

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА**Степаненко Д. А., Киндрук А. Н.***Белорусский национальный технический университет*

Основными параметрами ультразвуковых колебательных систем (УЗКС), которые необходимо учитывать при их разработке и эксплуатации, являются собственные частоты колебаний и механическая добротность, связанная с коэффициентом затухания. Существует ряд методов экспериментального определения этих параметров, к которым относятся анализ частотных характеристик УЗКС с помощью анализаторов электрического импеданса и интегральный метод свободных колебаний (ИМСК) [1, 2]. ИМСК основан на возбуждении свободных затухающих колебаний УЗКС в широкой полосе частот путем кратковременного ударного воздействия. Возникающий при этом сигнал отклика системы, который может рассматриваться как ее импульсная характеристика, регистрируется с помощью датчика колебаний, например, пьезоэлектрического датчика, и представляет собой сумму затухающих гармонических колебаний, частоты которых совпадают с собственными частотами колебаний системы. Собственные частоты определяются с помощью дискретного преобразования Фурье экспериментально зарегистрированной импульсной характеристики, а одним из способов определения коэффициента затухания для каждой из частотных составляющих сигнала является синхронная демодуляция на основе преобразования Гильберта [2]. Результатом синхронной демодуляции является декомпозиция импульсной характеристики по дискретным частотным составляющим с экспоненциальными огибающими, постоянные времени которых обратно пропорциональны коэффициентам затухания для соответствующих собственных частот. Недостатком метода синхронной демодуляции является то, что характеристики используемого для его реализации фильтра нижних частот выбираются эмпирическим путем, что приводит к зависимости результатов от опыта расчетчика. В данной статье рассматривается альтернативный метод декомпозиции импульсных характеристик УЗКС, основанный на использовании преобразования Лапласа и не требующий для своей реализации эмпирического подбора параметров. Данный метод может быть использован для декомпозиции импульсных характеристик широкого класса линейных механических и немеханических систем, инвариантных относительно временного смещения входного воздействия.

Ядро $\exp(-j\omega t)$ интегрального преобразования Фурье, традиционно используемого для спектрального анализа сигналов, представляет собой комплексную экспоненту с мнимым аргументом, что соответствует декомпозиции сигнала по незатухающим гармоническим составляющим с круговыми частотами ω . В случае преобразования Лапласа ядро $\exp(-st)$ также представляет собой комплексную экспоненту, однако в общем случае $\text{Re}(s) \neq 0$, что позволяет, представив комплексную переменную s в форме $s = \beta + j\omega$, интерпретировать преобразование Лапласа как декомпозицию сигнала по затухающим гармоническим составляющим с круговыми частотами ω и коэффициентами затухания β . Если рассмотреть затухающий гармонический сигнал вида $y_{t_0}(t) = \exp(-\beta_0 t) \sin(\omega_0(t + t_0))u(t)$, где $u(t)$ – единичная функция Хевисайда, а индекс t_0 указывает на величину временного сдвига, необходимого для получения определенной начальной фазы $\varphi_0 = \omega_0 t_0$, то его одностороннее преобразование Лапласа примет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{y_{t_0}(t)\} &= \cos(\omega_0 t_0) \mathcal{L}\{\exp(-\beta_0 t) \sin(\omega_0 t) u(t)\} + \\ &+ \sin(\omega_0 t_0) \mathcal{L}\{\exp(-\beta_0 t) \cos(\omega_0 t) u(t)\} = \frac{\cos(\omega_0 t_0) \omega_0 + \sin(\omega_0 t_0) (s + \beta_0)}{(s + \beta_0)^2 + \omega_0^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Как следует из выражения (1), функция комплексной переменной, являющаяся изображением (по Лапласу) затухающего гармонического сигнала, имеет полюса в точках $s = -\beta_0 \pm j\omega_0$. Рассмотрим, каким образом влияет на положение и характер особых точек умножение сигнала на прямоугольную оконную функцию длительностью T

$$w_T(t) = u(t) - u(t - T),$$

соответствующую выделению фрагмента сигнала конечной длительности.

