УДК 621.311

АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ПО КРИТЕРИЮ ВЫШНЕГРАДСКОГО
ANALYSIS OF THE STATIC STABILITY OF THE SYSTEM SOFTWARE VYSHNEGRADSKY CRITERION

И.Ю. Аникейчик
Научный руководитель – А.А. Волков, старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь
volkau@bntu.by
I. Anikeichik
Supervisor – A. Volkau, Senior Lecturer
Belarusian national technical university, Minsk, Belarus

Аннотация: *проведены расчеты и анализ статической устойчивости электроэнергетической системы по критерию И.А.Вышнеградского.*

Abstract: *calculations and analysis of the static stability of the electric power system were carried out according to the Vyshnegradsky criterion.*

Ключевые слова: *статическая устойчивость, анализ системы, критерий устойчивости И. А. Вышнеградского.*

Keywords: *static stability, system analysis, Vyshnegradsky stability criterion.*

Введение

Под устойчивостью системы понимают ее свойство возвращаться в исходное состояние равновесия при снятии возмущения, которое повлекло к нарушению этого состояния [1].

Известны следующие способы анализа устойчивости:

– по корням характеристического уравнения;

– по критериям устойчивости.

В 1876 г. профессор И.А. Вышнеградский предложил критерий устойчивости для систем автоматического регулирования, описываемых линейным дифференциальным уравнением третьего порядка. Критерий Вышнеградского и его графическая иллюстрация позволяют, не решая дифференциального уравнения, судить об устойчивости системы регулирования и о характере ее переходного режима.

Вышнеградский обосновывает свое правило (критерий) путем:

1) рассмотрения неравенств, составленных из коэффициентов характеристического уравнения, предварительно приведенного к виду, в котором коэффициент при старшей производной равен единице;

2) перехода к новой переменной характеристического уравнения и к новым его коэффициентам, из которых только два (из четырех) отличны от единицы;

3) сопоставления аналогичных неравенств, составленных из старых и новых коэффициентов, и построения кривой, полученной как предельное значение этих неравенств.

Основная часть

Несколько проще можно вывести критерий Вышнеградского, пользуясь критерием Рауса — Гурвица или же критерием Михайлова.

Рассмотрим характеристическое уравнение третьего порядка с положительными коэффициентами:

$$a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3 = 0, \qquad (1)$$

где a_0 =0,2; a_1 =1,55; a_2 =4; a_3 =0,52.

Далее преобразуем уравнение (1) таким образом, чтобы коэффициент при старшей производной соответствующего дифференциального уравнения был равен единице. Для этого разделим его на коэффициент a_0, получая при этом:

$$p^3 + \frac{a_1}{a_0}p^2 + \frac{a_2}{a_0}p + \frac{a_3}{a_0} = 0, \qquad (2)$$

или

$$p^3 + C_1p^2 + C_2p + C_3 = 0, \qquad (3)$$

где $C_1 = \frac{a_1}{a_0}; C_2 = \frac{a_2}{a_0}; C_3 = \frac{a_3}{a_0}.$

Подставив наши данные в уравнение (2),а затем в уравнение (3), получим:

$$p^3 + \frac{1,55}{0,2}p^2 + \frac{4}{0,2}p + \frac{0,52}{0,2} = 0, \qquad (4)$$

где $C_0 = 1; C_1 = 7,75; C_2 = 20; C_3 = 2,6.$

Получаем:

$$p^3 + 7,75p^2 + 20p + 2,6 = 0. \qquad (5)$$

Введем новую переменную, путем деления уравнения (3) на $C_3 > 0$:

$$\varphi = \frac{p}{\sqrt[3]{C_3}}, \qquad (6)$$

которая отличается от p лишь положительным множителем, приведем к так называемому нормированному виду, т. е. к виду

$$\varphi^3\frac{1}{C_3}(\sqrt[3]{C_3})^3 + \varphi^2\frac{C_1}{C_3}(\sqrt[3]{C_3})^2 + \varphi\frac{C_2}{C_3}\sqrt[3]{C_3} + 1 = 0, \qquad (7)$$

или

$$\varphi^3 + \frac{C_1}{\sqrt[3]{C_3}}\varphi^2 + \frac{C_2}{\sqrt[3]{C_3^2}}\varphi + 1 = 0, \qquad (8)$$

или

$$\varphi^3 + A\varphi^2 + B\varphi + 1 = 0, \qquad (9)$$

где безмерные коэффициенты

$$A = \frac{C_1}{\sqrt[3]{C_3}}, B = \frac{C_2}{\sqrt[3]{C_3^2}}. \quad (10)$$

Коэффициенты А и В (10) носят название параметров Вышнеградского.
Подставим значения C_1, C_2 ,C_3:

$$A = \frac{7,75}{\sqrt[3]{2,6}} = 5,636; B = \frac{20}{\sqrt[3]{2,6^2}} = 10,577.$$

