УДК 621.311

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦЫ СЕЧЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЁТА И АНАЛИЗА УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
USING OF THE CUT-SET MATRIX FOR CALCULATION AND ANALYSIS OF THE STEADY-STATE MODE OF THE ELECTRICAL SYSTEM

И.А. Болбат, Е.Ч. Рулько
Научный руководитель – А.А. Волков, старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь
volkau@bntu.by
I. Bolbat, E. Rulko
Supervisor – A. Volkau, Senior Lecturer
Belarusian national technical university, Minsk, Belarus

Аннотация: *в данной работе рассмотрен расчет электрической сети постоянного тока с использованием матрицы сечений и контурной матрицы.*

Abstract: *in the course of the work the calculation of a DC electrical network using a cut-set matrix and a loop-set matrix is considered.*

Ключевые слова: *матрица сечений, матрица контуров, закон Кирхгофа, дерево, ветви.*

Key words: *cut-set matrix, loop-set matrix, Kirchhoff's law, tree, branches.*

Введение

Расчет режима сети матричным методом может осуществляться с помощью различных матриц. Обычно для записи первого закона Кирхгофа используется первая матрица соединений «узлы-ветви». В данной работе мы будем использовать вместо неё матрицу сечений, которая в определенном случаи будет обладать следующим преимуществом: для расчёта сетей с большим количеством потребителей нам достаточно знать величину нагрузки только одного общего потребителя или генерацию электрической станции.

Основная часть

Для составление матрицы сечений $C_{n\times m}$ нужно подготовить граф электрической сети. Визуально нужно выделить определённые сечения по следующим правилам:

1) замкнутая кривая пересекает только единственную ветвь дерева и может пересекать сколько угодно хорд;

2) при определении сечения нельзя 2 раза проходить через одну и ту же ветвь (хорду);

3) замкнутая кривая не должна охватывать часть графа, где находится балансирующий узел.

Пример выбора сечений указан на рисунке 1.

Далее заготавливается таблица, состоящая из n строк (по числу ветвей дерева) и m столбцов (по числу ветвей).

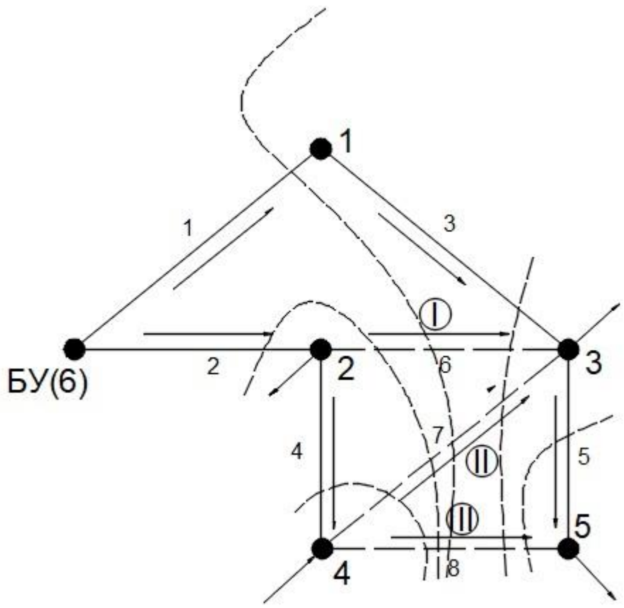

Рисунок 1 - Связанный направленный граф с указанными сечениями

Номер строки матрицы соответствует номеру рассматриваемой ветви дерева i и следовательно i-му сечению дерева. Номер столбца j соответствует номеру рассматриваемой ветви. Элемент $c_{i,j}$ матрицы, принадлежащий i-й строке и j-му столбцу, может принимать одно из трёх значений: +1, -1, 0:

$c_{i,j} = 1$, если ветвь или хорда, которое пересекает заданное сечение, входит в i-е сечение и ориентирована согласно направлению сечения (за положительное направление сечения принимают направление ветви дерева, входящей в него):

$c_{i,j} = -1$, если ветвь или хорда ориентирована противоположно направлению сечения ;

$c_{i,j} = 0$, если ветвь j или хорда не входит в i-е сечение ;

Правило знаков о направлениях для подтекающих и оттекающих ветвей можно принять любое, но одно для решаемой задачи.

Составим таблицу из пяти строк и восемь столбцов (таблица 1).