С учетом теоремы запаздывания получим

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{y_{t_0}(t)w_T(t)\} &= \mathcal{L}\{y_{t_0}(t)\} - \mathcal{L}\{\exp(-\beta_0 t) \sin(\omega_0(t + t_0)) u(t - T)\} = \\ &= \mathcal{L}\{y_{t_0}(t)\} - \exp(-\beta_0 T) \mathcal{L}\{\exp(-\beta_0(t - T)) \sin(\omega_0((t - T) + t_0 + T)) u(t - T)\} = \\ &= \mathcal{L}\{y_{t_0}(t)\} - \exp(-\beta_0 T) \mathcal{L}\{y_{t_0+T}(t - T)\} = \frac{\cos(\omega_0 t_0) \omega_0 + \sin(\omega_0 t_0) (s + \beta_0)}{(s + \beta_0)^2 + \omega_0^2} - \\ &- \frac{\exp(-(s + \beta_0)T) (\cos(\omega_0(t_0 + T)) \omega_0 + \sin(\omega_0(t_0 + T)) (s + \beta_0))}{(s + \beta_0)^2 + \omega_0^2} = \frac{f(s)}{g(s)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $g(s) = (s + \beta_0)^2 + \omega_0^2$.

Покажем, что числитель $f(s)$ выражения (2) обращается в нуль при $s = -\beta_0 \pm j\omega_0$. Действительно, при $s = -\beta_0 + j\omega_0$ выполняются равенства

$$\begin{aligned} \cos(\omega_0 t_0) \omega_0 + \sin(\omega_0 t_0) (s + \beta_0) &= \omega_0 \cdot \exp(j\omega_0 t_0), \\ \cos(\omega_0(t_0 + T)) \omega_0 + \sin(\omega_0(t_0 + T)) (s + \beta_0) &= \omega_0 \cdot \exp(j\omega_0 T) \exp(j\omega_0 t_0), \\ \exp(-(s + \beta_0)T) &= \exp(j\omega_0 T), \end{aligned}$$

из которых вытекает $f(-\beta_0 + j\omega_0) = 0$.

Аналогичным образом доказывается, что $f(-\beta_0 - j\omega_0) = 0$.

Таким образом, в точках $s = -\beta_0 \pm j\omega_0$ изображение фрагмента сигнала конечной длительности будет иметь неопределенность вида $0/0$. Такие точки иногда описываются как особые точки типа «полюс-нуль» (pole-zero) [3]. В отличие от полюсов, в особых точках типа «полюс-нуль» изображение будет стремиться к конечному пределу, который может быть определен по правилу Лопиталья, учитывая, что функции $f(s)$ и $g(s)$ являются голоморфными:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow -\beta_0 \pm j\omega_0} \frac{f(s)}{g(s)} &= \lim_{s \rightarrow -\beta_0 \pm j\omega_0} \frac{f'(s)}{g'(s)} = \\ &= \lim_{s \rightarrow -\beta_0 \pm j\omega_0} \left(\frac{\sin(\omega_0 t_0) - \sin(\omega_0(t_0 + T)) \exp(-(s + \beta_0)T)}{2(s + \beta_0)} + \right. \\ &+ \left. \frac{T \cdot \exp(-(s + \beta_0)T) (\cos(\omega_0(t_0 + T)) \omega_0 + \sin(\omega_0(t_0 + T)) (s + \beta_0))}{2(s + \beta_0)} \right) = \\ &= \pm \frac{\sin(\omega_0 t_0) - \sin(\omega_0(t_0 + T)) \exp(\pm j\omega_0 T)^* + T \omega_0 \cdot \exp(\pm j\omega_0 t_0)}{2j\omega_0}. \end{aligned} \quad (3)$$

где * обозначает комплексное сопряжение.

