УДК 621.396.96

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗ ОТДЕЛЬНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ТОКА ХОЛОСТОГО ХОДА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

Исаев А.В., Любинский К.А., Голубович А.И., Гулич А.Ю., Адамович К.А., Веселовский В.А.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Работа посвящена математическому описанию по определению фаз отдельных спектральных составляющих тока холостого хода при работе электрической машины по временным параметрам исходного измерительного сигнала.

Ключевые слова: спектральные составляющие, начальная фаза, преобразование Фурье, ток холостого ходы электрической машины.

DETERMINATION OF THE PHASES OF INDIVIDUAL SPECTRAL COMPONENTS OF THE NO-LOAD CURRENT OF AN ELECTRICAL MACHINE

Isaev A.V., Lyubinsky K.A., Golubovich A.I., Gulich A.Yu., Adamovich K.A., Veselovsky V.A.

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. The work is devoted to a mathematical description of determining the phases of individual spectral components of the no-load current during operation of an electric machine according to the time parameters of the original measuring signal.

Key words: spectral components, initial phase, Fourier transform, no-load current of an electric machine.

Адрес для переписки: Исаев А.В., пр. Независимости, 65, г. Минск, 220113, Республика Беларусь
e-mail: isaev0302@gmail.com

Контроль работоспособности электрических машин в процессе эксплуатации в основном заключается в измерении действующих значениях токов в фазах и анализе переходных процессов в динамических режимах [1]. Используемый для этих целей анализ спектральных составляющих токов, несмотря на свой возможности, достаточно трудно реализовать в условиях эксплуатации электрических машин из-за непрекращающихся переходных процессов, при непрогнозируемых изменениях режимов работы. Быстротекущий характер этих изменений и инертность полосовых фильтров, выделяющих отдельные спектральные составляющие, не позволяют измерять их реальные значения. Кроме того, низкочастотные полосовые фильтры на частоте, кратной промышленной, обладают значительными габаритами и инерционностью. Однозначное соответствие временных параметров сигнала и его спектра, определяемого преобразованием Фурье, позволяет найти корреляцию между параметрами спектра сигнала и его временными характеристиками, измерение и контроль которых с помощью существующих измерительных средств возможно произвести с достаточно высокой точностью.

В [2] был проведен анализ полученной зависимости в случае предположения, что точка максимума кривой (t_m) наступает в момент времени $T/4$, т. е. когда в модели не учитывается активное сопротивление катушки. Данное предположение характерно для идеальной электромагнитной системы, когда не учитывается активные потери обмоток и магнитопровода, а, следовательно, такое упрощение вносит дополнительные существенные погрешности.

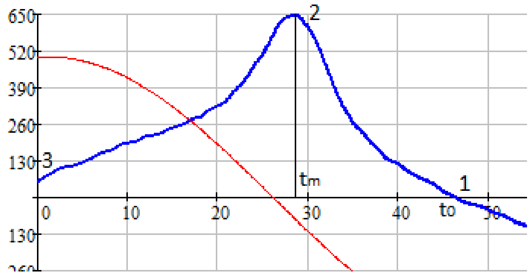

Рисунок 1 – Анализируемая кривая намагничивающего тока обмотки электрической машины: *1* – значение кривой тока в момент времени $t = t_0$; *2* – значение кривой тока в момент времени $t = t_m$; *3* – значение кривой тока в момент времени $t = 0$

Анализ кривой тока показывает, что в форме можно выделить несколько характерных точек: *1* –значение кривой тока $i(t)$ в момент времени $t = t_0$; *2* – значение I_m кривой тока $i(t)$ в момент времени $t = t_m$; *3* – значение I_0 кривой тока $i(t)$ в момент времени $t = 0$.

Известно, что любая периодическая кривая может быть представлена рядом Фурье в тригонометрической форме как:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_{mn} \sin(n\omega t_0 + \varphi_n),$$

где I_{mn} – амплитуды гармонических составляющих.

