulas for describing the nonlinear and hysteretic properties of ferromagnets] / M. A. Melguy // Defektoskopiya. – 1987. – № 11. – pp. 3–10 (rus).
4. Mayuk, V. F. Matematicheskaya model namagnichivaniya ferromagnetikov [Mathematical model of magnetization of ferromagnets] / V. F. Mayuk, A. A. Osipov // Doklady NAN Belarusi. – 2004. – V. 48. – № 5. – pp. 43–45 (rus).
5. Mayuk, V. F. Ustanovka UIMKH dlya izmereniya magnitnykh kharakteristik magnitomyagkikh materialov i izdeliy [UIMC setting for measuring the magnetic characteristics of magnetically soft materials and products] / V. F. Mayuk, A. A. Osipov // Defektoskopiya. – 2007. – № 3. – pp. 12–25 (rus).