Это согласуется с тем фактом, что область сходимости интеграла Лапласа для абсолютно интегрируемых сигналов конечной длительности расширяется по сравнению с сигналами бесконечной длительности до всей комплексной плоскости [4, с. 663].

В качестве эффективного средства декомпозиции импульсных характеристик может использоваться взвешенный (нормированный) энергетический спектр преобразования Лапласа [3]:

$$\mathcal{E}_w\{y(t)\} = \frac{|\mathcal{L}\{y(t)\}|^2}{\mathcal{E}\{y_\beta(t)\}}, \quad (4)$$

где $y_\beta(t) = y(t) \cdot \exp(-\beta t)$ – экспоненциально-взвешенный сигнал, $\mathcal{E}\{y_\beta(t)\} = \int_0^T (y_\beta(t))^2 dt$ – энергия сигнала, сигнал $y(t)$ предполагается имеющим конечную длительность T .

Выражение (4) вытекает из известного определения нормированной энергетической плотности сигнала:

$$\frac{|\mathcal{F}\{y(t)\}|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{F}\{y(t)\}|^2 d\omega}, \quad (5)$$

где \mathcal{F} – преобразование Фурье.

Если в выражение (5) вместо функции $y(t)$ подставить экспоненциально-взвешенный сигнал $y_\beta(t)$, то с учетом теоремы Парсеваля получим

$$\begin{aligned} \frac{|\mathcal{F}\{y_\beta(t)\}|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{F}\{y_\beta(t)\}|^2 d\omega} &= \frac{|\mathcal{F}\{y_\beta(t)\}|^2}{2\pi \cdot \int_0^T (y_\beta(t))^2 dt} = \frac{\left| \int_0^T y_\beta(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt \right|^2}{4\pi^2 \cdot \int_0^T (y_\beta(t))^2 dt} = \\ &= \frac{\left| \int_0^T y(t) \cdot \exp(-(\beta + j\omega)t) dt \right|^2}{4\pi^2 \cdot \int_0^T (y_\beta(t))^2 dt}, \end{aligned}$$

что с точностью до множителя совпадает с выражением (3).

В отличие от преобразования Лапласа, обеспечивающего одномерную декомпозицию (по частоте) импульсной характеристики, взвешенный энергетический спектр преобразования Лапласа обеспечивает двумерную декомпозицию (как по частоте, так и по коэффициенту затухания): особенностям преобразования Лапласа типа «полюс-нуль» соответствуют локальные максимумы взвешенного энергетического спектра [3]. Далее приводится анализ эффективности и особенностей применения взвешенного энергетического спектра для декомпозиции импульсных характеристик на примерах искусственно сгенерированных (синтетических) импульсных характеристик.

Пример 1. В качестве примера рассмотрим двухкомпонентную импульсную характеристику вида

$$y(t) = (\exp(-150 \cdot t) \sin(2 \cdot 10^4 \cdot t + 0.35 \cdot \pi) + A_2 \cdot \exp(-200 \cdot t) \sin(3 \cdot 10^4 \cdot t)) \times (u(t) - u(t - T)). \quad (6)$$

Прямое разделение компонент импульсной характеристики путем фильтрации в рассматриваемом случае невозможно, так как на Фурье-спектре компонентам соот-

ветствуют широкие перекрывающиеся между собой пики. Рассмотрим вначале случай $A_2 = 0,1$, $T = 0,02$ с. Будем считать, что характеристика задана в дискретной форме с шагом дискретизации $\Delta t = 10$ мкс. Входящие в выражение (4) модуль преобразования Лапласа и энергия сигнала вычислялись путем численного интегрирования по квадратурным формулам. При расчете коэффициент затухания β варьировался в диапазоне от -10^3 с $^{-1}$ до $+10^3$ с $^{-1}$ с шагом $\Delta\beta = 10$ с $^{-1}$, а круговая частота ω – в диапазоне от $-2,5 \cdot 10^4$ рад/с до $+2,5 \cdot 10^4$ рад/с с шагом $\Delta\omega = 20$ рад/с. На рисунке 1 представлены результаты расчета модуля преобразования Лапласа вдоль линий $\beta = -150$ с $^{-1}$ и $\omega = 2 \cdot 10^4$ рад/с, соответствующих параметрам первого слагаемого импульсной характеристики.