Таблица 1 - Матрица сечений

C_m -хорды			C_n -ветви					Ветви / Ветви дерева
8	7	6	5	4	3	2	1	
1	0	0	1	0	0	0	0	5
-1	-1	0	0	1	0	0	0	4
1	1	1	0	0	1	0	0	3
-1	-1	-1	0	0	0	1	0	2
1	1	1	0	0	0	0	1	1

Поясним заполнение третей строки матрицы C для 3 ветви дерева. Подматрица C_n - матрица ветвей дерева. Двигаемся с право налево. Сечение для 3-й ветви дерева проходит через 3-ю ветвь , $c_{n3,3}=1$; все остальные элементы не относятся к этому сечению соответственно: $c_{n3,1}=0,\ c_{n3,2}=0,\ c_{n3,4}=0,\ c_{n3,5}=0.$

Подматрица C_m - матрица хорд. Кривая “идущая” к этой ветви “задевает” хорды 8, 7, 6, направление токов в этих хордах совпадает с направление тока в 3-й ветви, $c_{n3,6}=1,\ c_{n3,7}=1,\ c_{n3,8}=1.$

$C=[C_m C_n]$

Составим матрицу $K_{t\times n}$ «сечения-узлы». Она состоит из n строк (число сечений) и t столбцов (число узлов). Номер i-го узла матрицы соответствует номеру рассматриваемого сечения. Номер j-го узла матрицы соответствует номеру рассматриваемого узла. Каждая i-я строка матрицы K показывает к какому сечению относится заданная в узле нагрузка.

Элемент $k_{i,j}$ матрицы, принадлежащий i-й строке и j-му столбцу, может принимать одно из двух значений: 1,0:

$k_{\mathrm{i,j}}=1$, если в i-ое сечение входит j-й узел;

$k_{\mathrm{i,j}}=0$, если в i-ое сечение не входит j-й узел;

Таблица 2 - Матрица «сечения-узлы»

5	4	3	2	1	Узлы / Сечение
1	0	0	0	0	5
0	1	0	0	0	4
1	0	1	0	0	3
0	1	0	1	0	2
1	0	1	0	1	1

Поясним заполнение третей строки матрицы K для третьего сечения.

В сечение 3 (как видно из рисунка) входят узлы 3 и 5. Следовательно элементы матрицы K примут значения $k_{3,5}=1$ и $k_{3,3}=1$; все остальные элементы не относятся к этому сечению соответственно: $k_{3,4}=0,\ k_{3,2}=0,\ k_{3,1}=0.$

Каждая i-я строка матрицы C показывает, какие ветви входят в данное i-ое сечение. Введём в рассмотрение вектор-столбец токов-ветвей $I_в$, где $I_в=[I_m, I_{m-1}, I_{m-2}...., I_1]^T$. Произведение i-й строки матрицы C на вектор-столбец токов $I_в$ даст алгебраическую сумму токов, находящимся в i-ом сечении и эта сумма должна быть равна произведению i-й строки матрицы K на вектор-столбец задающих токов в независимых узлах $J_y = \left[J_n, J_{n-1}, J_{n-2}...., J_1\right]^T$, т.е. получаем выражение 1-го закона Кирхгофа для соответствующих узлов k:

$$\sum_{j=1}^{m} c_{i,j} I_j + \sum_{j=1}^{t} k_{i,j} J_{yj} = 0 \quad (1)$$

Если такое выражение выполнить для всех строк матриц C и K, то получим запись 1-го закона Кирхгофа в целом:

$$C \cdot I_в + K \cdot J_y = 0 \quad (2)$$

Для составление матрицы контуров $L_{m \times l}$ заготавливается таблица, состоящая из l строк (по числу независимых контуров) и m столбцов (по числу ветвей). Здесь нужно понимать, что под независимым контуром называется контур который замыкается одной хордой (рисунок 2).

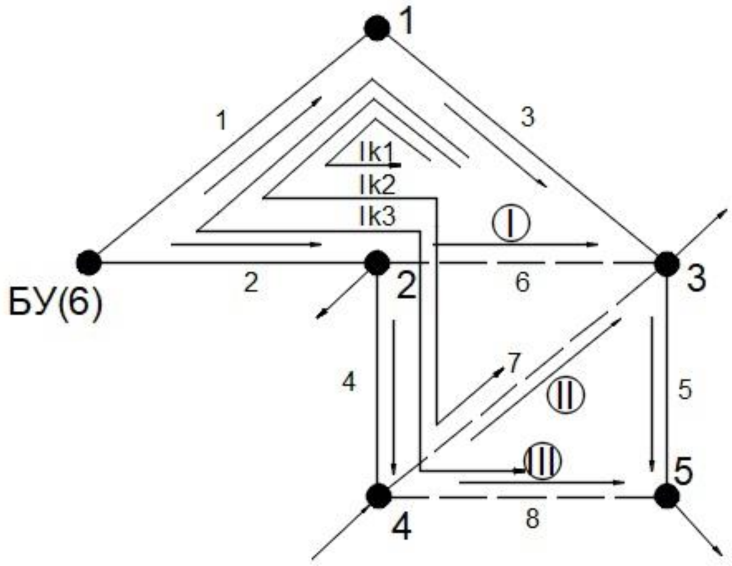

Рисунок 2 – Связанный направленный граф трёхконтурной сети

Номер строки матрицы i соответствует независимому контуру. Номер столбца j соответствует номеру рассматриваемой ветви.

