УДК 681.518
DOI: 10.21122/2309-4923-2023-4-69-73

ЛОБАТЫЙ А.А., КОНОПАЦКИЙ Д.А.

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПРИ ЗАДАННЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Республика Беларусь

Статья посвящена исследованию путей оптимизации математической модели структуры учебного процесса. Формализация структуры учебного процесса проведена в виде задания целевой функции, включающей сумму количества часов, предусмотренных учебным планом на различные виды учебных занятий. При этом для каждого вида занятий предусмотрен весовой коэффициент, который характеризует относительную эффективность каждого вида занятий. Численные значения весовых коэффициентов предлагается определять путём применения метода анализа иерархий на основе экспертных оценок, которые задаются назначенными специалистами. Задача состоит в максимизации целевой функции, характеризующей общую эффективность учебного процесса. В качестве ограничений, накладываемых на структуру учебного процесса, рассматривается система неравенств, представленных в линейной форме и учитывающих ограничения на бюджет учебного времени, выделенный на изучение учебной дисциплины, финансовые ограничения на оплату труда преподавательского и учебно-вспомогательного состава, финансовые ограничения, связанные с содержанием учебно-материальной базы, закупкой программного обеспечения и прочими расходами. Таким образом, задача оптимизации учебного процесса сведена к задаче линейного программирования, которая в данном случае решается с помощью симплекс-метода при использовании стандартной программы, реализованной в различных компьютерных средах. При этом формулируется двойственная задача для определения требуемых временных и финансовых ресурсов при заданном распределении учебных часов по видам занятий. Приведенный в статье пример, реализованный в компьютерной среде Mathcad, наглядно показал работоспособность разработанной методики.

Ключевые слова: *учебный процесс, оптимизация, модель, целевая функция, ограничения, линейное программирование*

Введение

Организация структуры и методов осуществления учебного процесса в высшем учебном заведении определяется накопленным в течение десятилетий педагогическим опытом в этой сфере человеческой деятельности. Некоторые отличия имеют место в различных областях знаний: гуманитарной, технической, медицинской и прочих. Однако везде мы наблюдаем наличие нескольких видов занятий: лекции в аудитории; практические (лабораторные) занятия, на которых студенты получают практические навыки и закрепляют полученные теоретические знания; самостоятельная работа студентов на основе рекомендованной литературы (источников) и разработанных в учебном заведении методических материалов, учитывающих особенности специальности, специфику преподавания, возможности учебного заведения.

Стремительное развитие и внедрение в учебный процесс информационных систем и технологий предоставило новые возможности в организации и проведении учебного процесса [1]. Свободный доступ к информации через интернет существенно снизил необходимость использования бумажных носителей информации, библиотеки, написания рукописных лекций. Имеется возможность дистанционного проведения занятий, включая контроль знаний студентов. С учетом этого перед преподавательским составом стоят задачи эффективного использования новых возможностей, обусловленных интенсивным развитием информационных систем и технологий [2].

Доступность получения информации повысило эффективность приобретения знаний мотивированными студентами в ходе самостоятельной работы. Возможности дистанционного общения студентов с преподавателями позволили проводить таким способом не только консультации, но и другие виды занятий. Хотя следует отметить, что живое общение между студентом и преподавателем, как правило, позволяет достичь большего положительного эффекта [3].

Одна из стоящих перед организаторами учебного процесса задач состоит в рациональном распределении учебного времени, выделенного учебным планом, между различными видами учебных занятий по каждому предмету [4].

Формализация задачи

Разделим условно все виды занятий на четыре группы:

– лекционные аудиторные занятия с количеством учебных часов x1;

– практические (лабораторные) занятия с количеством учебных часов x2;

– дистанционные занятия с количеством учебных часов x3;

– самостоятельные занятия с количеством учебных часов x4.

Деление учебных занятий по видам может быть и другое в зависимости от учебной дисциплины, квалификации преподавательского состава и возможностей учебного заведения.

Условную эффективность учебного процесса по каждой дисциплине, зависящую от распределения учебных часов па различным видам занятий, представим в виде целевой функции, которую нужно максимизировать.

