В.П.Северденко, Ю.Б.Бахтинов

УДК 621.771.011

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ДЕФОРМАЦИЯМИ γ, β И λ ПРИ ПРОКАТКЕ

При обработке металлов давлением иногда необходимо определять соотношение между перемещениями металла в разных направлениях. В некоторых случаях, например при прокатке, соотношения между деформациями проще определить на основании условия постоянства объема:

$$H \cdot B \cdot L = h \cdot b \cdot \ell, \tag{1}$$

где H, B, L — высота, ширина и длина полосы до прокатки;
h, b, ℓ — то же, после прокатки.

Коэффициенты обжатия, уширения и удлинения связаны между собой уравнением постоянства объема, т.е. равенством:

$$\gamma = \beta \cdot \lambda, \tag{2}$$

где $\gamma = H/h$ — коэффициент обжатия, или высотная деформация;
$\beta = b/B$ — коэффициент уширения, или поперечная деформация;
$\lambda = \ell/L$ — коэффициент удлинения, или продольная деформация.

На соотношение между продольной и поперечной деформациями существенное влияние оказывает ширина полосы B и внешние зоны. С учетом вышесказанного в работе [1] были получены следующие уравнения для определения коэффициентов поперечной и продольной деформаций:

$$\beta = \sqrt{a_1^2 + \frac{1}{1-\varepsilon}} + a_1; \tag{3}$$

$$\lambda = \sqrt{a_1^2 + \frac{1}{1-\varepsilon}} - a_1, \tag{4}$$

где $a_1 = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\left(0.5^{\frac{B}{B_K}} - 0.5\right)$,
$\varepsilon = \frac{H-h}{H}$ — относительная деформация;
B_K — критическая ширина полосы [2].

Подробный анализ соотношений между продольной и поперечной деформациями дан А.И.Гришковым [3] . Поэтому остановимся только на неточностях выводов, сделанных А.И.Гришковым, и найдем аналитические уравнения соотношения деформаций.

Из уравнения постоянства объемов (2) имеем:

$$\frac{\lambda}{\beta}=\frac{\gamma}{\beta^2}=\frac{\lambda^2}{\gamma}. \tag{5}$$

Учитывая, что $\gamma=\frac{1}{1-\varepsilon}$, получим

$$\frac{\lambda}{\beta}=\frac{1}{(1-\varepsilon)\beta^2}=(1-\varepsilon)\lambda^2 \tag{6}$$

и соответственно

$$\frac{\beta}{\lambda}=\frac{1}{(1-\varepsilon)\lambda^2}=(1-\varepsilon)\beta^2. \tag{7}$$

Сопоставляя приведенные выше уравнения (3), (4) и (6), замечаем, что

$$\frac{\lambda}{\beta}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1\right)^2; \tag{8}$$

$$\frac{\lambda}{\beta}=\frac{1}{(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1\right)^2}; \tag{9}$$

$$\frac{\lambda}{\beta}=\frac{\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1}{\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1}, \tag{10}$$

а при сопоставлении уравнений (3), (4) и (7) соответственно

$$\frac{\beta}{\lambda}=\frac{1}{(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1\right)^2}, \tag{11}$$

$$\frac{\beta}{\lambda}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1\right)^2, \tag{12}$$

$$\frac{\beta}{\lambda}=\frac{\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1}{\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1}\,. \qquad (13)$$

При практических расчетах удобнее всего пользоваться формулами (8) и (12). Произведем проверку.