Устойчивость системы кроме положительности коэффициентов характеризуется еще неравенством:

$$AB - 1 > 0 \Rightarrow AB > 1. \quad (11)$$

Неустойчивость системы характеризуется неравенством:

$$AB - 1 < 0 \Rightarrow AB < 1. \quad (12)$$

Граничные условия, характеризующие незатухающие гармонические колебания, должны определяться предельным значением этих неравенств:

$$AB - 1 = 0 \Rightarrow AB = 1. \quad (13)$$

Уравнение (13) представляет собой в осях прямоугольной системы координат А и В равностороннюю гиперболу (рисунок 1), которая делит плоскость А — В на области устойчивости и неустойчивости системы автоматического регулирования. Выше кривой АВ = 1 расположена область устойчивости АВ > 1, характеризующая затухающий переходный процесс; ниже этой кривой — область неустойчивости АВ < 1, характеризующая нарастающие колебания.

Анализируя решение уравнения (9), Вышнеградский показал, что область устойчивости АВ > 1, в свою очередь, может быть разделена на области I, II и III, отличающиеся между собой различным расположением корней р характеристического уравнения в плоскости α, j β корней. Кривые, разграничивающие эти области, построены по уравнениям:

$$A^2B^2 - 4(A^3 + B^3) + 18AB - 27 = 0, \quad (14)$$

и

$$2A^3 - 9AB + 27 = 0 \text{ (при A>3)} \quad (15)$$

По уравнению (14) построены кривые CE и CF, расположенные симметрично относительно биссектрисы координатного угла . Эти кривые ограничивают область III , в которой все три корня р характеристического уравнения вещественные, отрицательные и разные.

По уравнению (15) построена кривая DC, выделяющая область II, в которой один корень вещественный, отрицательный, а два других — комплексные с отрицательной вещественной частью.

В каждой из областей I, II и III показаны примерные переходные процессы x(t) во времени.

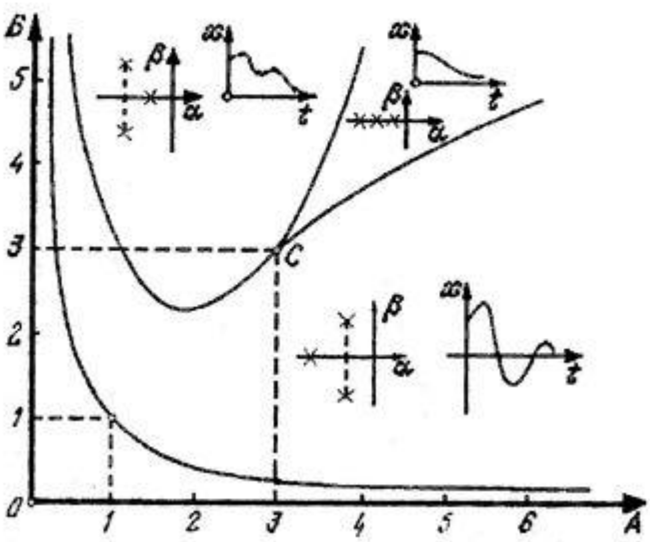

Рисунок 1 - Диаграмма И.А. Вышнеградского

Произведение коэффициентов:

$AB = 5,636 \cdot 10,577 = 59,612;$

$AB = 59,612 > 1.$

Следовательно, исследуемая система регулирования является устойчивой.

Установим форму переходного процесса. Для этого откладываем на диаграмме (рисунок 1) координаты А и В и находим на плоскости точку, которая оказывается в области II устойчивости. Этой области соответствует характеристическое уравнение, содержащее один корень вещественный, отрицательный, а два других — комплексные с отрицательной вещественной частью. Область II, где хотя и имеются комплексные корни, но они расположены дальше от оси мнимых величин, чем вещественный корень, характеризует монотонный характер переходного процесса, в котором ни величина отклонения, ни ее производная не меняют знака за время затухания переходного процесса.

Заключение

Критерий Вышнеградского позволяет найти ответ на вопрос, устойчива или неустойчива данная система регулирования, описанная дифференциальным уравнением третьего порядка, не решая этого уравнения. Для этого необходимо иметь характеристическое уравнение (1), преобразовать его к виду (3) и по формулам (10) вычислить коэффициенты А и В. Если при этом неравенство (11) удовлетворяется, т. е. если система регулирования устойчива, то по значениям коэффициентов А и В можно посмотреть, какой точке на диаграмме Вышнеградского (рисунок 1) это соответствует, и по ней установить, какую форму имеет переходный процесс в рассматриваемом случае.

Литература

1. Калентионок, Е. В. Устойчивость электроэнергетических систем / Е. В. Калентионок. – Минск : Техноперспектива, 2008. – 376 с.

2. Гизила, Е. П. Расчет устройств автоматики энергосистем / Е. П. Гизила. – Издательское объединение «Вища школа», 1974. – 344 с.