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4. \qquad (1)$$

Коэффициенты $c_i\,(i = \overline{1,4})$ назовем коэффициентами эффективности вида занятий. Так как их определение обусловлено различными социальными, психологическими и другими факторами, не поддающимися формализации (представлением в математической форме), то для их определения применим подход, известный как метод анализа иерархий […..], который применяется, как правило, в случаях, когда выбор решения зависит от многих факторов и критериев, имеющих различный физический смысл.

Для определения величин коэффициентов c_i сформулируем два основных критерия: полученные знания студентов по каждому виду занятий (основной критерий) и предпочтительность вида занятий по трудозатратам с точки зрения преподавателя (вспомогательный критерий). При этом используем квалификацию и опыт нескольких экспертов – специалистов в данной области знаний, непосредственно участвующих в проведении занятий по данному предмету.

В качестве примера рассмотрим мнение двух экспертов. Структуру задачи принятия решения при определении относительной величины коэффициентов c_i представим в виде иерархической схемы (рис. 1) [5]. На рис. 1 обозначены весовые коэффициенты каждого критерия (p, q, $p1$, $p11$ и т. д.).

Весовые коэффициенты метода анализа иерархий выбираются из условия, что на каждом иерархическом уровне сумма весовых коэффициентов должна быть равна единице: $p + q = 1$, $p1 + p2 = 1$, $q1 + q2 = 1$, $p11 + p12 + p13 + p14 = 1$, $q11 + q12 + q13 + q14 = 1$ и т. д.

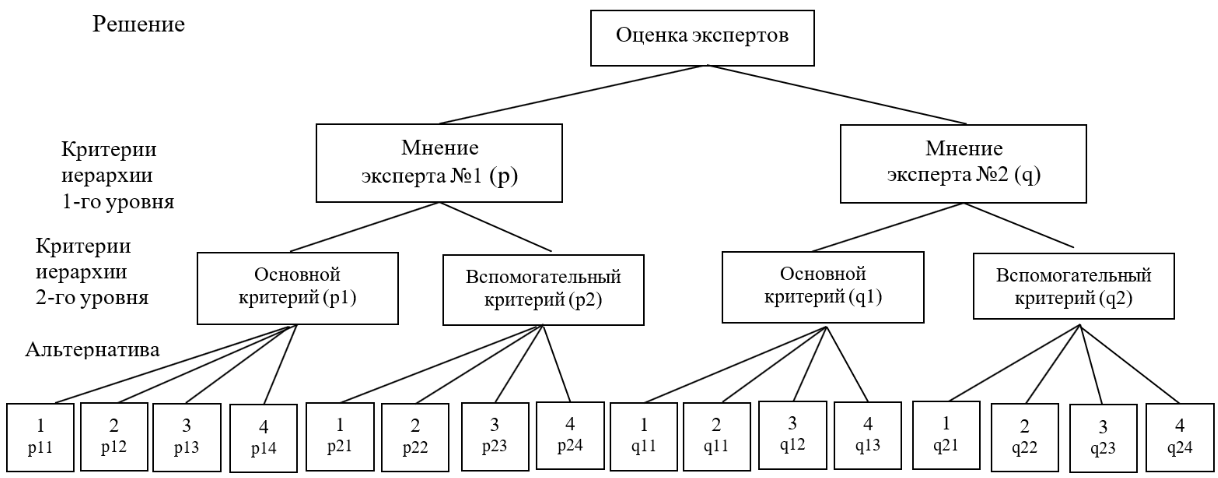

Рисунок 1. Иерархическая схема

Весовые коэффициенты p и q для каждого эксперта могут быть одинаковыми и разными. Они задаются на практике соответствующими должностными вышестоящими лицами, принимающими ответственные решения. Пусть в данном примере эксперт № 1 по сравнению с экспертом № 2 считается более квалифицированным и объективным с большим опытом работы в данной области. Следовательно, ему может быть присвоен более высокий весовой коэффициент по сравнению с экспертом № 2. Пусть эксперту № 1 присвоен весовой коэффициент $p = 0.6$. Тогда эксперт № 2 имеет весовой коэффициент $q = 0.4$. Весовые коэффициенты второго уровня иерархии определяются соответствующими экспертами из заданных выше двух критериев. В общем случае критериев можно задавать и более двух. Заметим, что теоретически, чем больше количество экспертов, тем более объективной должна быть экспертная оценка коэффициентов c_i .