П р и м е р. Необходимо расчитать соотношение между продольной и поперечной деформациями для случая прокатки, когда

По формуле (8):

$$\frac{\lambda}{\beta}=(1.0-0.5)\left(\sqrt{0.2^2+\frac{1}{1.0-0.5}}-0.2\right)^2=0.755$$

По формуле (12)

$$\frac{\beta}{\lambda}=(1,0-0,5)\left(\sqrt{0,2^2+\frac{1}{10-0,5}}+0,2\right)^2=1,325,$$

или, что одно и то же; $\frac{\beta}{\lambda}=\frac{1}{0,755}=1,325.$

Аналогично получим соотношение между продольной и высотной деформациями

$$\frac{\lambda}{\eta}=\frac{1}{\beta} \qquad (14)$$

и соответственно

$$\frac{\eta}{\lambda}=\beta, \qquad (15)$$

Из сопоставления уравнений (4) и (14) имеем

$$\frac{\lambda}{\eta}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1\right), \qquad (16)$$

$$\frac{\lambda}{\eta}=\frac{1}{\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1}, \qquad (17)$$

а из сопоставления уравнений (4) и (15) соответственно

$$\frac{\eta}{\lambda}=\frac{1}{(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1\right)} \qquad (18)$$

$$\frac{\eta}{\lambda}=\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1 \tag{I9}$$

При практических расчетах удобнее всего пользоваться формулами (I6) и (I9).

П р и м е р. Необходимо расчитать соотношение между продольной и высотной деформациями для случая прокатки, когда $a_1 = 0{,}I$; $\varepsilon = 0{,}5$.

По формуле (I6):

$$\frac{\lambda}{\eta} = (I{,}0 - 0{,}5)\left(0{,}I^2 + \frac{I}{I{,}0 - 0{,}5} - 0{,}I\right) = 0{,}658\,.$$

По формуле (I9):

$$\frac{\eta}{\lambda} = \sqrt{0{,}I^2 + \frac{I}{I{,}0 - 0{,}5}} + 0{,}I = I{,}52,$$

или, что одно и то же, $\frac{\eta}{\lambda} = \frac{I}{0{,}658} = I{,}52$.

Аналогично найдем соотношение между поперечной и высотной деформациями:

$$\frac{\beta}{\eta}=\frac{1}{\lambda}$$

и соответственно

$$\frac{\eta}{\beta}=\lambda\,. \tag{2I}$$

Из сопоставления уравнений (3) и (20) имеем:

$$\frac{\beta}{\eta}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1\right), \tag{22}$$

$$\frac{\beta}{\eta}=\frac{\quad}{\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1}, \tag{23}$$

а из сопоставления уравнений (3) и (2I) соответственно

$$\frac{\eta}{\beta}=\frac{\quad}{(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1\right)}, \tag{24}$$

$$\frac{\ell}{\beta} = \sqrt{a_1^2 + \frac{1}{1-\varepsilon}} - a_1 , \qquad (25)$$

При практических расчетах удобнее всего пользоваться формулами (22) и (25).

Пример. Необходимо расчитать соотношение между высотной и поперечной деформациями для случая прокатки, когда $a_1 = -0{,}2$; $\varepsilon = 0{,}5$.

По формуле (25):

$$\frac{\ell}{\beta} = \sqrt{(-0{,}2)^2 + \frac{1}{1{,}0 - 0{,}5}} + 0{,}2 = 1{,}63$$

По формуле (22)

$$\frac{\beta}{\ell} = (1{,}0 - 0{,}5)\left(\sqrt{(-0{,}2)^2 + \frac{1}{1{,}0 - 0{,}5}} - 0{,}2\right) = 0{,}615$$

или, что одно и то же, $\frac{\beta}{\ell} = \frac{1}{1{,}63} = 0{,}615$.

На рис.1 показана зависимость $\frac{\lambda}{\beta} = f\left(\frac{B}{B_к}\right)$. При этом не подтверждается точка зрения А.И.Гришкова [3, стр.147], что "... В узком очаге деформации при уменьшении ширины полосы от точки равенства деформаций до нуля кривая $\lambda = f_1(B)$ убывает до минимума, а затем возрастает до значения равенства деформаций, а кривая $\beta = f_2(B)$ наоборот, вначале возрастает до максимума с последующим убыванием до значения равенства деформаций $\lambda = \beta$. Таким образом, вторично равенство продольной и поперечной деформаций будет соответствовать ширине полосы $B \to 0$."