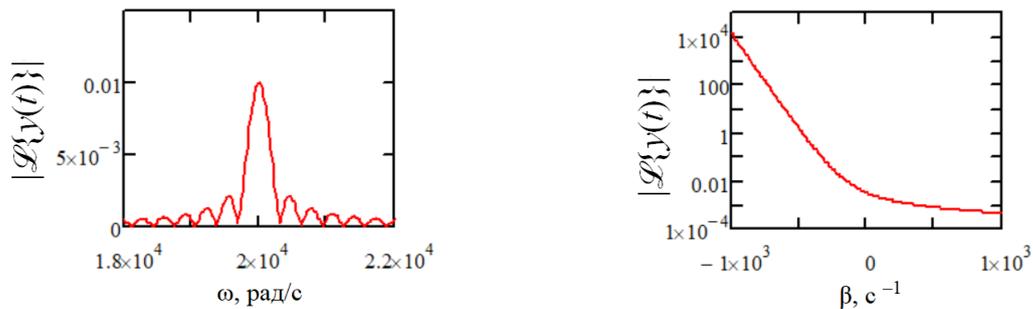


Рис. 1. Результаты расчета модуля преобразования Лапласа

На линии $\beta = -150$ с $^{-1}$ по пиковому значению модуля однозначно идентифицируется частотная составляющая $\omega = 2 \cdot 10^4$ рад/с, соответствующая первому слагаемому импульсной характеристики. Эта частотная составляющая будет идентифицироваться и на любой другой линии $\beta = \text{const}$ с той лишь разницей, что ей будет соответствовать более широкий пик. Результаты расчета вдоль линии $\omega = 2 \cdot 10^4$ рад/с подтверждают теоретическое положение об одномерном характере декомпозиции, обеспечиваемой преобразованием Лапласа: модуль преобразования Лапласа монотонно убывает вдоль данной линии, что не позволяет определить величину коэффициента затухания, соответствующего рассматриваемой частоте. На рисунке 2 представлены результаты расчета взвешенного энергетического спектра преобразования Лапласа вдоль тех же линий комплексной плоскости, которые использовались при построении рисунка 1.

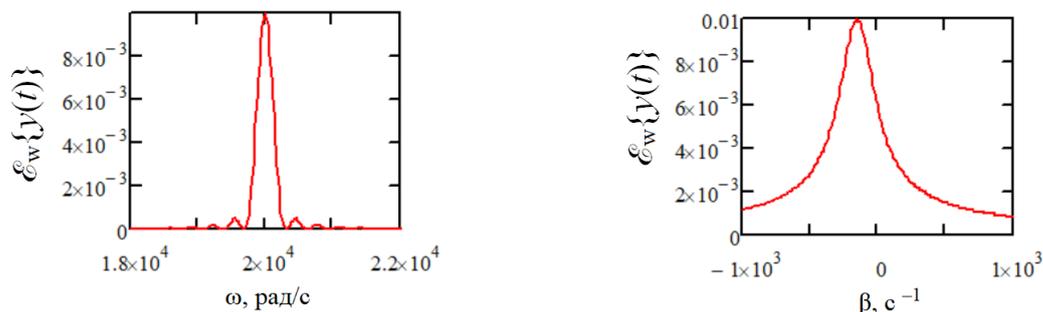


Рис. 2. Результаты расчета взвешенного энергетического спектра преобразования Лапласа

Как видно из приведенных результатов, применение взвешенного энергетического спектра обеспечивает двумерную декомпозицию импульсной характеристики: пиковое значение спектра на линии $\omega = 2 \cdot 10^4$ рад/с соответствует коэффициенту затухания $\beta = 150$ с $^{-1}$, что совпадает с коэффициентом затухания для первого слагаемого импульсной характеристики.