Суждение лица, принимающего решение относительно важности разных критериев альтернативных решений, может оцениваться и целыми числами. В этом случае для каждого эксперта формируется матрица парных сравнений [6], которая после соответствующих преобразований позволяет получить соответствующие коэффициенты p_{ij} и q_{ij}, удовлетворяющие заданному условию равенства их суммы единице.

При решении задачи поиска максимума функции $f(x)$, описываемой формулой (1), необходимо учесть ограничения, которые в реальности имеют место. Применительно к поставленной нами задаче оптимизации распределения учебных часов по видам учебных занятий эти ограничения обусловлены общим объемом учебных часов, выделенных на изучения данного предмета, ограниченностью материальных и финансовых ресурсов, другими факторами.

Представим систему ограничений в следующем виде:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 \le b_1, \qquad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 \le b_2, \qquad (3)$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 \le b_3. \qquad (4)$$

В выражениях (2)-(4) b_1 – объем финансовых средств (например, в рублях), выделяемых на оплату труда преподавателя (преподавателей), проводящего занятия по данной учебной дисциплине. a_{1j} $(j = \overline{1,4})$ – количество финансовых средств, выделяемых для оплаты труда преподавателя за проведение одного часа данного вида занятий. Коэффициенты a_{1j} определяются на основе заданных норм учебной нагрузки, определенных приказом ректора учебного заведения и его финансовыми возможностями. Ограничение b_2 – материальные (финансовые) затраты, выделенные на обеспечение проведения занятий, включая содержание учебных аудиторий, закупку программного обеспечения, оплату труда учебно-вспомогательного состава и прочие затраты. Соответственно a_{2j} $(j = \overline{1,4})$ – затраты из фонда b_2 на проведение одного часа соответствующего вида занятий. b_3 – суммарный бюджет учебного времени, выделяемый на изучение данной дисциплины в соответствии с учебным планом. Для данного примера a_{3j} $(j = \overline{1,4}) = 1$. В общем случае система ограничений может быть представлена и в другом виде в зависимости от стоящей конкретной задачи.

Решение задачи симплекс-методом

При данной математической постановке в виде целевой функции (1), заданной в линейной форме и системе ограничений вида (2)-(4) имеем задачу линейного программирования – поиска экстремума (максимума) целевой функции при заданных ограничениях в виде линейных неравенств. Задачи такого вида решаются, как правило сведением их к так называемой «основной задаче линейного программирования» (ОЗЛП) [7], в которой система ограничений задана в виде равенств. При этом если нужно найти не максимум, а минимум целевой функции $f(x)$, то нужно в функции $f(x)$ просто изменить знак на противоположный. Кроме того известно, что от любых ограничений в виде системы неравенств можно перейти к ограничениям в виде равенств введением новых «дополнительных» переменных [8].

Большинство практических методов решения ОЗЛП основано на алгоритмах последовательного приближения к поиску оптимального решения (идея «последовательных проб"). Разработанные в теории линейного программирования вычислительные методы, такие, как «симплекс-метод» реализованы с помощью различных информационных технологий (программных средств) и позволяют достаточно просто решить конкретно сформулированную задачу в виде ОЗЛП.

На рисунке 2 представлен фрагмент решения задачи линейного программирования «симплекс-методом» в среде *Mathcad* [9]. В соответствии с рисунке 1 в данном примере заданы следующие весовые коэффициенты: $p = 0.6$, $q = 0.4$, $p1 = 0.6$, $p2 = 0.2$, $q1 = 0.7$, $q2 = 0.3$, $p11 = 0.3$, $p12 = 0.5$, $p13 = 0.1$, $p14 = 0.1$, $q11 = 0.3$, $q12 = 0.3$, $q13 = 0.2$, $q14 = 0.2$, $p21 = 0.3$, $p22 = 0.3$, $p23 = 0.2$, $p24 = 0.2$, $q21 = 0.2$, $q22 = 0.3$, $q23 = 0.3$, $q24 = 0.2$.