Вывод, сделанный А.И.Гришковым, представляет собой частный случай, так как равенство деформаций согласно номограмме, приведенной на рис.1, и формулам (8) и (12) наступает при какой угодно ширине полосы, если $\varepsilon \to 0$. Изменение кривых $\frac{\ell}{\beta} = \lambda = f_1\left(\frac{B}{B_к}\right)$ и $\frac{\ell}{\lambda} = \beta = f_2\left(\frac{B}{B_к}\right)$ показаны на номограмме (рис.2). Кривые $\frac{\lambda}{\ell} = f_3\left(\frac{B}{B_к}\right)$ и $\frac{\beta}{\ell} = f_4\left(\frac{B}{B_к}\right)$ не приводятся, так как их характер аналогичен кривым λ и β, уменьшенным на коэффициент пропорциональности $\ell = \frac{1}{1-\varepsilon}$

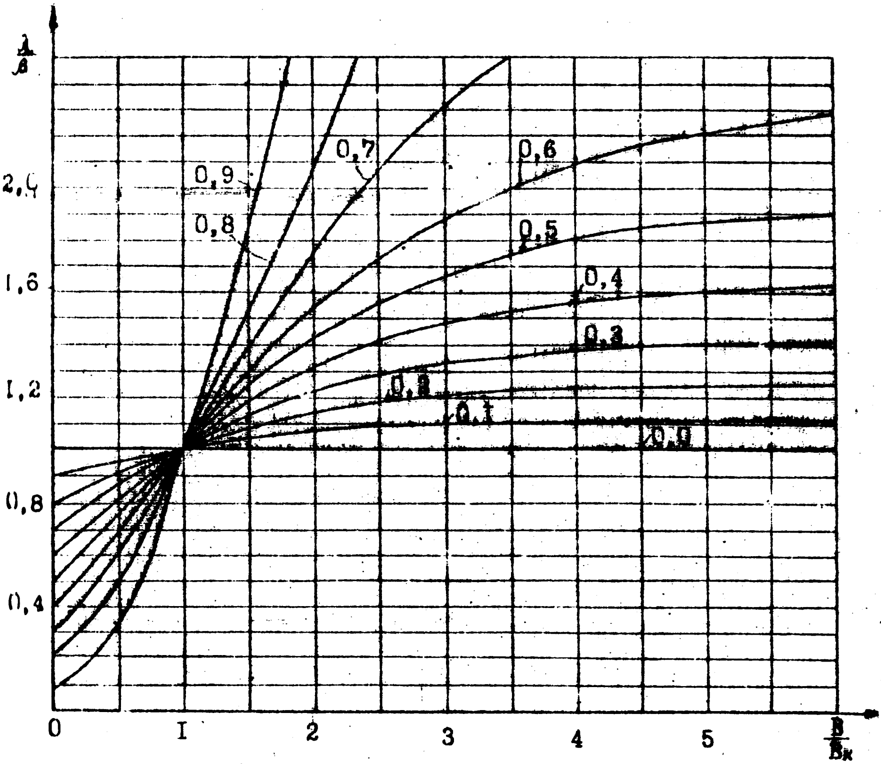

Рис.I. График зависимости $\frac{\lambda}{\beta} = f\left(\frac{B}{B_к}\right)$

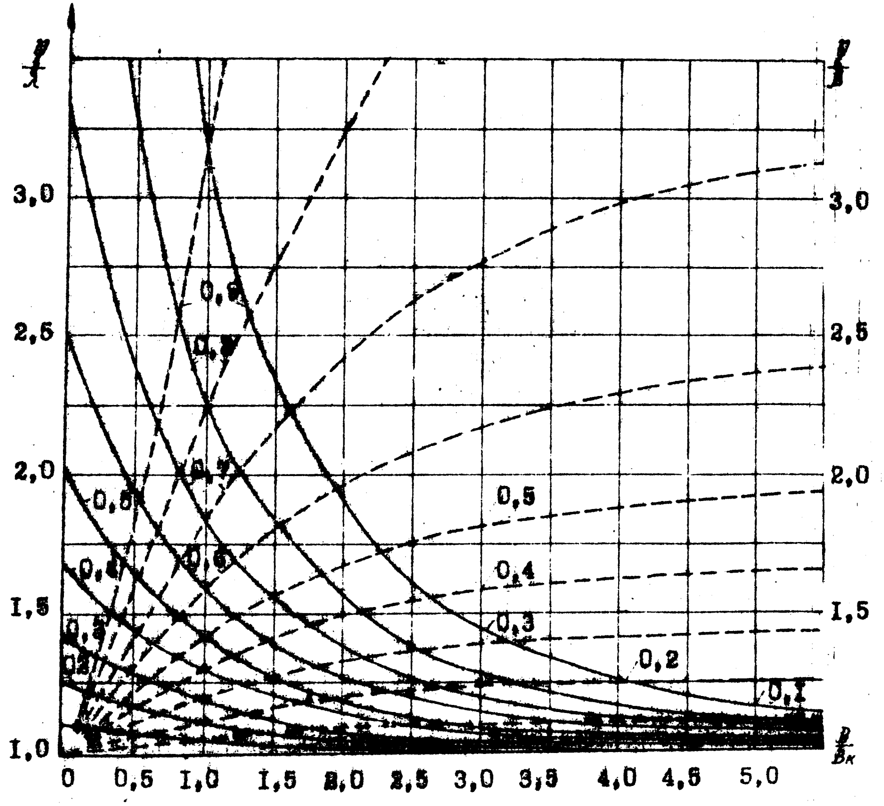

Рис.2. Зависимость отношения $\frac{\ell}{\lambda}=\beta$ и $\frac{\ell}{\beta}=\lambda$ от $\frac{\beta}{\beta_K}$:

——— кривые $\frac{\ell}{\lambda}$; - - - - кривые $\frac{\ell}{\beta}$.

В таблице I даны формулы соотношения деформаций, рекомендуемые для практического применения.

Таблица I

Формулы соотношения деформаций, рекомендуемых для практического пользования

Наименование деформаций	Соотношение деформаций	