Следует отметить, что при недостаточно высоком разрешении $\Delta\omega$ по частоте сечение энергетического спектра вдоль линии $\omega = \omega_0$, где ω_0 – круговая частота, определенная по пиковому значению на линии $\beta = \text{const}$, может характеризоваться наличием двух локальных максимумов, разделенных между собой минимумом (рисунок 3, отстройка по частоте $\Delta\omega = -200$ рад/с по отношению к рисунку 2).

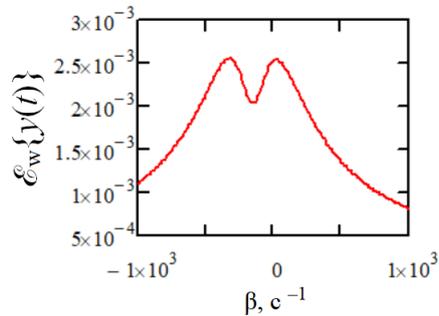


Рис. 3. Сечение энергетического спектра с двумя локальными максимумами

В этом случае коэффициент затухания для рассматриваемой частоты определяется по минимальному значению спектра. Появление минимума на сечении энергетического спектра поясняется рисунком 4, на котором представлена цветовая карта значений энергетического спектра на участке комплексной плоскости $1,8 \cdot 10^4$ рад/с $\leq \omega \leq 2,2 \cdot 10^4$ рад/с, -10^3 с⁻¹ $\leq \beta \leq 10^3$ с⁻¹.

Вертикальная линия соответствует сечению $\beta = -150$ с⁻¹, а горизонтальные линии – сечениям $\omega = 2 \cdot 10^4$ рад/с и $\omega = 1,98 \cdot 10^4$ рад/с. Как видно из рисунка, изогипсы энергетического спектра вблизи точки максимума имеют вид выпуклых замкнутых кривых эллипсовидной формы, однако по мере удаления от точки максимума приобретают вид выпукло-вогнутых кривых наподобие овалов Кассини. Возникновение минимума на горизонтальных сечениях энергетического спектра наблюдается при их прохождении через вогнутые участки изогипс.

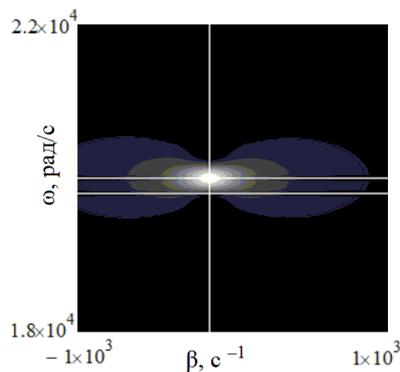


Рис. 4. Цветовая карта значений энергетического спектра

Пример 2. В рассмотренном выше примере точное определение параметров первого слагаемого импульсной характеристики было возможным благодаря малому значению ($A_2 = 0,1$) амплитуды второго слагаемого. При увеличении амплитуды второго слагаемого до значения $A_2 = 1$ расчетное значение коэффициента затухания для первого слагаемого составляет $\beta = 164,3$ с⁻¹, то есть отклоняется от истинного значения на 9,5 %. Это объясняется близким взаимным расположением особых точек, соответствующих слагаемым импульсной характеристики на комплексной плоскости. Точность

определения коэффициента затухания в этом случае может быть повышена с помощью следующих приемов:

1. Рассмотрение фрагмента сигнала с длительностью T , достаточно большой для практически полного затухания всех частотных составляющих сигнала, в том числе наименее демпфированной составляющей.