Элемент $l_{i,j}$ матрицы, принадлежащий i-й строке и j-му столбцу, может принимать одно из трёх значений: +1, -1, 0:

$l_{i,j} = 1$, если ветвь j входит в состав контура i и их направления совпадают;

$l_{i,j} = -1$, если ветвь j входит в состав контура i и их направления противоположны;

$l_{i,j} = 0$, если ветвь j не входит в контур i;

Составим таблицу из пяти строк и восемь столбцов (таблица 3).

Таблица 3 - Матрица контуров

L_m - хорды			L_n -ветви					Ветви / Контуры
8	7	6	5	4	3	2	1	
1	0	0	-1	1	-1	1	-1	3
0	1	0	0	1	-1	1	-1	2
0	0	1	0	0	-1	1	-1	1

Поясним заполнение первой строки матрицы L для 1-ого контура дерева. Подматрица L_n - матрица дерева. 1-я, 3-я ветви дерева входят в состав 1-ого контура, и их направление не совпадает: $l_{n38} = -1, l_{n36} = -1$; 2-я ветвь дерева также входит в состав 1-ого контура и ее направление совпадает: $l_{n37} = 1$. Остальные ветви дерева не входят в первый контур, поэтому первую строку подматрицы L_n завершаем нулями.

Подматрица L_m - матрица хорд . 1-я хорда дерева входит в состав 1-ого контура, и её направление совпадает: $l_{m33} = 1$; 2-я и 3-я хорды дерева не входят в первый контур, поэтому $l_{m31} = 0$ $l_{m32} = 0$

$L = [L_m L_n]$

Матрица L позволяет записать для электрической сети в целом систему взаимно независимых уравнений по 2-му закону Кирхгофа:

алгебраическая сумма падений напряжений по ветвям замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС или в данном случае равна нулю (отсутствует ЭДС в ветвях):

$$L \cdot U_в = 0 \qquad (3)$$

Где $U_в = [U_m, U_{m-1}, ..., U_1]^T$ - вектор-столбец падений напряжений на ветвях схемы.

Также 2-ой закон Кирхгоффа можно записать основываясь на законе Оме:

$$L \cdot dZ_в \cdot I_в = 0 \qquad (4)$$

Далее будет приведён расчёт режима электрической сети по законам Кирхгофа для данного примера. Расчёт режима электрической сети будет выполнен в программе MathCad.

Схема электрической сети содержит 8 линий электропередачи. Известны сопротивления линий и нагрузки в узлах. Номинальное напряжение электрической сети 110 кВ. Напряжение в балансирующем узле 119 кВ.

Составим матрицу коэффициентов системы уравнений состояний сети по законам Кирхгофа:

$$A = \left[\frac{C}{L \cdot dZв} \right] \qquad (5)$$

$$A := \mathrm{stack}(C, L\cdot dZв) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 7.92 & 0 & 0 & -24.824 & 16.218 & -9.72 & 4.356 & -9.072 \\ 0 & 3.025 & 0 & 0 & 16.218 & -9.72 & 4.356 & -9.072 \\ 0 & 0 & 6.93 & 0 & 0 & -9.72 & 4.356 & -9.072 \end{pmatrix}$$

и матрицу F :

$$F = \left[\frac{K \cdot J}{Ek}\right] \tag{6}$$

где Ek - вектор-столбец ЭДС ветвей.

$$F := \mathrm{stack}(-K\cdot J, Ek) = \begin{pmatrix} 0.327 \\ -0.536 \\ 0.555 \\ -0.345 \\ 0.555 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Токи в ветвях найдем из выражений (5) и (6):

$$\left[\frac{C}{L \cdot dZв}\right] \cdot Iв = \left[\frac{K \cdot J}{Ek}\right] \tag{7}$$

Отсюда находим токораспределение:

$$Iв = A^{-1} \cdot F \tag{8}$$

$$Iв := A^{-1} \cdot F = \begin{pmatrix} 0.269 \\ 0.23 \\ 0.013 \\ 0.058 \\ -0.037 \\ 0.043 \\ 0.166 \\ 0.043 \end{pmatrix} \text{ кА}$$

По найденному токораспределению $I_в$ и известному напряжению в балансирующем узле $U_{БУ}$ далее могут быть найдены падения напряжения на ветвях $U_в$ и напряжения остальных узлов сети $U_\Delta, U_у$.

Заключение

В данной работе был произведен расчет установившегося режима сети матричным методом с помощью матрицы сечений. Полученные параметры при расчете с помощью другой матрицы, например, первой матрицы соединений, являются идентичными.

Целесообразное использование матрицы сечений проявляется при расчёте сложно-замкнутых и протяженных сетей.

Литература

1. Применение матричных методов расчёта и анализа режимов электрических сетей: методическое пособие по выполнению курсовой работы и изучению дисциплины «Математические модели в энергетике» для студентов специальности 1-43 01 02 «Электроэнергетические системы и сети» / Т.А. Шиманская – Семёнова. – Минск: БНТУ, 2010. -158 с.

2. Колос, А. Математические модели систем электрических сетей: заметки к лекциям / Польша – Варшава : Варшавский технологический университет, 2017. – 105 с.