В. Ф. Степанчук, Э. П. Минич

(Белорусский политехнический институт — Белэнергоремналадка)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ВОЛНЫ В ТЕПЛОВЫХ СЕТЯХ

В ряде случаев при испытаниях тепловых сетей требуется определить время прохождения тепловой волной некоторого участка. Задача формулируется следующим образом: дана тепловая сеть с внутренним диаметром d и скоростью движения теплоносителя u. Заданы: распределение температуры по длине сети (на участке $0<x<l$) в начальный момент времени t $(0, x)$ и изменение температуры в зависимости от времени t $(\tau, 0)$ для входного сечения трубопровода. Требуется найти температуру сетевой воды в любой точке для любого момента времени.

При анализе будем рассматривать задачу как одномерную, т. е. примем, что скорость потока и его температура по сечению трубы не меняются, а зависят только от координаты x и времени τ, т. е. $t=t(x, \tau)$.

Вначале рассмотрим задачу в ее простейшей постановке, т. е. будем считать, что сетевая вода вообще не теряет тепловой энергии. В этом случае рассмотрение процесса на элементарном участке тепловой сети позволяет записать следующее дифференциальное уравнение:

$$c_p u \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{\partial t}{\partial x} = -c_p \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{1}{u} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}. \qquad (1)$$

Для решения уравнения воспользуемся методом д'Аламбера, т. е. перейдем к новым переменным: $\zeta=x$; $\eta=u\tau-x$. Тогда, учитывая, что

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial t}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial t}{\partial \zeta} - \frac{\partial t}{\partial \eta};$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial t}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = u \frac{\partial t}{\partial \eta},$$

получим

$$\frac{\partial t}{\partial \zeta} - \frac{\partial t}{\partial \eta} = -\frac{\partial t}{\partial \eta}$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \zeta} = 0.$$

Это означает, что решение уравнения (1) имеет вид

$$t = f(\eta) = f(u\tau - x). \tag{1'}$$

Таким образом, в трубопроводе будет распространяться волна постоянной формы — такой же, как во входном сечении, причем для всех точек $u\tau - x = \text{const}$ температура будет одинаковой и равной температуре в начале участка в момент времени $\tau - \tau_0 = x/u$. Следовательно, скорость распространения волны в рассматриваемом случае будет равна скорости потока.

В более сложном случае будем считать, что металл трубопровода и часть его изоляции следуют за температурой сетевой воды. Причем долю тепла, аккумулированного металлом, будем считать пропорциональной теплу сетевой воды, находящейся в пределах элементарного участка. Последнее эквивалентно положению о том, что теплоемкость воды, входящей и выходящей из элементарного участка, равна $c_р$, в то время как теплоемкость воды, находящейся в пределах элементарного участка, как бы возросла.

Дифференциальное уравнение при этом будет иметь вид

$$c_p u \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{\partial t}{\partial x} = -c_p \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} - m c_p \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{1+m}{u} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}. \tag{2}$$

Полученное дифференциальное уравнение отличается от дифференциального уравнения (1) первого случая только значением коэффициента. Совершенно очевидно, что при этом температурные волны будут распространяться без изменения их формы со скоростью, меньшей скорости потока и равной $u' = \dfrac{u}{1+m}$.

Наконец, рассмотрим наиболее общий случай, когда температура металла и части изоляции следует за температурой теплоносителя и, кроме того, имеют место тепловые потери, величина которых пропорциональна разности температур теплоносителя и окружающей среды. Дифференциальное уравнение для элементарного участка при этом может быть записано следующим образом:

$$c_p u \frac{\pi d^2}{4} \gamma \frac{\partial t}{\partial x} = -\left(\gamma \frac{\pi d^2}{4} c_p + m\gamma \frac{\pi d^2}{4} c_p\right) \frac{\partial t}{\partial \tau} - K \pi d t, \tag{3}$$

где K — аналог коэффициента теплопередачи, равный коэффициенту теплопередачи только в случае стационарного режима работы тепловой сети.

В уравнении (3) отсчет температуры проводится от температуры окружающей среды. Это уравнение может быть легко приведено к следующему виду:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{1+m}{u} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} - \frac{K \cdot 4}{u \gamma d c_p} t \tag{3'}$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{1}{u'} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} - bt. \tag{3''}$$

Здесь $u'=\frac{u}{1+m}$ — скорость распространения температурной волны; $b=\frac{4\kappa}{\gamma u d c_p}$ — фактор, характеризующий величину относительных потерь тепла.