2. Рассмотрение взвешенного энергетического спектра преобразования Лапласа на терминальных отрезках сигнала вида $[(1 - \alpha)T; T]$, где $0 < \alpha < 1$. При снижении α до некоторого порогового значения основной вклад в сигнал начинает вносить наименее демпфированная составляющая, так как к моменту времени $t = (1 - \alpha_{\text{пор}})T$ остальные составляющие сигнала практически затухают. Использование данного приема имеет аналогию с применением кратковременного преобразования Фурье, которое выполняют на отрезках сигнала ограниченной длительности с целью анализа временной эволюции характеристик сигнала.

В случае импульсной характеристики вида (6) с $A_2 = 1$ и $T = 0.04$ с отношение амплитуд пиков, соответствующих на энергетическом спектре частотам $2 \cdot 10^4$ рад/с и $3 \cdot 10^4$ рад/с, составляет 6.5 при $\alpha = 1$ и 49.1 при $\alpha = 0.1$, то есть при $\alpha = 0.1$ составляющая с частотой $3 \cdot 10^4$ рад/с практически затухает. В общем случае пик энергетического спектра, имеющий наибольшую амплитуду при малых α , будет соответствовать наименее демпфированной частотной составляющей: в рассматриваемом случае это составляющая с частотой $2 \cdot 10^4$ рад/с. На рисунке 5 приведены сечения энергетического спектра вдоль линии $\omega = 2 \cdot 10^4$ рад/с при $\alpha = 1$ и $\alpha = 0.1$.



Рис. 5. Сечения энергетического спектра при различных значениях α

При $\alpha = 1$ наблюдающийся в сечении спектра пик обладает выраженной асимметрией, что видно из сравнения его профиля с профилем симметричного пика, изображенного штриховой линией и полученного путем симметричного продолжения левой части реального пика относительно вертикальной линии, проходящей через точку максимума. Асимметричность пика объясняется его взаимодействием с близко расположенным пиком, соответствующим второй частотной составляющей импульсной характеристики. Данное взаимодействие приводит к смещению точки максимума в сторону второго пика, то есть в область более высоких значений коэффициента затухания β . При этом площадь под левой частью пика оказывается больше площади под его правой частью. При $\alpha = 0,1$ пик становится более симметричным, что объясняется значительным снижением амплитуды пика, соответствующего второй частотной составляющей. Расчетное значение коэффициента затухания снижается при этом до величины $\beta = 148 \text{ c}^{-1}$, что соответствует снижению погрешности определения β с 9,5 % (при $\alpha = 1$) до 1,3 %. В общем случае степень асимметричности пика может выступать в качестве меры точности определения коэффициента затухания β : чем выше асимметричность, тем менее точным будет являться расчетное значение β . В качестве количественной характеристики степени асимметричности пика может использоваться коэффициент асимметрии Фишера-Пирсона [5]

$$K_a = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}},$$

где x_i – значения случайной величины, вместо которых подставляются значения \mathcal{E}_w ;
 \bar{x} – среднее значение случайной величины;
 N – количество значений случайной величины.

На рисунке 6 представлен расчетный график зависимости коэффициента асимметрии пика от величины α .

Как видно из графика, оптимальное значение коэффициента асимметрии $K_a = 0$, соответствующее наиболее точному расчетному значению коэффициента затухания β , достигается при $\alpha \approx 0,13$. Расчетное значение β составляет в этом случае $149,1 \text{ с}^{-1}$, что соответствует погрешности 0,6 %.