Продольная λ Поперечная β	$\frac{\lambda}{\beta}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1\right)^2$	$\frac{\beta}{\lambda}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1\right)$
Продольная λ Высотная η	$\frac{\lambda}{\eta}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1\right)$	$\frac{\eta}{\lambda}=\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1$
Высотная η Поперечная β	$\frac{\eta}{\beta}=\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}-a_1$	$\frac{\beta}{\eta}=(1-\varepsilon)\left(\sqrt{a_1^2+\frac{1}{1-\varepsilon}}+a_1\right)$

где $a_1=\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\left(0.5^{\frac{B}{B_K}}-0.5\right)$

В заключение следует отметить, что выбор В.П.Бахтиновым отношения $\frac{B}{B_K}$ в качестве характеристики условий равенства продольной и поперечной деформаций вполне оправдывается. Наряду с этим отношение $\frac{B}{\sqrt{R\Delta h}}$, на наш взгляд, менее пригодно для характеристики условий равенства деформаций, так как, согласно опытным данным, отвечающим максимальному уширению, ширина полосы не равна длине дуги захвата.

Литература

1. Северденко В.П., Бахтинов Ю.В. "Изв. АН БССР", Сер. физ.-технич. наук, 1969, № 3.
2. Северденко В.П., Бахтинов Ю.Б. "Изв. АН БССР", Сер. физ.- технич. наук, 1970, № 2.
3. Грищков А.И. МВТУ, т.84. Прокатные станы и технология прокатки, М., 1958, Машгиз.