В точке *1* кривой $i(t)$ в момент времени $t = t_0$ равно нулю:

$$i(t_0) = \sum_{n=1}^{\infty} nI_{mn} \cos(n\omega t_{m1} + \varphi_n) = 0.$$

В точке *2* кривая тока $i(t)$ имеет максимум в момент времени $t = t_m$. Следовательно первая производная функции, описывающей кривую тока, в момент времени $t = t_m$ равно нулю:

$$\sum_{n=1}^{\infty} nI_{mn}\cos(n\omega t_{m1} + \varphi_n) = 0.$$

Точка *3* является точкой перегиба. Следовательно вторая производная функции, описывающей кривую тока, в момент времени $t = 0$ равно нулю:

$$-(n\omega)^2 \sum_{n=1}^{\infty} I_{mn}\sin(n\omega t + \varphi_n) = 0$$

или

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 I_{mn}\sin(\varphi_n) = 0.$$

Эти выражения представляют собой систему уравнений, связывавших временные параметры тока с параметрами гармонических составляющих.

Преобразуем первое уравнение:

$$I_{m1}\sin(\omega t_0 + \varphi_1) + \sum_{n=3}^{\infty} I_{mn}\sin(n\omega t_0 + \varphi_n) = 0$$

и разделим на составляющую первой гармоники:

$$1 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{I_{mn}\sin(n\omega t_0 + \varphi_n)}{I_{m1}\sin(\omega t_0 + \varphi_1)} = 0.$$

Аналогично преобразуем остальные уравнения. Таким образом получим преобразованную систему тригонометрических уравнений:

$$\begin{cases} 1 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{I_{mn}\sin(n\omega t_0 + \varphi_n)}{I_{m1}\sin(\omega t_0 + \varphi_1)} = 0 \\ 1 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} n\dfrac{I_{mn}\cos(n\omega t_m + \varphi_n)}{I_{m1}\cos(\omega t_m + \varphi_1)} = 0 \\ 1 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2\dfrac{I_{mn}\sin(\varphi_n)}{I_{m1}\sin(\varphi_1)} = 0. \end{cases}$$

Сложим второе и третье уравнение системы:

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} n\frac{I_{mn}\cos(n\omega t_m + \varphi_n)}{I_{m1}\cos(\omega t_m + \varphi_1)} +$$

$$+1 + \sum_{n=1}^{\infty} n^2\frac{I_{mn}\sin(\varphi_n)}{I_{m1}\sin(\varphi_1)} = 0,$$

или

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{I_{m1}}\left(n\frac{\cos(n\omega t_m + \varphi_n)}{2\cos(\omega t_m + \varphi_1)} + n^2\frac{\sin(\varphi_n)}{2\sin(\varphi_1)}\right) = 0.$$

Полученный результат приравняем к первому уравнению системы:

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{I_{m1}}\frac{\sin(n\omega t_0 + \varphi_n)}{\sin(\omega t_0 + \varphi_1)} =$$

$$= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} n\frac{I_{mn}}{I_{m1}}(\frac{\cos(n\omega t_m + \varphi_n)}{2\cos(\omega t_m + \varphi_1)} + n^2\frac{\sin(\varphi_n)}{2\sin(\varphi_1)},$$

или

$$\frac{\sin(n\omega t_0 + \varphi_n)}{\sin(\omega t_0 + \varphi_1)} = n\frac{\cos(n\omega t_m + \varphi_n)}{2\cos(\omega t_m + \varphi_1)} + n^2\frac{\sin(\varphi_n)}{2\sin(\varphi_1)}.$$