Для решения уравнения (3″), как и раньше, воспользуемся методом д'Аламбера, т. е. введем новые переменные: $\zeta=x$; $\eta=u'\tau-x$. Тогда соотношение (3″) примет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \zeta}=bt.$$

Решением этого уравнения будет

$$t=f(\eta)\,e^{-bx}$$

или

$$t=f\left(\frac{u}{1+m}\tau-x\right)e^{-bx}. \tag{4}$$

Порядок расчета температуры в любой точке для любого момента времени по уравнению (4) следующий. По заданным значениям x и τ определяется время, соответствующее прохождению волны через начальное сечение тепловой сети:

$$\tau_0=\tau-x\frac{1+m}{u}.$$

Это время определяет значение функции

$$f\left(\tau-x\frac{1+m}{u};\;x\right)=f(0,\,\tau_0),$$

которая является заданной. Далее температура определяется как

$$t=f(0,\,\tau_0)\,e^{-bx}.$$

Если окажется, что $\tau<0$, то представляется целесообразным следующий путь расчета: из соотношения $x_{нач}-\frac{u}{1+m}\tau=0$ определяется $x_{нач}=\frac{u}{1+m}\tau$, которое в свою очередь определяет значение функции начального распределения температуры:

$$t=f(x_{нач},\,0)\,\exp(-bx_{нач}).$$

Легко заметить, что при переходе к стационарному режиму работы тепловой сети $f(\tau_0,0)=t_0$, и, следовательно,

$$t=t_0e^{-bx}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае скорость распространения температурной волны не зависит от величины теплопотерь и оказывается равной $u'=\frac{u}{1+m}$. Протяженность тепловых волн не изменяется, т. е. не происходит их растягивания или сжатия, уменьшается только величина температуры по длине сети.

Из рассмотренного выше анализа вытекает следующая методика определения коэффициентов b и m. Для определения b через начальный участок посылается сравнительно плоская температурная волна. Естественно, что концевые эффекты, которые волны имеют в головной и хвостовой частях, не оказывают влияния на изменение температуры на участке «плоскогорья». Поэтому опыт, заключающийся в замере t_0 (температура «плоскогорья» во входном сечении тепловой сети) и температуры t (температура «плоскогорья» в контрольном сечении), позволяет определить величину b как

$$b = \frac{\ln t_0/t}{x}.$$

Кроме того, этот же опыт позволяет определить величину теплопотерь и, следовательно, состояние изоляции. В самом деле,

$$Q_{\text{пот}} = c_p \gamma u \frac{\pi d^2}{4} (t_0 - t)$$

или

$$Q_{\text{пот}} = \frac{b \gamma u d c_p}{4} \cdot \frac{t_0 - t}{\ln t_0/t} x \pi d.$$

Порядок нахождения величины m, входящей в скорость распространения температурной волны, по опытным данным, следующий: определяется в заданном сечении температура как функция времени, т. е. на основании опытных данных о распространении температурной волны находится $t(\tau, x_{\text{оп}})$. Предварительно найденное значение b позволяет определить температуру в контрольном сечении для процесса распространения температурной волны без потерь:

$$t_0(\tau,\ x_{\text{оп}}) = t(\tau,\ x_{\text{оп}})\, e^{bx}.$$

На кривой зависимости температуры во входном сечении сети находятся моменты времени, соответствующие данной температуре $t_{\text{д}}(\tau_0,\ 0)$. Тогда скорость распространения температурной волны

$$u' = \frac{x_{\text{оп}}}{\tau - \tau_0} = \frac{u}{1 + m},$$

откуда

$$m = u/u' - 1.$$

Если проделать эти расчеты на основании опытных данных для ряда значений температуры, то можно учесть также фактор деформации фронта температурной волны. Как показывает опыт, даже очень крутые температурные волны при движении по тепловой сети приобретают некоторую практически стационарную (неизменяющуюся) форму, т. е. при достаточно большой протяженности тепловой сети величина m практически не зависит от формы температурной волны на входе в тепловую сеть.

Если известны значения m и b, то определение времени, необходимого для того, чтобы поставить участок тепловой сети в заданные температурные условия, никаких затруднений не вызывает:

$$\tau = \tau_0 + \frac{x}{u'}.$$

Таким образом, проведенный в данной статье анализ может служить основой для создания оправданной методики определения тепловых потерь и расчета времени прохождения температурной волны, необходимого при испытании работы компенсаторов.