$$f(x) := C1\cdot x_0 + C2\cdot x_1 + C3\cdot x_2 + C4\cdot x_3$$

$$M := \begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 0.1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad v := \begin{pmatrix} 700 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Given $\qquad x_3 := 0$

$$M\cdot x \le v \qquad x \ge 0 \qquad xopt := \mathrm{Maximize}(f, x)$$

$$f(xopt) = 18.095 \qquad xopt = \begin{pmatrix} 0 \\ 11.864 \\ 0 \\ 88.136 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2. Фрагмент решения задачи в среде Mathcad

Коэффициенты эффективности c_i $(i = \overline{1,4})$ вычисляются по формулам:

$$C1 = p \times (p1 \times p11 + p2 \times p21) + q \times (q1 \times q11 + q2 \times q21), \qquad (5)$$

$$C2 = p \times (p1 \times p12 + p2 \times p22) + q \times (q1 \times q12 + q2 \times q22), \qquad (6)$$

$$C3 = p \times (p1 \times p13 + p2 \times p23) + q \times (q1 \times q13 + q2 \times q23), \quad (7)$$

$$C4 = p \times (p1 \times p14 + p2 \times p24) + q \times (q1 \times q14 + q2 \times q24). \quad (8)$$

Коэффициенты системы ограничений a_{ij} ($i = \overline{1, 3}$, $j = \overline{1, 4}$) в выражениях (2(-(4) заданы на рисунке 2 в виде матрицы M, ограничения ресурсов b_1, b_2, b_3, заданы матрицей v (рис. 2). В данном примере оптимальным будет решение при $x_1 = 0$, $x_2 = 11.864 \approx 12$, $x_3 = 0$, $x_4 = 88.136 \approx 88$. При этом $f(x) = 18.095$.

Если в данном примере внести изменения в условие задачи и представить $a_{21} = 3$, (вместо $a_{21} = 4$), что соответствует уменьшение затрат на обеспечение лекционных занятий, то получим следующее для данных условий оптимальное решение: $x_1 = 24.138 \approx 24$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 75.862 \approx 76$. При этом $f(x) = 18.483$. Если при $a_{21} = 4$ уменьшить затраты на обеспечение лабораторных занятий до $a_{22} = 4$ (вместо $a_{22} = 6$), то получим следующее оптимальное решение: $x_1 = 0$, $x_2 \approx 18$, $x_3 = 0$, $x_4 \approx 82$. При этом $f(x) = 19.364$.

Необходимо также отметить, что в теории линейного программирования существует понятие двойственной задачи, которая формулируется с помощью определенных правил непосредственно из прямой задачи линейного программирования, пример решения которой представлен выше. Решение двойственной задачи можно получить непосредственно из симплекс-таблицы, соответствующей оптимальному решению прямой задачи [8]. Применительно к рассмотренному выше примеру определения распределения учебного времени по видам учебных занятий при заданных ограничениях в виде материальных и временных ресурсов двойственная задача означает определение требуемых ресурсов при заданном распределении часов по видам учебных занятий.

Заключение

Представление и формализация задач оптимизации структуры учебного процесса как задач линейного программирования позволяет проводить оптимизацию различных характеристик, определяющих структуру и характер учебного процесса. В приведенном примере речи идет о распределении учебных часов между видами учебных занятий. Таким же аналогичным образом может быть формализована задача оптимизации, например, количества учебного времени, выделяемого в рамках учебной дисциплины на изучение различных тем учебного материала.

Разумеется, предложенная методика не является абсолютно объективной и универсальной при оптимизации структуры учебного процесса, но в то же время она может оказать существенную помощь при выборе соответственных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Богуш, В.А.** Информационные технологии в образовании / В.А. Богуш // Наука и инновации. – 2015. – № 11. – С. 9-12.

2. **Ермолович, М.М.** Менеджмент системы образования: курс лекций / М.М. Ермолович. – Минск: БГУ, 2012. – 100 с.

3. **Блинов, В.И.** Методика преподавания в высшей школе: учеб.-практич. пособие / В.И. Блинов, В.Г. Виненко, И.С. Сергеев. – М. : Юрайт, 2019. – 315 с.

4. **Горева, О.М.** Управление системой образования в условиях повышения качества обучения / О.М. Горева, Л.Б. Осипова // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 1.

5. **Саати, Т.Л.** Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т.Л. Саати. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.