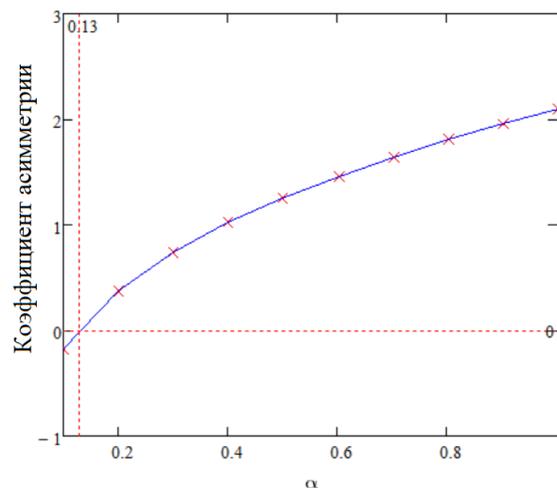


Рис. 6. График зависимости коэффициента асимметрии от величины α

Для пика, соответствующего составляющей с частотой $3 \cdot 10^4 \text{ рад/с}$, характер асимметричности изменяется на противоположный: площадь под левой частью пика оказывается меньше площади под его правой частью. Точка максимума при этом смещается в область более низких значений коэффициента затухания β : расчетное значение коэффициента затухания при $\alpha = 1$ составляет $\beta = 120,6 \text{ с}^{-1}$ при истинном значении $\beta = 200 \text{ с}^{-1}$. Столь значительное отклонение объясняется высокой амплитудой влияющего пика $2 \cdot 10^4 \text{ рад/с}$ по отношению к амплитуде рассматриваемого пика (отношение амплитуд составляет 6,5). Уменьшение α будет приводить к ухудшению оценки β для составляющей с частотой $3 \cdot 10^4 \text{ рад/с}$, так как со снижением α упомянутое отношение амплитуд пиков будет расти (достигая 49,1 при $\alpha = 0,1$). В связи с этим для точного определения значений β для всех частотных составляющих рассматриваемая методика должна применяться итеративным образом с последовательной идентификацией параметров всех частотных составляющих в порядке увеличения их демпфирования: после идентификации параметров наименее демпфированной частотной составляющей (первый шаг итеративного процесса) она вычитается из импульсной характеристики, а к результату вычитания снова применяется процедура определения параметров наименее демпфированной компоненты (второй шаг итерации). Требуемое количество шагов итерации зависит от числа присутствующих в составе импульсной характеристики частотных компонент.

Взаимное влияние пиков энергетического спектра при больших α также проявляется в завышенной оценке амплитуд частотных составляющих. Для однокомпонентной импульсной характеристики амплитуда может быть рассчитана по формуле

$$A \approx \frac{|\mathcal{L}\{y(t)\}|_{s=j\omega_0-\beta_0}}{0.5T}, \quad (7)$$

где модуль преобразования Лапласа в числителе определяется путем численного интегрирования.

Знаменатель формулы (7) в случае точного равенства должен представлять собой модуль выражения (3) (модуль преобразования Лапласа, рассчитанного аналитически для однокомпонентной импульсной характеристики с $A = 1$). Однако для высоких частот ω_0 в выражении (3) остается значимым только последнее слагаемое $T\omega_0 \cdot \exp(\pm j\omega_0 t_0)/2j\omega_0$, модуль которого равен $0,5T$.

Формула (7) может быть использована и для многокомпонентных импульсных характеристик при условии доминирования рассматриваемой частотной составляющей по амплитуде, что в общем случае будет справедливым для наименее демпфированной составляющей при малых значениях α . При $\alpha < 1$ вместо общей длительности T сигнала в формулу (7) следует подставлять αT , а численное интегрирование производить на отрезке $[(1 - \alpha)T; T]$. Для рассматриваемого примера расчет дает для составляющей с частотой $2 \cdot 10^4$ рад/с следующие значения амплитуды: $A_1 = 1,352$ при $\alpha = 1$ и $A_1 = 0,96$ при $\alpha = 0,13$, что соответствует снижению погрешности расчета с 35,2 % до 4 %.