Согласно законам тригонометрии избавимся в уравнении от сумм углов в тригонометрических функциях

$$\frac{\sin\omega t_0\cos\varphi_n + \cos\omega t_0\sin\varphi_n}{\sin\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos\omega t_0\sin\varphi_1} =$$

$$= n\frac{\cos n\omega t_m\cos\varphi_n - \sin n\omega t_m\sin\varphi_n}{2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1} +$$

$$+n^2\frac{\sin(\varphi_n)}{2\sin(\varphi_1)},$$

приведя к общему знаменателю получим:

$$\frac{\begin{gathered}(n^2\sin(\varphi_n)(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1)\times\\ \times(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1))\end{gathered}}{\begin{gathered}(2\sin(\varphi_1)(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1)\times\\ \times(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1))\end{gathered}} +$$

$$+\frac{\begin{gathered}(2\sin(\varphi_1)(n\cos n\omega t_m\cos\varphi_n - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_n)\times\\ \times(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1))\end{gathered}}{\begin{gathered}(2\sin(\varphi_1)(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1)\times\\ \times(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1))\end{gathered}} -$$

$$-\frac{\begin{gathered}(2\sin(\varphi_1)(\sin n\omega t_0\cos\varphi_n + \cos n\omega t_0\sin\varphi_n)\times\\ \times(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1))\end{gathered}}{\begin{gathered}(2\sin(\varphi_1)(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1)\times\\ \times(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1))\end{gathered}} = 0.$$

С учетом сходимости функции проведем анализ числителя полученного выражения

$$\begin{gathered}
n^2\sin(\varphi_n)(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1)\times\\
\times(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1) +\\
+2\sin(\varphi_1)(n\cos n\omega t_m\cos\varphi_n - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_n)\times\\
\times(\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0\sin\varphi_1) - 2\sin(\varphi_1)\times\\
\times(\sin n\omega t_0\cos\varphi_n + \cos n\omega t_0\sin\varphi_n)\times\\
\times(2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1) = 0,
\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}
n^2\sin(\varphi_n)\sin n\omega t_0\cos\varphi_1\, 2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 -\\
-n^2\sin(\varphi_n)\sin n\omega t_0\cos\varphi_1\, 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1 +\\
+n^2\sin(\varphi_n)\cos n\omega t_0\sin\varphi_1\, 2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 -\\
-n^2\sin(\varphi_n\cos\omega t_0\sin\varphi_1\, 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1 +\\
+2\sin(\varphi_1)n\cos n\omega t_m\cos\varphi_n\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 +\\
+2\sin(\varphi_1)n\cos n\omega t_m\cos\varphi_m\cos n\omega t_0\sin\varphi_1 -\\
-2\sin(\varphi_1)n\sin n\omega t_m\sin\omega_n\sin n\omega t_0\cos\varphi_1 -\\
-2\sin(\varphi_1)n\sin n\omega t_m\sin\varphi_n\cos n\omega t_0\sin\varphi_1 -\\
-2\sin(\varphi_1)n\sin n\omega t_0\cos\varphi_n\, 2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 +\\
+2\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0\cos\varphi_n\, 2\sin n\omega t_m\sin\varphi_1 -\\
-2\sin(\varphi_1)n\cos n\omega t_0\sin\varphi_n\, 2\cos n\omega t_m\cos\varphi_1 +\\
+2\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0\sin\varphi_n\, 2\cos n\omega t_m\sin\varphi_1 = 0.
\end{gathered}$$

Делим на $\cos\varphi_n$:

$$2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_m \sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_m \sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 +$$
$$+2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-2n^2\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 = 0,$$

$$2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 =$$
$$= -2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1,$$

$$n^2\sin(\varphi_n)\left(\sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1\right) \times$$
$$\times\left(2\cos n\omega t_m \cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m \sin\varphi_1\right) +$$
$$+2\sin(\varphi_1)\left(n\cos n\omega t_m \cos\varphi_n - n\sin n\omega t_m \sin\varphi_n\right) \times$$
$$\times\left(\sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 + \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1\right) -$$
$$-2\sin(\varphi_1)\left(\sin n\omega t_0 \cos\varphi_n + \cos n\omega t_0 \sin\varphi_n\right) \times$$
$$\times\left(2\cos n\omega t_m \cos\varphi_1 - 2\sin n\omega t_m \sin\varphi_1\right) = 0,$$