6. Лобатый А.А. Принятие решений при выборе объектов по критериям эффективности / А.А. Лобатый, А.С. Абуфанас // Системный анализ и прикладная информатика. – 2015. – № 4. – С. 36-39.

7. **Вентцель, Е.С.** Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Дрофа, 2006. – 206 с.

8. **Таха, Х.А.** Введение в исследование операций / Х.А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

9. **Кудрявцев, Е.М.** Mathcad 11: Полное руководство по русской версии. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 592 с.

REFERENCES

1. **Bogush V.A.** Information technologies in education. Science and innovation. – 2015. – No. 11. – Pp. 9-12.

2. **Ermolovich M.M.** Management of the education system: a course of lectures. – Minsk: BSU, 2012. – 100 p.

3. **Blinov V.I., Vinenko V. G., Sergeev I.S.** Methods of teaching in higher school: textbook-practical. manual. – M.: Yurayt, 2019. – 315 p.

4. **Goreva O.M., Osipova L.B.** Management of the education system in terms of improving the quality of education. Modern problems of science and education. – 2019. – № 1.

5. **Saati, T.L.** Decision-making with dependencies and feedbacks: Analytical networks. – M.: LKI Publishing House, 2008. – 360 p.

6. **Lobaty A.A., Abufanas A.S.** Decision-making when choosing objects according to performance criteria // System Analysis and Applied Informatics, 2015. – No. 4. – Pp. 36-39.

7. **Wentzel, E.S.** Operations research. Tasks, principles, methodology. – M.: Bustard, 2006. – 206 p .

8. **Taha, H.A.** Introduction to operations research. – M.: Williams Publishing House, 2005. – 912 p.

9. **Kudryavtsev, E.M.** Mathcad 11: The Complete Guide to the Russian Version. – M.: DMK Press, 2005. – 592 p.

LOBATY A.A., KONOPACKI D.A.

OPTIMIZATION OF THE STRUCTURE OF THE LEARNING PROCESS UNDER THE GIVEN CONSTRAINTS

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

The article is devoted to the study of ways to optimize the mathematical model of the structure of the educational process. Formalization of the structure of the educational process was carried out in the form of setting an objective function, including the sum of the number of hours provided by the curriculum for various types of training sessions. At the same time, for each type of occupation, a weighting coefficient is provided, which characterizes the relative effectiveness of each type of occupation. The numerical values of the weight coefficients are proposed to be determined by applying the method of analyzing hierarchies based on expert assessments, which are set by appointed specialists. The task is to maximize the objective function that characterizes the overall effectiveness of the educational process. As restrictions imposed on the structure of the educational process, a system of inequalities is considered, presented in a linear form and taking into account restrictions on the budget of study time allocated for the study of the academic discipline, financial restrictions on the remuneration of teaching and teaching staff, financial restrictions associated with the content educational and material base, purchase of software and other expenses. Thus, the task of optimizing the educational process is reduced to a linear programming problem, which in this case is solved using the simplex method using a standard program implemented in various computer environments. At the same time, a dual task is formulated to determine the required time and financial resources for a given distribution of teaching hours by type of occupation. The example given in the article, implemented in the Mathcad computer environment, clearly showed the efficiency of the developed methodology.

Keywords: *educational process, optimization, model, objective function, restrictions, linear programming*

Лобатый Александр Александрович, доктор технических наук, профессор. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических динамических систем управления. Автор и соавтор множества статей в научных журналах и конференциях, автор ряда книг и учебных пособий.

Lobaty A.A., Doctor of Science, Professor. Conducts research in the field of analysis and synthesis of stochastic dynamic control systems. He is the author and co-author of many articles in scientific journals, conferences and books.

Тел: +375 (29) 346-82-56

E-mail: lobaty@bntu.by

Конопацкий Денис Александрович, директор филиала Белорусского национального технического университета «Институт повышения квалификации и переподготовки кадров по новым направлениям развития техники, технологии и экономики БНТУ». Проводит исследования в области анализа и синтеза систем организации управления учебным процессом.

Konopacki D.A., director of the branch of the Belarusian National University of Technology "Institute for advanced training and retraining of personnel in new areas of development of engineering, technology and economics of the BNUT" Conducts research in the field of analysis and synthesis of educational process management systems.

Тел: +375 (29) 643-87-48

E-mail: deniskon@bntu.by