Уширение пика при снижении величины α может быть объяснено аналогией с известным из спектрального анализа эффектом растекания спектра: при умножении бесконечного сигнала, представляющего собой сумму дискретных гармонических составляющих, на прямоугольную оконную функцию конечной длительности спектр сигнала сворачивается со спектром оконной функции, имеющим вид sinc-функции, что приводит к уширению элементов спектра, соответствующих гармоническим составляющим сигнала [6, с. 71]. При этом степень уширения определяется шириной основного «лепестка» sinc-функции и увеличивается со снижением длительности оконной функции.

Для определения начальной фазы наименее демпфированной составляющей сигнала может использоваться кросс-корреляция между исходным сигналом и функцией

$$y_1(t) = A_1 \exp(-\beta_1 t) \sin(\omega_1 t),$$

параметры A_1 , β_1 и ω_1 которой определены в соответствии с описанной выше методикой.

Начальная фаза φ_0 определяется по формуле

$$\varphi_0 = 2\pi - \omega_1 t_1,$$

где t_1 – значение времени, соответствующее первому максимуму кросс-корреляционной функции.

Для рассматриваемого примера получаем $\varphi_0 = 0,345 \cdot \pi$ при истинном значении $0,35 \cdot \pi$.

Для составляющей с частотой $3 \cdot 10^4$ рад/с расчет дает следующие значения параметров: $\beta = 199,7 \text{ с}^{-1}$, $A = 0,994$, $\varphi_0 = 0,09 \cdot \pi$ при истинных значениях $\beta = 200 \text{ с}^{-1}$, $A = 1$, $\varphi_0 = 0$.

Таким образом, итеративный расчет позволяет определить с достаточно высокой точностью значения параметров всех составляющих импульсной характеристики. Дальнейшее уточнение параметров возможно с помощью метода нелинейной регрес-

сии, в котором в качестве начальных приближений можно использовать расчетные значения параметров, полученные с помощью описанной выше методики. Например, для рассматриваемого численного примера применение функции *genfit*, используемой в Mathcad для решения задач нелинейной регрессии, позволяет определить точные значения всех параметров импульсной характеристики.

На основе вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Разработана методика определения параметров (собственных частот ω , коэффициентов затухания β , амплитуд A и начальных фаз φ_0) компонент импульсной характеристики УЗКС, основанная на использовании взвешенного энергетического спектра преобразования Лапласа, определяемого путем численного интегрирования на терминальных отрезках сигнала. Разработанная методика применяется итеративным образом для последовательной идентификации параметров всех компонент импульсной характеристики в порядке возрастания их демпфирования.

2. На примере синтетической двухкомпонентной импульсной характеристики показана эффективность и точность применения разработанной методики для декомпозиции импульсных характеристик.

3. Расчетные значения параметров компонент импульсной характеристики, полученные с помощью предложенной методики, могут использоваться в качестве начальных приближений для уточнения этих параметров методом нелинейной регрессии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алешин Н. П. Методы акустического контроля металлов / Н. П. Алешин [и др.]. – М. : Машиностроение, 1989. – 456 с.
2. Степаненко Д. А. Определение эксплуатационных параметров ультразвуковых колебательных систем интегральным методом свободных колебаний / Д. А. Степаненко, К. А. Бунчук // Теоретическая и прикладная механика. – 2022. – Вып. 37. – С. 45–53.
3. Corinthios, M. J. Laplace spectrum for exponential decomposition and pole-zero estimation / M. J. Corinthios // IEE Proceedings – Vision, Image and Signal Processing. – 2001. – Vol. 148, No. 5. – P. 305–314.
4. Oppenheim, A. V. Signals & Systems / A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, S. H. Nawab. – New Jersey : Prentice Hall, 1996. – 957 p.
5. Doane, D. P. Measuring skewness: A forgotten statistic? / D. P. Doane, L. E. Seward // Journal of Statistics Education. – 2011. – Vol. 19, No. 2. – 18 p.
6. Prabhu, K. M. M. Window functions and their applications in signal processing / K. M. M. Prabhu. – Boca Raton : CRC Press, 2014. – 382 p.

Поступила: 21.04.2023