$$n^2\sin(\varphi_n)\sin n\omega t_0 \cos\varphi_1\, 2\cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-n^2\sin(\varphi_n)\sin n\omega t_0 \cos\varphi_1\, 2\sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+n^2\sin(\varphi_n)\cos n\omega t_0 \sin\varphi_1\, 2\cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-n^2\sin(\varphi_n)\cos n\omega t_0 \sin\varphi_1\, 2\sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2\sin(\varphi_1) n\cos n\omega t_m \cos\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 +$$
$$+2\sin(\varphi_1) n\cos n\omega t_m \cos\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-2\sin(\varphi_1) n\sin n\omega t_m \sin\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2\sin(\varphi_1) n\sin n\omega t_m \sin\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-2\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \cos\varphi_n\, 2\cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+2\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \cos\varphi_n\, 2\sin n\omega t_m \sin\varphi_1 -$$
$$-2\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \sin\varphi_n\, 2\cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+2\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \sin\varphi_n\, 2\sin n\omega t_m \sin\varphi_1 = 0.$$

Делим на $\cos\varphi_n$

$$2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 +$$
$$+2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 = 0,$$

$$2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_m \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_0 \mathrm{tg}\varphi_n \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 =$$
$$= -2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin(\varphi_1)\cos n\omega t_m \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 +$$
$$+4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-4\sin(\varphi_1)\sin n\omega t_0 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1,$$

$$\mathrm{tg}\varphi_n(2n^2\sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 +$$
$$+2n^2\cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-2n^2\cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1 -$$
$$-2n\sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1 -$$
$$-2n\sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 -$$
$$-4\sin\varphi_1 \cos n\omega t_0 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 +$$
$$+4\sin\varphi_1 \cos n\omega t_0 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1) =$$
$$= -2n\sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \sin n\omega t_0 \cos\varphi_1$$
$$-2n\sin\varphi_1 \cos n\omega t_m \cos n\omega t_0 \sin\varphi_1 +$$
$$+4\sin\varphi_1 \sin n\omega t_0 \cos n\omega t_m \cos\varphi_1 -$$
$$-4\sin\varphi_1 \sin n\omega t_0 \sin n\omega t_m \sin\varphi_1.$$

Следовательно:

$$\varphi_n = \mathrm{arctg}\frac{\begin{gathered}(\sin\varphi_1\left(2\sin n\omega t_0 \cos(n\omega t_m + \varphi_1\right) -\\ -n\cos n\omega t_m \sin(n\omega t_0 + \varphi_1))\end{gathered}}{\begin{gathered}(n^2\cos(n\omega t_m + \varphi_1)\sin(n\omega t_0 + \varphi_1) -\\ -n\sin\varphi_1 \sin n\omega t_m \sin(n\omega t_0 + \varphi_1) -\\ 2\sin\varphi_1 \cos n\omega t_0 \cos(n\omega t_m + \varphi_1))\end{gathered}}) \times$$
$$\times\pi\frac{1 + (-1)^{\frac{n+1}{2}}}{2}.$$

Откуда видно, что фазу любой спектральной составляющей можно вычислить, зная или измерив несколько ключевых точек исследуемого сигнала.

Литература

1. Гемке, Р.Г. Неисправности электрических машин / Р.Г. Гемке. – 8-е изд., испр. и доп. – Л. : Энергия, 1995. – 296 с.

2. Цифровой способ измерения фазового сдвига гармонических колебаний: патент РФ 2419098С2 / А. Жук, Е.А. Плигин, А.М. Лягин, Д.В. Романько, А.А. Плетухина. – Опубл. 20.05.2011.